

1. 지수법칙을 이용하여 $2^7 \times 5^5$ 은 몇 자리 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 수

▷ 정답 : 6자리 수

해설

$$2^7 \times 5^5 = 2^5 \cdot 2^2 \times 5^5 = (2 \times 5)^5 \times 4 = 4 \times 10^5$$

2. $2^{12} \times 3^2 \times 5^{10}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 수

▷ 정답 : 12자리 수

해설

$$\begin{aligned} 2^{12} \times 3^2 \times 5^{10} &= 2^{10} \times 2^2 \times 3^2 \times 5^{10} \\ &= 2^2 \times 3^2 \times (2 \times 5)^{10} \\ &= 2^2 \times 3^2 \times (10)^{10} \\ &= 36 \times (10)^{10} \end{aligned}$$

따라서 12 자리의 수이다.

3. $5^x + 5^x + 5^x + 5^x + 5^x$ 을 간단히 나타내면?

- ① 5^{x+1} ② 5^{5x} ③ 25^x ④ 5^{x+2} ⑤ 5^{x+3}

해설

$$5 \times 5^x = 5^{x+1}$$

4. $3^5 + 3^5 + 3^5$ 을 3 의 거듭제곱으로 간단히 나타내면?

① 3^3

② 3^6

③ 3^9

④ 3^{12}

⑤ 3^{15}

해설

$$3^5 + 3^5 + 3^5 = 3 \times 3^5 = 3^6$$

5. $2^{x+4} = 4^{x-1}$ 이 성립할 때, x 의 값은?

① -1

② 1

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

$$2^{x+4} = 2^{2(x-1)}$$

$$x+4 = 2(x-1)$$

$$\therefore x = 6$$

6. $3^{2x+1} = 27^{x-2}$ 이 성립할 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} 3^{2x+1} &= (3^3)^{x-2} \\ 2x+1 &= 3(x-2) \\ \therefore x &= 7 \end{aligned}$$

7. $3^x \div 3^2 = 81$, $3^5 + 3^5 + 3^5 = 3^y$ 일 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$3^x \div 3^2 = 3^{x-2} = 3^4$$

$$x - 2 = 4$$

$$\therefore x = 6$$

$$3^5 + 3^5 + 3^5 = 3 \cdot 3^5 = 3^6 = 3^y$$

$$\therefore y = 6$$

$$x = 6, y = 6, x - y = 0$$

8. $\frac{3^5 + 3^5 + 3^5}{4^3 + 4^3 + 4^3 + 4^3} \times \frac{2^5 + 2^5}{9^2 + 9^2 + 9^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{4}$

해설

$$3^5 + 3^5 + 3^5 = 3 \times 3^5 = 3^6$$

$$4^3 + 4^3 + 4^3 + 4^3 = 4 \times 4^3 = 4^4 = 2^8$$

$$2^5 + 2^5 = 2 \times 2^5 = 2^6$$

$$9^2 + 9^2 + 9^2 = 3 \times 3^4 = 3^5$$

$$\therefore \frac{3^6}{2^8} \times \frac{2^6}{3^5} = \frac{3}{4}$$

9. $\frac{3^6 + 3^6 + 3^6}{5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6} \times \frac{4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6}{2^6 + 2^6} = \left(\frac{n}{m}\right)^7$ 일 때, $m+n$ 의 값은? (단, $\frac{n}{m}$ 은 기약분수이다.)

- ① 6 ② 9 ③ 11 ④ 16 ⑤ 17

해설

$$\begin{aligned} 3^6 + 3^6 + 3^6 &= 3^6 \times 3 = 3^7 \\ 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 &= 5^6 \times 5 = 5^7 \\ 4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6 &= 4^6 \times 4 = 4^7 \\ 2^6 + 2^6 &= 2^6 \times 2 = 2^7 \\ \frac{3^6 + 3^6 + 3^6}{5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6} \times \frac{4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6}{2^6 + 2^6} &= \frac{3^7}{5^7} \times \frac{4^7}{2^7} = \left(\frac{3}{5}\right)^7 \times \left(\frac{4}{2}\right)^7 \\ &= \left(\frac{3 \times 4}{5 \times 2}\right)^7 = \left(\frac{6}{5}\right)^7 \\ \therefore \frac{n}{m} &= \frac{6}{5} \\ \therefore m+n &= 5+6=11 \end{aligned}$$

10. $\frac{9^{2x-3}}{3^{x+2}} = 81$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\frac{9^{2x-3}}{3^{x+2}} = \frac{3^{4x-6}}{3^{x+2}} = 3^{3x-8} = 81 = 3^4$$

$$\therefore 3x - 8 = 4, \quad x = 4$$

11. $2^{x+2} + 2^x = 160$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2^{x+2} + 2^x = 5 \times 2^x = 160$$

$$2^x = 32 = 2^5$$

$$\therefore x = 5$$

12. $4^{4x+2} = 8^{2x+4}$ 일 때, x 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$(2^2)^{4x+2} = (2^3)^{2x+4}$$

$$2^{8x+4} = 2^{6x+12}$$

$$8x + 4 = 6x + 12$$

$$\therefore x = 4$$

13. $a = 4^9$, $b = 5^{12} + 5$ 일 때, $a \times b$ 는 n 자리의 자연수이다. 이 때, n 의 값은?

① 12 ② 14 ③ 17 ④ 18 ⑤ 20

해설

$4^9(5^{12} + 5) = 2^{18} \times 5^{12} + 2^{18} \times 5$
 $= (2 \times 5)^{12} \times 2^6 + (2 \times 5) \times 2^{17}$
이 때 $(2 \times 5)^{12} \times 2^6 > (2 \times 5) \times 2^{17}$ 이므로
 $(2 \times 5) \times 2^{17}$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.
 $(2 \times 5)^{12} \times 2^6 = 64 \times (2 \times 5)^{12}$
따라서 n 은 14 자리의 자연수이다.

14. $\frac{2^{15} \times 15^{20}}{45^{10}}$ 은 몇 자리의 수인가?

① 8 자리

② 10 자리

③ 11 자리

④ 12 자리

⑤ 13 자리

해설

$$\begin{aligned}\frac{2^{15} \times 15^{20}}{45^{10}} &= \frac{2^{15} \times (3 \times 5)^{20}}{(3^2 \times 5)^{10}} \\ &= \frac{2^{15} \times 3^{20} \times 5^{20}}{3^{20} \times 5^{10}} \\ &= 2^{15} \times 5^{10} \\ &= 2^5 \times 2^{10} \times 5^{10} \\ &= 32 \times 10^{10}\end{aligned}$$

따라서 12 자리의 수이다.

15. $3^{2x} + 3^{2x} + 3^{2x}$ 을 간단히 나타내면?

① 3^{x+1}

② 3^{3x}

③ 27^x

④ 3^{2x+1}

⑤ 3^{3x+1}

해설

$$3 \times 3^{2x} = 3^{2x+1}$$

16. $x = \frac{1}{9}$ 일 때, $x^{\frac{1}{x}}$ 을 3 의 거듭제곱으로 나타내면?

- ① 3^6 ② 3^9 ③ 3^{18} ④ 3^{-12} ⑤ 3^{-18}

해설

$x = \frac{1}{9}$ 일 때, $\frac{1}{x} = 9$ 이므로

$$x^{\frac{1}{x}} = \left(\frac{1}{9}\right)^9 = \left(\frac{1}{3^2}\right)^9 = \frac{1}{3^{18}} = 3^{-18}$$

17. $(x^2y^az^b)^c = x^6y^{12}z^3$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$(x^2y^az^b)^c = x^{2c}y^{ac}z^{bc} = x^6y^{12}z^3$$

$$2c = 6, ac = 12, bc = 3$$

$$c = 3, a = 4, b = 1$$

$$\therefore a + b + c = 8$$

18. $(x^3y^az)^b = x^{12}y^{16}z^c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

$$x^{3b}y^{ab}z^b = x^{12}y^{16}z^c$$

i) $3b = 12, b = 4$

ii) $ab = 16, 4a = 16, a = 4$

iii) $b = c, c = 4$

따라서 $a + b + c = 12$ 이다.

19. $(x^a)^4 = x^{16} \div x^a \div x$ 일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^{4a} = x^{16-a-1} = x^{15-a}, \quad 4a = 15 - a$$

$$\therefore a = 3$$

20. $(x^4)^3 \div (x^a)^2 = x^2$, $(y^3)^b \div y^9 = 1$, $x^8 \div (x^2)^c \div x = \frac{1}{x}$ 을 만족할 때,
 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} (x^4)^3 \div (x^a)^2 &= x^{12} \div x^{2a} = x^2 \\ 12 - 2a &= 2 \\ \therefore a &= 5 \\ (y^3)^b \div y^9 &= y^{3b} \div y^9 = 1 = y^0, \quad 3b - 9 = 0 \\ \therefore b &= 3 \\ x^8 \div (x^2)^c \div x &= x^8 \div x^{2c} \div x = \frac{1}{x} = x^{-1}, \quad 8 - 2c - 1 = -1 \\ \therefore c &= 4 \\ a = 5, \quad b = 3, \quad c = 4 \\ \therefore a + b - c &= 4 \end{aligned}$$

21. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ①

$a^6 \div a^3 = a^3$
- ②

$b^6 \div b^{12} = \frac{1}{b^2}$
- ③

$a^8 \div a^2 \div a^2 = a^4$
- ④

$c^9 \div c^{10} = \frac{1}{c}$
- ⑤

$y^2 \div y^3 \times y^5 = y^4$

해설

- ①

$a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$
- ②

$b^6 \div b^{12} = b^{6-12} = b^{-6} = \frac{1}{b^6}$
- ③

$a^8 \div a^2 \div a^2 = a^{8-2-2} = a^4$
- ④

$c^9 \div c^{10} = c^{9-10} = c^{-1} = \frac{1}{c}$
- ⑤

$y^2 \div y^3 \times y^5 = y^{2-3+5} = y^4$

22. 다음 중 $a^5 \div a^2 \div a$ 과 계산 결과가 같은 것은?

- ① $a^5 \div (a^2 \div a)$ ② $a^5 \div (a^2 \times a)$ ③ $a^5 \times (a^2 \div a)$
④ $a^5 \div a^2 \times a$ ⑤ $a^5 \times a^2 \div a$

해설

$a^5 \div a^2 \div a = a^{5-2-1} = a^2$ 이므로 $a^5 \div (a^2 \times a)$ 이다.

23. 자연수 n 이 홀수일 때, 다음 식의 값은?

$(-1)^n \times (-1)^{n+1} \times (-1)^{n+2} \times (-1)^{2n} \times (-1)^{2n+1}$

- ① -1
- ② 0
- ③ 1
- ④ -2
- ⑤ -3

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (-1)^{n+n+1+n+2+2n+2n+1} \\ &= (-1)^{7n+4} \\ &= -1 \quad (\because n \text{은 홀수})\end{aligned}$$

24. $3^{x-1} = X$ 일 때, 27^x 을 X 에 관한 식으로 나타낸 것은?

- ① $3X^3$ ② $9X^3$ ③ $27X^3$ ④ $\frac{1}{9}X^3$ ⑤ $\frac{1}{27}X^3$

해설

$$\begin{aligned} 3^{x-1} &= X \text{ 이므로 } 3^x \div 3 = X & \therefore 3^x &= 3X \\ 27^x &= (3^3)^x = (3^x)^3 = (3X)^3 = 3^3 X^3 = 27X^3 \end{aligned}$$

25. $9^2 = a$ 일 때, 81^3 을 a 를 이용하여 나타낸 것은?

- ① $\frac{1}{a^2}$ ② a^2 ③ $\frac{1}{a^3}$ ④ a^3 ⑤ a^4

해설

$$9^2 = (3^2)^2 = 3^4 = a$$

$$81^3 = (3^4)^3 = a^3$$

26. $3^x + 3^x + 3^x$ 을 간단히 나타내면?

- ① 3^{x+1} ② 3^{3x} ③ 27^x ④ 3^{x+2} ⑤ 3^{x+3}

해설

$$3 \times 3^x = 3^{x+1}$$

27. 다음 중 식을 바르게 정리한 것을 고르면?

① $a^2 \times (a^3)^2 = a^7$

② $x^5 \div x^3 \times x^2 = 1$

③ $a^3 \div a^2 \div a = 0$

④ $x^2 \times x^3 \div x^5 = 1$

⑤ $a^3 \div a \times a = a$

해설

① $a^2 \times a^6 = a^8$

② $x^{5-3+2} = x^4$

③ $a^3 \div a^2 \div a = 1$

⑤ $a^{3-1+1} = a^3$

이므로 ④가 답이다.

28. $\left(-\frac{x}{3y^2}\right)^3$ 을 간단히 하면?

① $\frac{x^3}{27y^6}$

④ $\frac{x^6}{27y^6}$

② $-\frac{x^3}{27y^6}$

⑤ $-\frac{x^3}{27y^3}$

③ $-\frac{x^6}{27y^6}$

해설

$$\left(-\frac{x}{3y^2}\right)^3 = -\frac{x^3}{27y^6}$$

29. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\left(\frac{2yz}{x}\right)^2 = \frac{4y^2z^2}{x^2}$

③ $\left(-\frac{x}{2y^2}\right)^2 = -\frac{x^2}{4y^4}$

⑤ $\left(\frac{xy}{2}\right)^3 = \frac{x^3y^3}{8}$

② $\left(-\frac{x^2}{3}\right)^3 = -\frac{x^6}{27}$

④ $\left(\frac{2}{x}\right)^4 = \frac{16}{x^4}$

해설

$\left(-\frac{x}{2y^2}\right)^2 = \frac{x^2}{4y^4}$ 이므로 옳지 않은 것은 ③ 이다.

30. $\left(\frac{2x^a}{y}\right)^b = \frac{16x^4}{y^c}$ 일 때, $a + b - c$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\frac{2^b x^{ab}}{y^b} = \frac{2^4 x^4}{y^c}$$

$$b = 4, c = 4$$

$$ab = 4, a = 1$$

$$\therefore a + b - c = 1$$

31. $(-2x^2y)^a \times \left(-\frac{y^2}{2x}\right)^b = -2x^4y^7$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

우변 x^4y^7 항의 계수가 -2 이므로 $a > b$ 이고,

a, b 중 하나만 홀수 y^7 이므로

$a = 3, b = 2$

$\therefore a + b = 5$

32. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\left(\frac{yz}{x}\right)^2 = \frac{y^2z^2}{x^2}$
③ $\left(\frac{x}{2y^2}\right)^3 = \frac{x^3}{8y^6}$
⑤ $\left(-\frac{xy}{2}\right)^4 = \frac{x^4y^4}{16}$

② $\left(-\frac{2x^2}{3}\right)^3 = -\frac{8x^2}{27}$
④ $\left(\frac{3}{x}\right)^4 = \frac{81}{x^4}$

해설

$\left(-\frac{2x^2}{3}\right)^3 = -\frac{8x^6}{27}$ 이므로 옳지 않은 것은 ②이다.

33. 다음 식을 만족하는 최대의 자연수 n 에 대하여, $n-a+2b-c$ 의 값은?

$$(x^a y^b z^c)^n = x^{56} y^{64} z^{88}$$

- ① -2 ② 0 ③ 4 ④ 6 ⑤ 10

해설

56 , 64 , 88 의 최대공약수는 8 이다.
따라서 $n = 8$ 이고, $a = 7$, $b = 8$, $c = 11$ 이다.
그러므로 $n - a + 2b - c = 8 - 7 + 16 - 11 = 6$ 이다.

34. $3^2 = A$, $2^3 = B$ 라 할 때, 18^3 을 A , B 를 이용하여 나타내면?

- ① AB^3 ② A^3B ③ A^2B^3 ④ A^2B ⑤ A^3B^2

해설

$$18^3 = (2 \times 3^2)^3 = 2^3 \times (3^2)^3 = B \times A^3 = A^3B \text{이다.}$$