

1. 다음 등식 $a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1) = 2x^2 - 3x - 2$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면, $2a = -2$

$$\therefore a = -1$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면, $-b = -3$

$$\therefore b = 3$$

양변에 $x = 2$ 을 대입하면, $2c = 0$

$$\therefore c = 0$$

$$\therefore abc = 0$$

2. a, b 는 정수이고, $ax^3 + bx^2 + 1 \mid x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때, b 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$\begin{aligned} ax^3 + bx^2 + 1 \\ = (x^2 - x - 1)(ax - 1) \\ = ax^3 - (1 + a)x^2 + (1 - a)x + 1 \\ \text{양변의 계수를 비교하면} \\ -(1 + a) = b, 1 - a = 0 \\ \therefore a = 1, b = -2 \end{aligned}$$

3. 다항식 $f(x)$ 를 두 일차식 $x - 1, x - 2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$ 를 $x^2 - 3x + 2$ 로 나눌 때 나머지는?

- ① $x + 3$ ② $-x + 3$ ③ $x - 3$
④ $-x - 3$ ⑤ $-x + 1$

해설

$f(x)$ 를 $x - 1, x - 2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로
 $f(1) = 2, f(2) = 1$, 구하는 나머지를 $ax + b$ 라 하자.

$$\begin{aligned}f(x) &= (x^2 - 3x + 2)Q(x) + ax + b \\&= (x - 1)(x - 2)Q(x) + ax + b\end{aligned}$$

양변에 각각 $x = 1, x = 2$ 를 대입하면

$$f(1) = a + b = 2, f(2) = 2a + b = 1$$

두 식을 연립하여 구하면 $a = -1, b = 3$

$$\therefore \text{구하는 나머지는 } -x + 3$$

4. x^3 의 항의 계수가 1인 삼차 다항식 $P(x)$ 가 $P(1) = P(2) = P(3) = 0$ 을 만족할 때, $P(4)$ 의 값은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

인수정리에 의해
 $P(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$
 $P(4) = 3 \times 2 \times 1 = 6$

5. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 - x + b$ 를 $x - 3$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. $a + b + c + d + k$ 의 값을 구하면?

$$\begin{array}{c|cccc} k & 1 & a & -1 & b \\ & & c & d & 33 \\ \hline 1 & 1 & 4 & 11 & 37 \end{array}$$

- ① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

해설

다항식 $x^3 + ax^2 - x + b$ 를 $x - 3$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{c|cccc} 3 & 1 & a & -1 & b \\ & & 3 & 3a + 9 & 9a + 24 \\ \hline 1 & a + 3 & 3a + 8 & 9a + 24 \end{array}$$

○|때 $k = 3$, $c = 3$, $a + 3 = 4$, $3a + 9 = d$, $9a + b + 24 = 37$
○|므로

$k = 3$, $c = 3$, $a = 1$, $d = 12$, $b = 4$

따라서 $a + b + c + d + k = 1 + 4 + 3 + 12 + 3 = 23$