1. 어떤 수를 7 로 나누었더니 몫이 5 이고, 나머지가 3 이었다. 이 수를 4 로 나누었을 때의 나머지는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

(어떤 수) $= 7 \times 5 + 3 = 4 \times 9 + 2$ 이므로 나머지는 2 이다.

2. 다음 중 소수는?

① 33 ② 63 ③ 57 ④ 77 ⑤ 101

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.
따라서 소수는 101 이다.

3. 72 를 소인수분해하면 $a^3 \times b^2$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$

따라서 $a = 2,\ b = 3$

$a + b = 5$

4. 다음 중 420 의 소인수가 아닌 것은?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 11

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로 소인수는 2, 3, 5, 7

5. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88일 때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고
$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2 의 지수가 4 이므로
$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.
같은 방식으로
$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11 의 지수가 3 이므로
$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.
따라서 $a = 3,\ b = 1$

6. 다음 세 수의 공약수의 개수를 구하면?

$2^3 \times 3^2 \times 5, \quad 2^2 \times 3^3 \times 7, \quad 2^3 \times 3^2$

① 4 개 ② 6 개 ③ 8 개 ④ 9 개 ⑤ 10 개

해설

세 수의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
공약수는 최대공약수의 약수이다.
따라서 $2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수가 $(2+1) \times (2+1) = 9$(개)이므로
공약수의 개수는 9 개이다.

7. 두 자연수의 최소공배수가 24 일 때, 두 수의 공배수 중 100 이하인 것을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 24

▷ 정답: 48

▷ 정답: 72

▷ 정답: 96

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로 최소공배수인 24 의 배수들 중 100 이하인 수를 찾는다.

8. 두 자연수 $6\times x$, $10\times x$ 의 최소공배수가 90 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$6\times x = 2\times 3\times x$, $10\times x = 2\times 5\times x$ 의 최소공배수는 $2\times 3\times 5\times x = 90$
따라서 $x = 3$ 이다.

9. 1 에서 100 까지의 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다.

$$(1,\ 2,\ 3),\ (2,\ 3,\ 4),\ (3,\ 4,\ 5),\ \cdots,\ (98,\ 99,\ 100)$$

이

때, 세 수의 합이 21 의 배수인 것은 모두 몇 묶음인지 구하면?

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

연속하는 세 개의 자연수를

$(a-1,\ a,\ a+1)\ (2 \le a \le 99)$ 라 하면,

$(a-1)+(a)+(a+1)=$(21 의 배수)

$\Rightarrow 3a =$ (21 의 배수)

$\Rightarrow a =$ (7 의 배수)

$\therefore\ 2 \le a \le 99$ 일 때, 7 의 배수는 14 개

10. 540 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수는?

① 3 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 15

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$

$540 \times x$ 가 제곱수가 되기 위한 가장 작은 x 는 $3 \times 5 = 15$

11. 두 자연수 $2^a \times 3$ 과 $2^3 \times 3^b \times 5$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로, $a=4,\ b=2$ 이다.

$\therefore a+b=4+2=6$

12. 사과 24 개와 배 36 개를 가능한 한 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려고 할 때, 몇 명에게 나누어 줄 수 있는가?

① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명 ④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

24 와 36 의 최대공약수를 구한다.

$$\begin{array}{r|ll} 2 & 24 & 36 \\ \hline 2 & 12 & 18 \\ \hline 3 & 6 & 9 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

$\therefore 2 \times 2 \times 3 = 12$

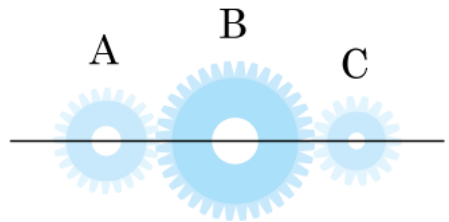
13. 현서는 3 일에 한 번, 소윤이는 4 일에 한 번 도서관에 간다고 한다. 9 월 26 일에 같이 도서관에 갔다면 현서와 소윤이는 10 월 달에 도서관에서 몇 번이나 만나게 되는지 구하여라.

① 1번 ② 2번 ③ 3번 ④ 4번 ⑤ 5번

해설

3 과 4 의 최소공배수는 12 이므로 9 월 26 일부터 12 일 후인 10 월 8 일, 그 12 일 후인 10 월 20 일, 그 12 일 후는 11 월 1 일이므로, 현서와 소윤이는 10 월 달에 2 번 만나게 된다.

14. 톱니의 수가 각각 24, 36, 18 개인 톱니바퀴 A, B, C 가 다음 그림과 같이 서로 맞물려 있다. 세 톱니바퀴가 회전하기 시작하여 모두 다시 처음의 위치로 돌아오려면 C 는 최소한 몇 바퀴를 회전해야 하는지 구하여라.



▶ 답 : 바퀴

▷ 정답 : 4바퀴

해설

24, 36, 18 의 최소공배수는 72,

∴ C 바퀴의 회전수는 $72 \div 18 = 4$ (바퀴) 이다.

15. 가로의 길이가 16cm , 세로의 길이가 24cm , 높이가 10cm 인 벽돌을 쌓아서 되도록 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 정육면체의 한 모서리의 길이와 필요한 벽돌의 개수를 옳게 구한 것은?

① 120cm , 1800 개
② 120cm , 3000 개
③ 200cm , 3600 개
④ 240cm , 3600 개
⑤ 360cm , 1800 개

해설

벽돌의 한 모서리의 길이는 16, 24, 10 의 최소공배수이므로 240 이다.
한 모서리의 길이는 240cm 이고,
필요한 벽돌의 개수는
$(240 \div 16) \times (240 \div 24) \times (240 \div 10) = 15 \times 10 \times 24 = 3600$ (개)
이다.

16. 세 자연수 8, 10, 12 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3이 되는 100 보다 크고 300 보다 작은 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

구하는 자연수는 (8, 10, 12 의 최소공배수)+3 의 꼴이다.
8, 10, 12 의 최소공배수가 120 이므로
120 의 배수는 120, 240, 360, 480, ···
따라서 조건을 만족하는 100 보다 크고 300 보다 작은 자연수는
123, 243 이고, 2 개이다.

17. 두 분수 $\frac{1}{8}$ 과 $\frac{1}{12}$ 의 어느 것에 곱해도 자연수가 되는 100 미만의 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

두 분수가 자연수가 되려면, n 은 8 과 12 의 공배수이어야 한다.
공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이어야 한다.
n 의 값 중 가장 작은 수는 24 이다.
따라서 100 미만의 자연수이므로 24, 48, 72, 96 이고 4 개이다.

18. T, S, L 은 $T \times S \times L = 715$ 을 만족하는 서로 다른 자연수이다. 이 때, $T + S + L$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$715 = 5 \times 11 \times 13$ 이고, 합의 최솟값을 구하므로, T, S, L 는 5, 11, 13 이 된다.

19. 100 이하의 자연수 중에서 약수의 개수가 홀수인 수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

약수의 개수가 홀수인 자연수는 제곱수이므로
$1^2, 2^2, \cdots, 10^2$ 의 10 개가 있다.

20. $A = 3^5 \times \square$ 의 약수가 18 개일 때, □ 안에 들어갈 수 있는 최소의 자연수는?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$A = 3^5 \times \square$ 에서

약수의 개수가 18 개이면 $\square$ 가 가장 작은 소인수 2 일 때

$\square = 2^2 = 4$

21. 최대공약수가 24인 두 자연수 a, b에 대해 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 1, 2, 24는 a, b의 공약수이다.

② 12는 a, b의 공약수이다.

③ a, b의 공약수는 모두 8개이다.

④ 10은 a, b의 공약수가 아니다.

⑤ 3, 6, 8, 36는 a, b의 공약수이다.

해설

a, b의 공약수는 24의 약수와 같으므로 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이다.

⑤ 36은 a, b의 공약수가 아니다.

22. 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 45 cm, 60 cm, 90 cm 인 상자 속에 정육면체 모양의 과자 상자를 넣으려고 한다. 과자 상자를 될 수 있는 한 적게 사용하려고 할 때, 상자의 한 모서리의 길이와 상자의 개수를 차례대로 구하여라.

▶ 답 : cm

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 15 cm

▷ 정답 : 72 개

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm 라 할 때,
x 는 45, 60, 90 의 최대공약수
$45 = 3^2 \times 5$, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$, $90 = 2 \times 3^2 \times 5$
$\therefore\ x = 3 \times 5 = 15$ (cm)
$45 = 15 \times 3$, $60 = 15 \times 4$, $90 = 15 \times 6$
$\therefore\ 3 \times 4 \times 6 = 72$ (개)

23. 75 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 곱해야 할 수는?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 어떤 자연수의 제곱이 되도록 하기 위해 곱해 주어야 할 수 중 가장 작은 수는 3이다.

24. 분모가 24 인 기약분수 중 2 보다 크고 3 보다 작은 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\frac{48}{2} < \frac{x}{24} < \frac{72}{24}$, $24 = 2^3 \times 3$

→ x 는 48 보다 크고 72 보다 작은 수 중 2×3 과 서로소인 수이다.

→ $x = 49, 53, 55, 59, 61, 65, 67, 71$

∴ 분모가 24 인 기약분수 중 2 보다 크고 3 보다 작은 수의 합= $\frac{(49 + 53 + 55 + 59 + 61 + 65 + 67 + 71)}{24} = 20$

25. 세 자연수 18 , 45 , x 의 최대공약수가 9 , 최소공배수가 270 일 때, x 가 될 수 있는 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

▷ 정답 : 54

▷ 정답 : 135

▷ 정답 : 270

해설

270 의 약수는 $1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 27, 30, 45,$
$54, 90, 135, 270$ 이다.
이 수 중 $18, 45$ 과 최대공약수가 9 , 최소공배수가 270 을 만족하는 수를 찾으면
$x = 27, 54, 135, 270$