

1. 다음 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하면?

2×3^2 , 5^3 , $2^3 \times 5$, $3^2 \times 7$

- ① 22 ② 23 ③ 45 ④ 107 ⑤ 143

해설

$2 \times 3^2 = 2 \times 3 \times 3 = 18$
 $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$
 $2^3 \times 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 40$
 $3^2 \times 7 = 3 \times 3 \times 7 = 63$ 이므로
가장 큰 수는 5^3 , 가장 작은 수는 2×3^2
따라서 두 수의 차는 $125 - 18 = 107$ 이다.

2. 다음 중 자연수 180 를 바르게 소인수분해한 것은?

① $2^4 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $2 \times 3 \times 5^2$

④ $2 \times 3^3 \times 5$

⑤ $3^4 \times 5$

해설

$$2 \overline{) 180}$$

$$2 \overline{) 90}$$

$$3 \overline{) 45}$$

$$3 \overline{) 15}$$

$$5$$

$$\therefore 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

3. 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

① 12, 30

② 13, 39

③ 7, 15

④ 6, 12

⑤ 12, 15

해설

- ① 12와 30의 최대공약수는 6이다.
- ② 13과 39의 최대공약수는 13이다.
- ④ 6과 12의 최대공약수는 6이다.
- ⑤ 12과 15의 최대공약수는 3이다.

4. 다음 중 두 수 A, B 의 공약수가 아닌 수는?

$$A = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7, \quad B = 2 \times 3^3 \times 5^3 \times 11$$

- ① 6 ② 18 ③ 21 ④ 30 ⑤ 45

해설

공약수는 최대공약수의 약수이고
최대공약수 $= 2 \times 3^2 \times 5$ 이므로
③ $21 = 3 \times 7$ 은 공약수가 아니다.

5. 세 수 2×7^2 , $2^2 \times 7 \times 11$, 5×11^2 의 최소공배수는?

① $2 \times 5 \times 7 \times 11$

② $2^2 \times 3 \times 7 \times 11^2$

③ $2^3 \times 5 \times 7^2 \times 11 \times 13$

④ $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$

⑤ $2^2 \times 5^2 \times 7^3 \times 11^2$

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 11^2$ 이다.

6. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5$ 와 $2^a \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

㉠ 13 ㉡ 12 ㉢ 10 ㉣ 8 ㉤ 7

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 이므로

$2^a = 2^3$, $3^b = 3^3$, $c = 7$ 이다.

$\therefore a = 3$, $b = 3$, $c = 7$ 에서 $a + b + c = 13$

7. 두 자연수 A, B 의 최소공배수가 36 일 때, A 와 B 의 공배수 중 200 에 가장 가까운 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 216

해설

최소공배수의 배수인 36, 72, 108, 144, 180, 216, ... 중 200 에 가장 가까운 수는 216 이다.

8. 사생대회 상품으로 학용품을 준비했다. 공책 45 권, 샤프 38 개, 지우개 32 개를 될 수 있는 대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 공책 3 권, 샤프 2 개, 지우개 2 개가 남았다. 몇 명의 학생에게 나누어 주었는가?

① 4 명 ② 6 명 ③ 8 명 ④ 10 명 ⑤ 11 명

해설

학생 수는 $45 \div 3$, $38 \div 2$, $32 \div 2$,
즉 42, 36, 30 의 최대공약수이므로 6 명

9. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 10 이하의 소수는 모두 4 개이다.
- ② 17 은 소수이다.
- ③ 1 을 제외한 모든 홀수는 소수이다.
- ④ 2 는 소수이다.
- ⑤ 소수의 약수는 2 개이다.

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다. 따라서 9 는 홀수이지만 소수가 아니다.

10. 140 에 어떤 자연수를 곱하였더니 자연수 b 의 제곱이 되었다. 곱할 수 있는 자연수 중 가장 작은 자연수를 a 라 할 때, $140 \times a$ 의 값은?

① 3600

② 4900

③ 6400

④ 8100

⑤ 10000

해설

어떤 자연수를 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이면 그 수는 다른 자연수의 제곱이 된다.

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

5 와 7 의 지수가 홀수이므로 제곱수가 되기 위해 곱해 주어야 하는 수는 $5 \times 7 \times x^2$ (x^2 은 자연수) 꼴이다.

따라서 가장 작은 수 $a = 5 \times 7 = 35$ 이다.

$$140 \times 35 = 2^2 \times 5 \times 7 \times 5 \times 7 = (2 \times 5 \times 7)^2 = (70)^2 = 4900$$

11. $48 \times x = y^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{y}$ 의 값은?

① 3

② 4

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$$2^4 \times 3 \times x = y^2$$

가장 작은 $x = 3$,

$$2^4 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = y^2$$

$$y = 2^2 \times 3 = 12$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

12. 다음 중 약수의 개수가 서로 다른 두 수로 짝지어진 것은?

① $8, 3^3$

② $21, 5 \times 7$

③ $45, 2^2 \times 3$

④ $100, 2^{10}$

⑤ $72, 3 \times 5 \times 7^2$

해설

① $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개)이고, 3^3 의 약수의 개수도 $3 + 1 = 4$ (개)이다.

② $21 = 3 \times 7$ 이므로 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)이고, 5×7 의 약수의 개수는 $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)이다.

③ $45 = 3^2 \times 5$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)이고, $2^2 \times 3$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)이다.

④ $100 = 2^2 \times 5^2$ 의 약수의 개수는 $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)이고, 2^{10} 의 약수의 개수는 $10 + 1 = 11$ (개)이다.

⑤ $72 = 2^3 \times 3^2$ 의 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이고, $3 \times 5 \times 7^2$ 의 약수의 $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이다.

13. 882의 약수의 개수와 $2 \times 5^x \times 7^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값은?

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$882 = 2 \times 3^2 \times 7^2$ 의 약수의 개수가 $2 \times 5^x \times 7^2$ 의 약수의 개수와 같으므로

$$(1+1)(2+1)(2+1) = (1+1)(x+1)(2+1) = 18$$

$$\therefore x = 2$$

14. 다음 두 수의 최대공약수를 소인수의 곱으로 나타낸 것은?

108	126
-----	-----

- ① 2×3
- ② $2^2 \times 3$
- ③ $2^2 \times 3^2$
- ④ 2×3^2
- ⑤ 2×3^3

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)108} \\ 2 \overline{)54} \\ 3 \overline{)27} \\ 3 \overline{)9} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)126} \\ 3 \overline{)63} \\ 3 \overline{)21} \\ 7 \end{array}$$

$$108=2^2 \times 3^3$$

$$126=2 \times 3^2 \times 7$$

따라서 최대공약수는 2×3^2 이다.

15. x 는 16, 32, 80의 공배수 중 500보다 작은 자연수일 때, x 값의 개수를 구하여라.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

16, 32, 80의 공배수는 160의 배수이다.
500보다 작은 160의 배수는 160, 320, 480으로 3개이다.

16. 세 자연수의 비가 $2:3:7$ 이고 최소공배수가 672 일 때, 세 자연수의 합에서 최대공약수를 뺀 수는?

① 16 ② 72 ③ 176 ④ 184 ⑤ 192

해설

세 자연수를 $2 \times a, 3 \times a, 7 \times a$ 라 하면

세 수의 최소공배수는

$$2 \times 3 \times 7 \times a = 672 = 2^5 \times 3 \times 7 \text{ 이다.}$$

$$a = 2^4 = 16 \text{ 이므로 세 수는 } 32, 48, 112 \text{ 이다.}$$

$$\therefore 32 + 48 + 112 - 16 = 176$$

17. 사과 24 개와 배 36 개를 될 수 있는대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 몇 명에게 나누어 줄 수 있는가?

① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명 ④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36 \ 24} \\ 2 \overline{) 18 \ 12} \\ 3 \overline{) 9 \ 6} \\ \quad 3 \quad 2 \\ \hline \end{array}$$

$\therefore 2 \times 2 \times 3 = 12$

18. 자연수 x 를 소인수분해하여 곱해진 모든 수들의 합을 $S(x)$ 라 한다.
(단, 1 은 생각하지 않는다.)
예를 들면, $2250 = 2 \times 3^2 \times 5^3$ 이므로 $S(2250) = 2 + 3 + 3 + 5 + 5 + 5 = 23$
이 때, 어떤 자연수 m 을 소인수분해하면 세 종류의 소인수가 나타나고
 $S(m) = 17$ 이라고 한다. 이러한 수 중에서 가장 큰 수와 작은 수의
차를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 108

해설

17 을 세 종류의 소수의 합으로 나타내면,
 $17 = 2 + 2 + 2 + 3 + 3 + 5 = S(360)$
 $17 = 2 + 2 + 3 + 5 + 5 = S(300)$
 $17 = 2 + 2 + 3 + 3 + 7 = S(252)$
 $\therefore 360 - 252 = 108$

19. $42 \times A$ 의 약수의 개수가 16개일 때, 가장 작은 A 의 값과 두 번째로 작은 A 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$2 \times 3 \times 7 \times A$ 약수의 개수가 16개이므로
 A 가 될 수 있는 수는 $2^2, 3^2, 7^2$ 이거나 2, 3, 7 이외의 소수이다.
따라서 가장 작은 값은 $2^2 = 4$,
두 번째로 작은 값은 5
 $\therefore 4 + 5 = 9$

20. 가로 12cm, 세로 16cm 인 직사각형 모양의 카드로 한 번의 길이가 2m 보다 작은 정사각형을 만들 때, 만들 수 있는 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▶ 정답 : 192cm

해설

정사각형의 한 변의 길이는 12와 16의 공배수 중 200보다 작은 자연수이다. 12와 16의 최소공배수는 48이고, 48의 배수 중 200보다 작은 자연수는 48, 96, 144, 192이므로 정사각형의 한 변의 길이는 192cm이다.

21. 자연수 N 을 2 에서 8 까지의 자연수로 나누면 나머지는 모두 1 이다.
이것을 만족하는 N 중에서 1500 에 가장 가까운 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1681

해설

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 의 최소공배수는 840 이므로 구하는 수는 $840 \times 2 + 1 = 1681$ 이다.

22. 어떤 자연수 A 를 두 분수 $\frac{25}{6}, \frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 또 어떤 분수 $\frac{A}{B}$ 를 두 분수 $\frac{25}{6}, \frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과 역시 모두 자연수가 되었다. 가능한 수 중 가장 작은 A , 가장 큰 B 를 구하여 $A + B$ 를 계산하여라.

① 23 ② 25 ③ 27 ④ 33 ⑤ 35

해설

자연수 A 는 두 분수 $\frac{25}{6}, \frac{70}{9}$ 의 분모인 6, 9 의 공배수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 작은 자연수는 6 과 9 의 최소공배수인 18 이다.
분수 $\frac{A}{B}$ 에서 B 는 두 분수 $\frac{25}{6}, \frac{70}{9}$ 의 분자인 25, 70 의 공약수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 큰 자연수는 25 와 70 의 최대공약수인 5 이다.
 $A = 18, B = 5$ 이므로
 $A + B = 23$ 이다.

23. $\left(\frac{1}{3^{18}}\right)^{\frac{1}{n}}$ 은 정수, n 은 정수라 할 때, n 이 될 수 있는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 6 개

▷ 정답 : 6 개

해설

$\left(\frac{1}{3^{18}}\right)^{\frac{1}{n}} = (3^{-18})^{\frac{1}{n}} = 3^{-\frac{18}{n}}$
 $3^{-\frac{18}{n}}$ 이 정수가 되는 n 의 값은
-1, -2, -3, -6, -9, -18로 6개이다.

24. 두 자연수 a, b 는 곱이 4200 이고 합이 145 이다. $a - b$ 를 각각 구하여라.(단, $a > b$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

두 자연수 a, b 를 각각 $a = GA, b = GB$ 라 하면,
 $ab = G^2AB = 4200, a + b = G(A + B) = 145$ 이므로
 $G = 5, AB = 168, A + B = 29$ 이다.
따라서 $A = 21, B = 8$ 이므로 $a = 5 \times 21 = 105, b = 5 \times 8 = 40$ 이고, $a - b = 65$ 이다.

25. 600을 자연수 a 로 나누면 b^2 이 된다고 할 때, 가능한 $\frac{a}{b}$ 의 값 중 두 번째로 큰 값은? (단, b 는 자연수)

- ① $\frac{1}{2}$
- ② 600
- ③ 300
- ④ 150
- ⑤ 75

해설

$\frac{600}{a} = \frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{a}$ 가 제곱수이어야 하므로

$a = 2 \times 3 \times p^2$ (p 는 자연수) 꼴의 600의 약수이다.

$a = 2 \times 3 \times 1^2 = 6$ 일 때,

$\frac{600}{6} = 100 = 10^2 \quad \therefore b = 10$

$a = 2 \times 3 \times 2^2 = 24$ 일 때,

$\frac{600}{24} = 25 = 5^2 \quad \therefore b = 5$

$a = 2 \times 3 \times 5^2 = 150$ 일 때,

$\frac{600}{150} = 4 = 2^2 \quad \therefore b = 2$

$a = 2^3 \times 3 \times 5^2 = 600$ 일 때,

$\frac{600}{600} = 1^2 \quad \therefore b = 1$

$\frac{6}{10} < \frac{24}{5} < \frac{150}{2} < 600$ 이므로

$\frac{a}{b}$ 의 값 중 두 번째로 큰 값은 $\frac{150}{2} = 75$