

1. $\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = -1$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 아닌 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 2

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 14

해설

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = \left(\frac{2}{-2i}\right)^n = i^n$$

$i^n = -1$ 이 성립하려면 $n = 4m + 2$ ($m \geq 0$)

③ : $8 = 4 \times 2 + 0$

2. 그래프의 모양이 $y = -2x^2$ 과 같고 $x = 1$ 일 때 최댓값 5 를 갖는다. 이때, 이 함수의 식은?

① $y = -2x^2 - 4x + 4$

② $y = -2x^2 - 4x + 5$

③ $y = -2x^2 + 4x - 3$

④ $y = -2x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - x + 5$

해설

꼭짓점의 좌표가 (1, 5), x^2 의 계수가 -2 이므로

$$y = -2(x - 1)^2 + 5$$

$$= -2(x^2 - 2x + 1) + 5$$

$$= -2x^2 + 4x + 3$$

$$\therefore y = -2x^2 + 4x + 3$$

3. $x(x-1)(x+1)-6=0$ 의 세근을 구하면?

① 2, -1, -3 ② -2, 1, -3 ③ 2, 1, -3

④ -2, $-1 \pm \sqrt{2}i$ ⑤ 2, $-1 \pm \sqrt{2}i$

해설

$$\text{준식} = x(x^2 - 1) - 6 = x^3 - x - 6 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 0 & -1 & -6 \\ & & 2 & 4 & 6 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 0 \end{array}$$

$$(x-2)(x^2+2x+3) = 0$$

$$\therefore x = 2, -1 \pm \sqrt{2}i$$

4. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $x+y$

값이 될 수 없는 것은?

① $3\sqrt{2}$

② 4

③ $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ 에서

$(x-y)(x-2y) = 0 \therefore x = y$ 또는 $x = 2y$

i) $x = y$ 일 때

$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$

$x = \pm 2, y = \pm 2$

ii) $x = 2y$ 일 때

$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$

$y = \pm \sqrt{2}, x = \pm 2\sqrt{2}$

$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$

5. 다음 안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (\text{}x^2 + \text{}x + \text{}) = x + 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 +$ $x +$ $= A$ 라 하면

$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div A = x + 2$

$\therefore A = (x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (x + 2)$

$\therefore A = x^2 + 2x - 1$ 이므로

안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, -1이다.

6. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x+1)(y+1)(z+1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$\begin{aligned} & (x+1)(y+1)(z+1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

7. $(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4(2x - 1)^7$ 을 전개했을 때, 모든 계수들의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4 \cdot (2x - 1)^7$
 $= a_0x^{19} + a_1x^{18} + a_2x^{17} + \dots + a_{19}$ 로 놓으면
계수들의 총합 $a_0 + a_1 + \dots + a_{19}$ 는 양변에 $x = 1$ 을 대입한
결과와 같으므로 항등식의 성질에서
 $(1 + 2 - 3 + 2)^4 \cdot (2 - 1)^7 = 2^4 = 16$

8. 두 다항식 $f(x) = x^2 + 3x + a$, $g(x) = x^3 + ax$ 를 $x+2$ 로 나눈 나머지가 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$f(x) = x^2 + 3x + a$, $g(x) = x^3 + ax$ 에서
 $f(-2) = g(-2)$ 이므로
 $4 - 6 + a = -8 - 2a$
 $\therefore a = -2$

9. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$, $x+2$ 로 나누었을 때, 나머지가 각각 5, 3이라 한다. 이 때, 다항식 $f(x)$ 를 x^2-4 로 나눈 나머지를 구하면 $ax+b$ 이다. $4a+b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$f(2) = 5, f(-2) = 3$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 2)(x + 2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

$$f(2) = 2a + b = 5, f(-2) = -2a + b = 3$$

$$a = \frac{1}{2}, b = 4$$

10. 다항식 $x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하였을 때, 그 인수들의 합을 구하면?

① $x + 2y + 1$

② $x + y - 3$

③ $2x + 3y + 2$

④ $x + y - 2$

⑤ $2x + 3y - 1$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + 2y^2 - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + (y - 2)(2y + 1) \\ &= (x + y - 2)(x + 2y + 1) \end{aligned}$$

11. 이차항의 계수가 1인 두 이차다항식 A, B 의 최대공약수가 $x+2$ 이고 최소공배수가 x^3+x^2-4x-4 이다. $A+B=ax^2+bx+c$ 를 만족하는 상수 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$\begin{aligned}x^3+x^2-4x-4 &= (x+2)(x+1)(x-2) \\ \text{두 다항식은 각각 } &(x+2)(x+1), (x+2)(x-2) \\ A+B &= (x+2)(x-2) + (x+2)(x+1) \\ &= 2x^2+3x-2 = ax^2+bx+c \\ \therefore a=2, b=3, c &= -2 \\ \therefore a+b+c &= 3\end{aligned}$$

12. 복소수 $(1+2i)x - (2+i)y + i$ 를 제곱하였더니 -9 가 되었다. 이 때, $x+y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이고 x, y 는 실수이다.)

- ① 2 또는 -4 ② 2 또는 -3 ③ -1 또는 3
④ -1 또는 -3 ⑤ -1 또는 -2

해설

$$z = (x-2y) + (2x-y+1)i$$

$$z^2 = -9$$

즉, z 는 순허수이다.

$$\therefore x-2y=0, (2x-y+1)^2=9$$

$x=2y$ 와 $2x-y+1 = \pm 3$ 을 연립하여 풀면

$$y = \frac{2}{3} \rightarrow x = \frac{4}{3}$$

$$y = -\frac{4}{3} \rightarrow x = -\frac{8}{3}$$

$\therefore x+y = 2$ 또는 -4 이다.

13. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = \frac{x+i}{x-i}$ 를 만족하는 실수 x 의 값은?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}(1 + \sqrt{3}i)(x - i) &= 2(x + i) \\ (x + \sqrt{3}) + (\sqrt{3}x - 1)i &= 2x + 2i \\ \text{복소수가 서로 같을 조건에 의하여} \\ x + \sqrt{3} &= 2x, \quad \sqrt{3}x - 1 = 2 \\ \therefore x &= \sqrt{3}\end{aligned}$$

14. $x = \frac{1-i}{1+i}$ 일 때, $x + x^2 + x^3 + \dots + x^{2006} + x^{2007}$ 의 값을 계산하면?

① $-1-i$

② -1

③ $-i$

④ 1

⑤ i

해설

$$x = \frac{1-i}{1+i} = -i \quad x^2 = -1 \quad x^3 = i \quad x^4 = 1$$

$\therefore x + x^2 + x^3 + x^4 = 0$ 이므로, 4개의 항마다 합이 0이 된다.

$$\Rightarrow x + x^2 + x^3 + \dots + x^{2006} + x^{2007}$$

$$= 0 + 0 + \dots + x^{2005} + x^{2006} + x^{2007}$$

$$= (x^4)^{501} \cdot x + (x^4)^{501} \cdot x^2 + (x^4)^{501} \cdot x^3$$

$$= -i - 1 + i$$

$$= -1$$

15. 다음 방정식의 해는?

$$x^2 - 5|x| + 6 = 0$$

① 0, ±1

② 0, ±2

③ ±1, ±2

④ ±2, ±3

⑤ ±3, ±4

해설

(i) $x^2 - 5|x| + 6 = 0$ 에서

$x \geq 0$ 일 때,

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-2)(x-3) = 0$$

$\therefore x = 2, \text{ 또는 } x = 3$

(ii) $x < 0$ 일 때,

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$(x+2)(x+3) = 0$$

$\therefore x = -2, \text{ 또는 } x = -3$

(i), (ii)에서 $x = \pm 2, x = \pm 3$

16. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - (k^2 - 3k - 4)x + 2 - k = 0$ 의 두 실근을 α, β 라 할 때, α 는 양수이고 β 는 음수이다. β 의 절댓값이 α 의 절댓값보다 클 때, 정수 k 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$(\text{두 근의 합}) = k^2 - 3k - 4 = (k - 4)(k + 1) < 0$$

$$-1 < k < 4$$

$$(\text{두 근의 곱}) = 2 - k < 0 \text{에서 } k > 2$$

$$\therefore 2 < k < 4$$

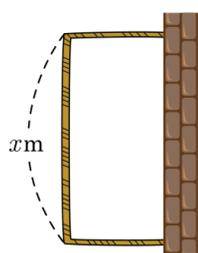
17. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + a$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $a < 0, a > 1$ ② $0 < a < 1$ ③ $a < 1, a > 2$
④ $1 < a < 2$ ⑤ $a < -1, a > 2$

해설

$y = x^2 - 2ax + a$ 의 그래프가
 x 축과 만나지 않으면
판별식 D 가 $D < 0$ 이므로
 $\frac{D}{4} = a^2 - a < 0, a(a-1) < 0$
 $\therefore 0 < a < 1$

18. 다음 그림과 같이 길이 20m 인 철망을 담벽에 C자 모양으로 둘러싸서 닭장을 만들려고 한다. 이 닭장의 넓이의 최댓값은 얼마인가?



- ① 70 m² ② 40 m² ③ 50 m²
 ④ 80 m² ⑤ 60 m²

해설

닭장 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x \left(\frac{20-x}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2}(-x^2 + 20x) \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 20x + 100 - 100) \\ &= -\frac{1}{2}(x-10)^2 + 50 \end{aligned}$$

$\therefore x = 10$ 일 때 최댓값 50 m²

19. x, y 가 실수이고, 복소수 $z = x + yi$ 와 켤레복소수 $\bar{z} = x - yi$ 와의 곱이 $z \cdot \bar{z} = 1$ 일 때, $\frac{1}{2} \left(z - \frac{1}{z} \right) i$ 의 값은?

- ① $\frac{y}{2}$ ② $-y$ ③ $2x$ ④ $\frac{-x}{2}$ ⑤ 100

해설

$z \cdot \bar{z} = 1$ 에서 $\bar{z} = \frac{1}{z}$ 이다.

$$\begin{aligned} \text{그러므로 } \frac{1}{2} \left(z - \frac{1}{z} \right) i &= \frac{1}{2} (z - \bar{z}) i \\ &= \frac{1}{2} (x + yi - x + yi) i \\ &= \frac{1}{2} (2yi) i = -y \end{aligned}$$

20. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2kx + 6k = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\omega^2 + \bar{\omega}^2 = 16$ 이다. 실수 k 의 값은? (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켈레복소수이다.)

- ① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

방정식 $x^2 + 2kx + 6k = 0$ 이 허근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - 6k < 0, \quad k(k-6) < 0$$

$$\therefore 0 < k < 6$$

한편, ω 가 허근이고 계수가 실수이므로 주어진 이차방정식의 다른 한 근은 $\bar{\omega}$ 이다.

따라서 근과 계수와의 관계에 의하여

$$\omega + \bar{\omega} = -2k, \quad \omega\bar{\omega} = 6k \text{ 이므로}$$

$$\omega^2 + \bar{\omega}^2 = (\omega + \bar{\omega})^2 - 2\omega\bar{\omega} = (-2k)^2 - 12k$$

$$= 4k^2 - 12k$$

$$4k^2 - 12k = 16,$$

$$\text{즉, } k^2 - 3k - 4 = 0 \text{ 에서}$$

$$(k+1)(k-4) = 0 \quad \therefore k = -1 \text{ 또는 } k = 4$$

$$0 < k < 6 \text{ 이므로 } k = 4$$