

1. 한 근이 $1-i$ 인 이차방정식이 $x^2+ax+b=0$ 일 때, 실수 $a+b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

한 근이 $1-i$ 이면 다른 한 근은 $1+i$ 이다.

두 근의 합 : 2,

두 근의 곱 : 2

$\therefore a=-2, b=2$

2. x 에 대한 다항식 $(4x^2-3x+1)^5$ 을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함)의 합은?

- ① 0 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 1024

해설

$(4x^2-3x+1)^5$ 을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면 $(4x^2-3x+1)^5=a_0x^{10}+a_1x^9+a_2x^8+\cdots+a_9x+a_{10}$ 과 같이 된다.

여기서 모든 계수들의 합

$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$ 을 구하려면

$x=1$ 을 대입하면 된다.

즉, $(4-3+1)^5=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$

모든 계수들의 합은 $2^5=32$

3. $f(x) = x^2 - ax + 1$ 이 $x - 1$ 로 나누어 떨어질 때 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$$f(1) = 1^2 - a \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

4. 실수 x, y 에 대하여, 등식 $2x + y + (x - 3y)i = 3 + 2i$ 가 성립할 때, $\frac{x}{y}$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{11}$ ② 11 ③ 7 ④ -7 ⑤ -11

해설

$2x + y = 3, x - 3y = 2$ 이므로

$$x = \frac{11}{7}, y = -\frac{1}{7}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{11}{7} \times -\frac{7}{1} = -11$$

5. 다음이 성립하도록 하는 실수 x 의 값의 범위는?

$$\sqrt{-x^2+5x-6} = -\sqrt{x-3}\sqrt{2-x}$$

- ① $x \geq 2$

② $x \leq 3$

③ $x \leq 2$
- ④ $x \geq 3$

⑤ $2 \leq x \leq 3$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{-x^2+5x-6} &= -\sqrt{(x-3)(2-x)} \\ &= -\sqrt{x-3}\sqrt{2-x}\text{이려면}\end{aligned}$$

$(x-3)(2-x)$ 에서

㉠ $x-3 \leq 0, \quad x \leq 3$

㉡ $2-x \leq 0, \quad x \geq 2$

㉠, ㉡을 동시에 만족시켜야 하므로

$\therefore 2 \leq x \leq 3$

6. 다음 세 개의 3차방정식의 공통근을 구하여라.

$$\begin{aligned}x^3 + 3x^2 - x - 3 &= 0, \quad x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0, \\x^3 - 4x^2 + 5x - 2 &= 0\end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

해설

제 1 식에서 $(x - 1)(x + 1)(x + 3) = 0$

∴ $x = 1, -1, -3$

제 2 식에서 $(x - 1)(x + 1)(x + 2) = 0$

∴ $x = 1, -1, -2$

제 3 식에서 $(x - 1)^2(x - 2) = 0$

∴ $1, 2$

∴ 공통근 : $x = 1$

7. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 4x < 5 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 < x < 2$

해설

부등식 $x^2 - 4 < 0$ 에서 $(x+2)(x-2) < 0$

$\therefore -2 < x < 2 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

$x^2 - 4x < 5$ 에서 $x^2 - 4x - 5 < 0$

$(x+1)(x-5) < 0$

$\therefore -1 < x < 5 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

따라서 구하는 해는 ㉠과 ㉡를

동시에 만족하는 x 의 값이므로

$\therefore -1 < x < 2$

8. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$ 일 때, $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \textcircled{㉠} \text{ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \textcircled{㉡} \text{ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \textcircled{㉢} \text{ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \textcircled{㉣} \text{ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \textcircled{㉤} \text{ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$: 결합법칙

9. $a = 2004, b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21

② 23

③ 25

④ 27

⑤ 29

해설

준 식은 $(a - b)^3$ 이다.

$a - b = 2004 - 2001 = 3$

$\therefore (a - b)^3 = 3^3 = 27$

10. 자연수 $N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$ 의 양의 약수의 개수를 구하여라.(인수분해공식을 이용하여 푸시오.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 49 개

해설

$$\begin{aligned} a^3 + 3a^2 + 3a + 1 &= (a + 1)^3 \\ \therefore N &= 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1 \\ &= (35 + 1)^3 = 36^3 = 2^6 \times 3^6 \\ \therefore \text{약수의 개수} &= (6 + 1) \times (6 + 1) = 49 \end{aligned}$$

11. $x = 1001$ 일 때, $\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4 + 1)(x^2 - 1)}{(x^4 + 1)(x + 1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

12. x^2+ax-9 와 x^2+bx+c 의 합은 $2x^2-4x-6$, 최소공배수는 x^3-x^2-9x+9 이다. $a-b+c$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$A = x^2 + ax - 9 = Gp$
 $B = x^2 + bx + c = Gq$ 라 하면
 $A + B = (p + q)G = 2x^2 - 4x - 6 = 2(x + 1)(x - 3)$
 $L = pqG = x^3 - x^2 - 9x + 9 = x^2(x - 1) - 9(x - 1)$
 $= (x - 1)(x^2 - 9) = (x - 1)(x + 3)(x - 3)$
따라서, $G = x - 3, p = x + 3, q = x - 1$ 이다.
 $\therefore A = (x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$
 $B = (x - 1)(x - 3) = x^2 - 4x + 3$
 $\therefore a = 0, b = -4, c = 3$
 $\therefore a - b + c = 7$

13. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 2(m + a + 2)x + m^2 + a^2 - 2b = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 0 ② 4 ③ 2 ④ -1 ⑤ -3

해설

$$\text{중근 : } \frac{D}{4} = 0$$

m 값에 관계없이 성립 : m 에 대한 항등식

$$\frac{D}{4} = (a + m + 2)^2 - (m^2 + a^2 - 2b) = 0$$

$$m \cdot (2a + 4) + (4 + 4a + 2b) = 0$$

$$2a + 4 = 0, \quad a = -2$$

$$4 + 4a + 2b = 0, \quad b = 2$$

$$\therefore a + b = 0$$

14. 이차방정식 $x^2 - mx + n = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 이차방정식 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근은 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 이다. 이 때, $m^3 + n^3$ 의 값은?

① 36 ② 40 ③ 42 ④ 45 ⑤ 52

해설

$x^2 - mx + n = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로

$\alpha + \beta = m, \alpha\beta = n$

$x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근이 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 이므로

두 근의 합 $(\alpha + \beta) + (\alpha\beta) = m + n = 4$

두 근의 곱 $(\alpha + \beta)\alpha\beta = mn = 1$

$\therefore m^3 + n^3 = (m + n)^3 - 3mn(m + n)$

$= 64 - 12 = 52$

15. 직선 $y = mx - 1$ 은 곡선 $y = x^2 + x$ 와 서로 다른 두 점에서 만나고, 곡선 $y = x^2 - x$ 와는 만나지 않는다고 한다. 이때, 실수 m 의 값의 범위는?

- ① $1 < m < 3$ ② $-1 < m < 3$ ③ $-1 < m < 1$
④ $-3 < m < 1$ ⑤ $-3 < m < -1$

해설

- (i) 직선 $y = mx - 1$ 과 곡선 $y = x^2 + x$ 가 서로 다른 두 점에서 만나므로
이차방정식 $x^2 + (1 - m)x + 1 = 0$ 의 판별식을 D_1 이라하면
 $D_1 = (1 - m)^2 - 4 > 0$ 에서 $m^2 - 2m - 3 > 0$
 $\therefore m < -1$ 또는 $m > 3 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
(ii) 직선 $y = mx - 1$ 과 곡선 $y = x^2 - x$ 는 만나지 않으므로
이차방정식 $x^2 - (m + 1)x + 1 = 0$ 의 판별식을 D_2 라 하면
 $D_2 = (m + 1)^2 - 4 < 0$ 에서 $m^2 + 2m - 3 < 0$
 $\therefore -3 < m < 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
따라서 ①, ②의 공통범위를 구하면
 $-3 < m < -1$

16. 다음 이차함수 중에서 최솟값이 가장 작은 것은?

① $y = 2x^2$

② $y = x^2 + 2x + 1$

③ $y = 2x^2 + 4x + 7$

④ $y = 7x^2 - 2$

⑤ $y = \frac{1}{3}(x+3)^2 - 5$

해설

① $y = 2x^2$: 최솟값은 0 이다.

② $y = x^2 + 2x + 1, y = (x+1)^2$: 최솟값은 0 이다.

③ $y = 2x^2 + 4x + 7 = y = 2(x+1)^2 + 5$: 최솟값은 5 이다.

④ $y = 7x^2 - 2$: 최솟값은 -2 이다.

⑤ $y = \frac{1}{3}(x+3)^2 - 5$: 최솟값은 -5

17. 이차함수 $y = x^2 + bx - a + 16$ 이 $x = 4$ 일 때, 최솟값 -2 를 갖는다.
 a 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -1

해설

이차함수 $y = x^2 + bx - a + 16$ 이 $x = 4$ 일 때, 최솟값이 -2

이므로

$$y = (x - 4)^2 - 2 = x^2 - 8x + 14 = x^2 + bx - a + 16$$

$$\therefore a = 2$$

18. 다음 중 옳지 않은 것은?

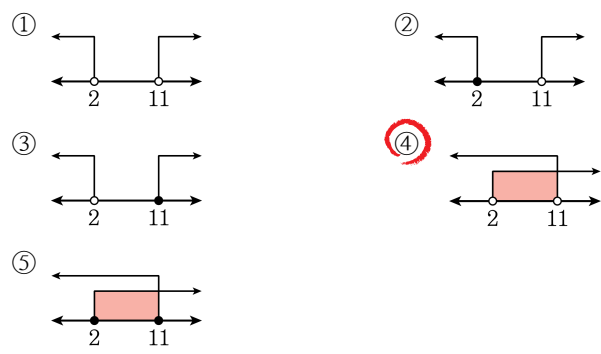
- ① $a > b, c > d$ 이면 $a + c > b + d$ 이다.
- ② $a > b, c > 0$ 이면 $ac > bc$, $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ 이다.
- ③ $a > b > 0$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다.
- ④ $a > b, c > d$ 이면 $ac > bd$ 이다.
- ⑤ $a > b, c < 0$ 이면 $ac < bc$, $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ 이다.

해설

④ $a > b, c > d$ 이면 $ac > bd$
반례 : a, b, c, d 가 음수인 경우는 $ac < bd$

19. 다음 연립부등식의 해를 수직선으로 바르게 나타낸 것은?

$$\begin{cases} 0.2x + 0.1 > 0.5 \\ \frac{x+5}{2} > x-3 \end{cases}$$



해설

$0.2x + 0.1 > 0.5$ 의 양변에 10을 곱하면

$$2x + 1 > 5$$

$$x > 2$$

$\frac{x+5}{2} > x-3$ 의 양변에 2를 곱하면

$$x+5 > 2x-6$$

$$x < 11$$

$$\therefore 2 < x < 11$$

20. $0.2x - 3 < \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} \leq 3 - 0.6x$ 의 해가 $a < x \leq b$ 일 때, $b - a$ 의 값은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

i) $0.2x - 3 < \frac{1}{2}x - \frac{3}{10}$ 의 양변에 10을 곱하면

$$2x - 30 < 5x - 3$$

$$-3x < 27$$

$$x > -9$$

ii) $\frac{1}{2}x - \frac{3}{10} \leq 3 - 0.6x$ 의 양변에 10을 곱하면

$$5x - 3 \leq 30 - 6x$$

$$11x \leq 33$$

$$x \leq 3$$

i), ii)에서 공통된 범위의 해를 구하면 $-9 < x \leq 3$ 이므로
 $a = -9$, $b = 3$ 이다.

따라서 $b - a = 3 - (-9) = 12$

21. 연립부등식 $\begin{cases} x-2 \geq 2x+3 \\ x+2 < a \end{cases}$ 의 해가 $x < -5$ 일 때, a 의 값은 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -3$

해설

$$x-2 \geq 2x+3 \text{ 에서 } -x \geq 5$$

$$\therefore x \leq -5$$

$$x+2 < a \text{ 에서 } x < a-2$$

$$a-2 = -5$$

$$\therefore a = -3$$

22. 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x \leq 3 \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않도록 하는 a 의 값 중 가장 작은 값은?

- ① -3 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 6

해설

$x > a$
 $x \leq 3$
의 공통 부분이 없으려면
 $x > a$ 에서 $a \geq 3$
따라서 a 의 가장 작은 값은 3 이다.

23. 모든 실수 x 에 대하여 $\sqrt{-ax^2+2ax+1}$ 이 0이 아닌 실수일 때, 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $-1 \leq a < 0$ ② $-1 < a \leq 0$ ③ $-1 < a < 0$
 ④ $0 < a \leq 1$ ⑤ $0 \leq a < 1$

해설

모든 실수 x 에 대하여
 $\sqrt{-ax^2+2ax+1}$ 이 0이 아닌 실수하려면
 $-ax^2+2ax+1 > 0$,
 즉 $ax^3-2ax-1 < 0$ 이어야 한다.
 (i) $a = 0$ 일 때,
 $-1 < 0$ 이므로 부등식은 항상 성립한다.
 (ii) $a \neq 0$ 일 때, $a < 0 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
 $ax^2-2ax-1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
 $\frac{D}{4} = a^2 + a < 0$, $a(a+1) < 0$
 $\therefore -1 < a < 0 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
 $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 의 공통 범위를 구하면
 $-1 < a < 0$
 (i), (ii)에서 $-1 < a \leq 0$

24. x 에 대한 항등식 $(1+2x-x^2)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{10}x^{10}$ 에서 $3a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10}$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

i) 항등식의 상수항 : $a_0 = 1$
ii) 항등식에 $x = 1, x = -1$ 을 대입하여 식을 만든다.
 $x = 1$ 을 대입하면 $2^5 = a_0 + a_1 + \cdots + a_{10} \cdots \textcircled{1}$
 $x = -1$ 을 대입하면 $(-2)^5 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 \cdots + a_{10} \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1} + \textcircled{2}$: $0 = 2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10})$
 $\therefore a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10} = 0$
 $3a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{10} = 2(\because a_0 = 1)$

25. $6[x]^2 - 31[x - 1] - 13 < 0$ 을 풀면? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

① $-3 \leq x < 3$

② $-2 \leq x < 5$

③ $0 \leq x < 3$

④ $1 \leq x < 5$

⑤ $1 \leq x < 6$

해설

$n \leq [x] < n + 1$ 에서
 $n - 1 < [x - 1] < n$ 이므로
 $[x - 1] = [x] - 1$
 $\therefore 6[x]^2 - 31[x - 1] - 13$
 $= 6[x]^2 - 31([x] - 1) - 13$
 $= 6[x]^2 - 31[x] + 18 < 0$
 $\therefore (2[x] - 9)(3[x] - 2) < 0$
 $\frac{2}{3} < [x] < \frac{9}{2}$
 $\therefore 1 \leq [x] \leq 4$ 이므로
 $[x] = 1, 2, 3, 4$
 $\therefore 1 \leq x < 5$