

1. $(x-1)(x-2)(x+2)(x+3) = Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E$ 일 때, $A+B+C+D+E$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x-2)(x+2)(x+3) \\ &= \{(x-1)(x+2)\}\{(x-2)(x+3)\} \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-6) \\ &= (x^2+x)^2 - 8(x^2+x) + 12 \\ &= x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 \\ &\therefore A+B+C+D+E = 1+2-7-8+12 = 0 \text{이다.} \end{aligned}$$

2. 다음 보기 중에서 $2a^3 - a^2b - 3ab^2$ 의 인수를 모두 고른 것은?

보기

㉠ a	㉡ $a - b$	㉢ $a + b$
㉤ $2a - b$	㉦ $2a + 2b$	㉨ $2a - 3b$

- ① ㉠, ㉢
- ② ㉠, ㉢, ㉤
- ③ ㉤, ㉨
- ④ ㉠, ㉢, ㉨
- ⑤ ㉡, ㉤, ㉦

해설

$$\begin{aligned} 2a^3 - a^2b - 3ab^2 &= a(2a^2 - ab - 3b^2) \\ &= a(2a - 3b)(a + b) \end{aligned}$$

따라서 인수는 ㉠, ㉢, ㉨ 이다.

3. $(2x+1)^2 - (x-2)^2 = (3x+a)(x+b)$ 일 때, $a+3b$ 의 값을 구하면?

① 4.5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & (2x+1)^2 - (x-2)^2 \\ &= (2x+1+x-2)(2x+1-x+2) \\ &= (3x-1)(x+3) \\ & a = -1, \quad b = 3 \\ & \therefore a+3b = -1+9 = 8 \end{aligned}$$

4. $a - b = 4$, $ab = -2$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}a^2 + b^2 &= (a - b)^2 + 2ab \\&= 4^2 + 2 \times (-2) \\&= 16 - 4 \\&= 12\end{aligned}$$

5. 이차방정식 $ax^2 + bx + 4 = 0$ 의 한 근을 k 라고 할 때, $ak^2 + bk + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$ax^2 + bx + 4 = 0$ 의 한 근이 k 이므로 $ak^2 + bk + 4 = 0$,
 $ak^2 + bk = -4$ 이므로
 $ak^2 + bk + 1 = -4 + 1 = -3$

6. 이차방정식 $9x^2 - 18x + m = 0$ 의 한 근이 $\frac{1}{3}$ 이다. 이차방정식 $x^2 - 3x + n = 0$ 의 한 근이 m 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -2$

해설

$9x^2 - 18x + m = 0$ 에 $x = \frac{1}{3}$ 을 대입하면

$$1 - 6 + m = 0 \quad \therefore m = 5$$

$x^2 - 3x + n = 0$ 에 $x = 5$ 를 대입하면

$$25 - 15 + n = 0 \quad \therefore n = -10$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0, (x - 5)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 또는 } x = -2$$

따라서 다른 한 근은 -2 이다.

7. 두 이차방정식 $2x^2 + mx - 8 = 0$, $x^2 - 5x - n = 0$ 의 공통인 해가 $x = -1$ 일 때, $m - n$ 의 값을 구하면?

① -12 ② -11 ③ 0 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$2 \times (-1)^2 + m(-1) - 8 = 0$$

$$\therefore m = 2 - 8 = -6$$

$$(-1)^2 - 5(-1) - n = 0$$

$$\therefore n = 1 + 5 = 6$$

$$\therefore m - n = (-6) - 6 = -12$$

8. 반지름의 길이의 비가 1 : 3 인 두 원이 있다. 이 두 원의 넓이의 합이 $40\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원의 반지름의 길이는 몇 cm 인가?

① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

작은 원의 반지름을 r 라고 하면, 큰 원의 반지름은 $3r$ 이다.

(두 원의 넓이의 합) $= \pi r^2 + \pi(3r)^2 = 10\pi r^2 = 40\pi\text{cm}^2$

$$r^2 = 4$$

$$\therefore r = 2\text{cm} \quad (\because r > 0)$$

9. $a > 0$ 일 때, $A = \sqrt{(-a)^2} + (-\sqrt{a})^2 + \sqrt{a^2} - \sqrt{a^2}$ 일 때, $\sqrt{A}$ 의 값은?

① $-3a$

② $-2a$

③ a

④ $\sqrt{2a}$

⑤ $\sqrt{3a}$

해설

$$A = |-a| + a + |a| - |a| = 2a$$

$$\sqrt{A} = \sqrt{2a}$$

10. $\sqrt{960-32a}$ 가 정수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M , 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, $M-2m$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$\sqrt{960-32a} = \sqrt{16(60-2a)} = 4\sqrt{60-2a}$$

$60-2a=0$ 일 때, a 는 최대

$60-2a=36$ 일 때, a 는 최소

$$M = \frac{60}{2} = 30, m = \frac{60-36}{2} = 12$$

$$M-2m = 30-2 \times 12 = 6$$

11. 다음 중 그 결과가 반드시 무리수인 것은?

- ① (무리수)+(무리수)
- ② (무리수)-(무리수)
- ③ (유리수)×(무리수)
- ④ (무리수)÷(무리수)
- ⑤ (무리수)-(유리수)

해설

- ① $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ (유리수)
- ② $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$ (유리수)
- ③ $0 \times \sqrt{2} = 0$ (유리수)
- ④ $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$ (유리수)

12. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{30} = b$ 일 때, $\sqrt{300}$ 의 값을 x , $\sqrt{0.3}$ 의 값을 y 라고 한다.
 x 와 y 를 a, b 를 이용하여 나타내면?

① $x = 100a$, $y = 10b$

③ $x = 100b$, $y = \frac{a}{100}$

⑤ $x = 10ab$, $y = \frac{10}{b}$

② $x = 10a$, $y = \frac{b}{10}$

④ $x = 10a$, $y = \frac{b}{100}$

해설

$$\sqrt{300} = \sqrt{3 \times 100} = 10\sqrt{3} = 10a$$

$$\therefore x = 10a$$

$$\sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{30}{100}} = \frac{\sqrt{30}}{10} = \frac{b}{10}$$

$$\therefore y = \frac{b}{10}$$

13. $\frac{1}{\sqrt{12}} + \frac{3}{\sqrt{27}} - \sqrt{12} = A\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 A 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{3}{2}$

④ $-\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} &= \frac{3\sqrt{3}}{6} - \frac{12\sqrt{3}}{6} \\ &= -\frac{9\sqrt{3}}{6} \\ &= -\frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

따라서 $A = -\frac{3}{2}$ 이다.

14. 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{2004}$ 의 값을 구하면?

수	0	1	2	3	4
3.0	1.732	1.735	1.738	1.741	1.744
4.0	2.000	2.002	2.005	2.007	2.010
5.0	2.230	2.238	2.241	2.243	2.245

- ① 44.72 ② 34.64 ③ 34.70 ④ 34.76 ⑤ 44.76

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{2004} &= \sqrt{4 \times 501} = 2\sqrt{501} \\ &= 2 \times \sqrt{5.01 \times 100} \\ &= 20\sqrt{5.01}\end{aligned}$$

주어진 표에서 $5.01 = 2.238$

$$\therefore 20 \times 2.238 = 44.76$$

15. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $x^3 - x^2 + 2x - 2 = (x - 1)(x^2 + 2)$

② $xy - x - y + 1 = (x - 1)(y - 1)$

③ $xy - 2x + y - 2 = (x + 1)(y - 2)$

④ $x^2(x + 1) - 4(x + 1) = (x + 1)(x + 2)(x - 2)$

⑤ $a(b + 1) - (b + 1) = (1 - a)(1 + b)$

해설

⑤ $a(b + 1) - (b + 1) = (a - 1)(b + 1)$

16. $7x - 5 < 4(x + 1)$ 이고 x 는 자연수일 때, $x^2 - 5x + 6 = 0$ 를 풀면?

① $x = 0, x = 1$

② $x = 2$

③ $x = 2, x = 3$

④ $x = 3$

⑤ $x = -2, x = 3$

해설

$7x - 5 < 4(x + 1)$ 에서 $7x - 4x < 4 + 5, 3x < 9 \therefore x < 3$

따라서 x 의 값은 1, 2이다.

$x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해는 $x = 2, x = 3$ 이므로 해는 $x = 2$ 가 된다.

17. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a+2, b+2$ 를 두 근으로 갖는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 35 = 0$

② $x^2 + 2x - 35 = 0$

③ $x^2 - 12x + 35 = 0$

④ $x^2 + 12x + 35 = 0$

⑤ $x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x - 5)(x - 3) = 0$$

$$a = 5, b = 3$$

$$\therefore a + 2 = 7, b + 2 = 5$$

따라서 5, 7을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$(x - 7)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x^2 - 12x + 35 = 0$$

18. 부등식 $\frac{1}{3} \leq \frac{1}{\sqrt{2x}} < \frac{1}{2}$ 을 만족하는 자연수 x 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

해설

$\frac{1}{3} \leq \frac{1}{\sqrt{2x}} < \frac{1}{2}$ 이므로

$2 < \sqrt{2x} \leq 3$

각 변을 제곱하면

$4 < 2x \leq 9$

$2 < x \leq \frac{9}{2}$

따라서 주어진 조건을 만족하는 자연수는 3, 4 이다.

19. 가로, 세로, 높이의 길이가 각각 x, y, z 인 직육면체에 대하여 $x:y:z = (\sqrt{2}+2\sqrt{3}): (2\sqrt{3}-\sqrt{5}): (\sqrt{5}-\sqrt{2})$ 이고 모서리의 길이의 합이 $4\sqrt{27}$ 일 때, $xy+yz$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $xy+yz = \frac{63}{16}$

해설

$x:y:z = (\sqrt{2}+2\sqrt{3}): (2\sqrt{3}-\sqrt{5}): (\sqrt{5}-\sqrt{2})$ 이므로

$$\frac{x}{\sqrt{2}+2\sqrt{3}} = \frac{y}{2\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \frac{z}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = k \text{라 하면}$$

$$x = (\sqrt{2}+2\sqrt{3})k$$

$$y = (2\sqrt{3}-\sqrt{5})k$$

$$z = (\sqrt{5}-\sqrt{2})k$$

(단, $k > 0$)

직육면체의 모서리의 합이 $4\sqrt{27}$ 이므로

$$4(x+y+z) = 4\sqrt{27}, x+y+z = \sqrt{27}$$

$$(\sqrt{2}+2\sqrt{3})k + (2\sqrt{3}-\sqrt{5})k + (\sqrt{5}-\sqrt{2})k = \sqrt{27}$$

$$4\sqrt{3}k = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \therefore k = \frac{3}{4}$$

$$\therefore xy+yz = \frac{3}{4}(\sqrt{2}+2\sqrt{3}) \times \frac{3}{4}(2\sqrt{3}-\sqrt{5}) + \frac{3}{4}(2\sqrt{3}-\sqrt{5}) \times$$

$$\frac{3}{4}(\sqrt{5}-\sqrt{2}) = \frac{63}{16}$$

20. $a + b + c = 5$ 이고, $ab + bc + ca = 1$ 일 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 + c^2 &= (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca) \\ &= 5^2 - 2 \times 1 = 23 \end{aligned}$$

21. $x^2 + x + 1 = 0$ 일 때, $x^{10} + \frac{1}{x^{10}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 의 양변에 $(x - 1)$ 을 곱하면

$$(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0,$$

$$x^3 - 1 = 0$$

$$\therefore x^3 = 1$$

또한, $x^2 + x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면 $x + \frac{1}{x} = -1$,

따라서 $x^{10} = (x^3)^3 \times x = x$ 이므로 $x^{10} + \frac{1}{x^{10}} = x + \frac{1}{x} = -1$ 이다.

22. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대하여

$$k \frac{z^2(y-x) + x^2(z-y) + y^2(x-z)}{(x-y)(y-z)(z-x)} = 3 \text{ 일 때, 상수 } k \text{ 의 값을 구하여라.}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 3$

해설

분자의 식을 x 에 관한 내림차순 정리하면

$$z^2(y-x) + x^2(z-y) + y^2(x-z)$$

$$= yz^2 - xz^2 + x^2z - x^2y + xy^2 - y^2z$$

$$= (z-y)x^2 - (z^2-y^2)x + (z-y)yz$$

$$= (z-y) \{ x^2 - (z+y)x + yz \}$$

$$= (z-y)(x-y)(x-z)$$

$$= (x-y)(y-z)(z-x)$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = k \frac{(x-y)(y-z)(z-x)}{(x-y)(y-z)(z-x)} = 3$$

$$\therefore k = 3$$

23. 세 자연수 x, y, z 에 대하여 $x + y + z + xy + yz + zx = 29 - xyz$ 일 때, $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$x + y + z + xy + yz + zx = 29 - xyz$ 에서
 $xyz + x + y + z + xy + yz + zx = 29$
 $xy(z + 1) + y(z + 1) + x(z + 1) + z = 29$
 $xy(z + 1) + y(z + 1) + x(z + 1) + (z + 1) = 30$
 $(z + 1)(xy + x + y + 1) = 30$
 $(x + 1)(y + 1)(z + 1) = 30$
이때, x, y, z 는 자연수이고 $30 = 2 \times 3 \times 5$ 이므로
 $(x, y, z) = (1, 2, 4)$
 $\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 21$

24. 부피가 $x^3 + x^2y - x - y$ 인 직육면체의 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $x - 1, x + 1$ 일 때, 이 직육면체의 높이를 구하면?

① $x + y$

② $x - y^2$

③ $x^2 + y$

④ $x + y^2$

⑤ $x - y$

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + x^2y - x - y \\ &= x^2(x + y) - (x + y) \\ &= (x + y)(x + 1)(x - 1) \text{ 이다.} \end{aligned}$$

따라서 직육면체의 높이는 $x + y$ 이다.

25. x 에 대한 이차방정식 $(a+2)x^2 - a^2x + 4 = 0$ 의 한 근이 1일 때, a 의 값과 나머지 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $x = \frac{4}{5}$

해설

$(a+2)x^2 - a^2x + 4 = 0$ 에
 $x = 1$ 을 대입하면
 $a+2 - a^2 + 4 = 0$
 $a^2 - a - 6 = 0$
 $(a+2)(a-3) = 0$
이차방정식 $(a+2)x^2 - a^2x + 4 = 0$ 은
 x^2 의 계수는 0이 아니어야 하므로
 $\therefore a = 3$
 $a = 3$ 을 이차방정식에 대입하면
 $5x^2 - 9x + 4 = 0$
 $(x-1)(5x-4) = 0$
 $x = 1$ 또는 $x = \frac{4}{5}$
따라서 $a = 3$ 이고 나머지 한 근은 $\frac{4}{5}$ 이다.