

1. $5 \leq \sqrt{3x} < 6$ 을 만족하는 정수 x 를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 9

▷ 정답: 10

▷ 정답: 11

해설

$5 \leq \sqrt{3x} < 6$ 는 $\sqrt{25} \leq \sqrt{3x} < \sqrt{36}$ 이므로 $25 \leq 3x < 36$ 이다.

따라서 $\frac{25}{3} \leq x < 12$ 이므로 정수 x 는 9, 10, 11 이다.

2. $a > 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{(-a)^2} + \sqrt{4a^2} - \sqrt{(-5a)^2}$$

- ① $-3a$ ② $-2a$ ③ $-a$ ④ a ⑤ $2a$

해설

$$\begin{aligned} & a > 0 \text{ 일 때} \\ & \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{4a^2} - \sqrt{(-5a)^2} \\ & = -(-a) + 2a - (5a) \\ & = a + 2a - 5a \\ & = -2a \end{aligned}$$

3. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0, 0 < b < 1$ 이다. $\sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$ 을 간단히 하였을 때 a, b 의 계수와 상수항의 합은?

- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$a < 0, 0 < b < 1$ 이므로

$a - b < 0, 1 - b > 0$

$\therefore \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$

$= |-2a| - |a-b| + |1-b|$

$= -2a + a - b + 1 - b$

$= -a - 2b + 1$

따라서 구하는 값은 $-1 - 2 + 1 = -2$ 이다.

4. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $a = \pm \sqrt{x}$ 이다.
- ㉡ x 가 제곱근 9이면 $x = 3$ 이다.
- ㉢ 7.5의 제곱근은 존재하지 않는다.
- ㉣ $-\frac{7}{4}$ 의 제곱근은 $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ 이다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉢, ㉣

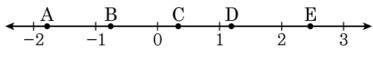
④ ㉠, ㉡, ㉣

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

- ㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $x = \pm \sqrt{a}$ 이다.
- ㉡ 7.5의 제곱근은 $\pm \sqrt{7.5}$ 이다.
- ㉣ $-\frac{7}{4}$ 은 음수이므로 제곱근은 존재하지 않는다.

5. 다음 수직선에서 $3\sqrt{2}-5$ 에 대응하는 점은?

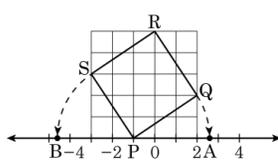


- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

$\sqrt{16} < 3\sqrt{2} < \sqrt{25}$ 에서
 $4 < 3\sqrt{2} < 5$ 이므로 $-1 < 3\sqrt{2}-5 < 0$ 이다.
 $\therefore 3\sqrt{2}-5$ 에 대응하는 점은 점 B이다.

6. 다음 그림에서 $\square PQRS$ 는 정사각형이고, $\overline{PQ} = \overline{PA}$, $\overline{PS} = \overline{PB}$ 이다. 두 점 A, B의 x 의 좌표를 각각 a, b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $a+b = -2$

해설

$$\overline{PQ} = \overline{PS} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$

A($-1 + \sqrt{13}$), B($-1 - \sqrt{13}$) 이므로

$$a = -1 + \sqrt{13}, b = -1 - \sqrt{13}$$

$$\therefore a+b = \sqrt{13} - 1 + (-\sqrt{13} - 1) = -2 \text{이다.}$$

7. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

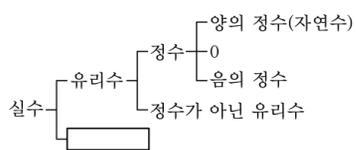
- ① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
- ④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
- ⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

- ③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
- ④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

8. 다음 중 안의 수에 해당하지 않는 것은?



- ① $\sqrt{5} + 1$ ② $-\frac{\pi}{2}$ ③ $\sqrt{0.9}$
 ④ $-\sqrt{2.89}$ ⑤ $0.1234\dots$

해설

빈칸에 들어갈 용어는 무리수이다.
 무리수가 아닌 것을 찾는다.

$$\textcircled{4} -\sqrt{2.89} = -\sqrt{\frac{289}{100}} = -\sqrt{\left(\frac{17}{10}\right)^2} = -\frac{17}{10}$$

9. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 찾아라.

보기

- ㉠ 유한소수는 유리수이다.
- ㉡ 무한소수는 무리수이다.
- ㉢ 무한소수는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ㉣ 모든 양수는 2 개의 무리수 제곱근을 갖는다.
- ㉤ 제곱근 4 는 ± 2 이다.
- ㉥ x 가 a 의 제곱근이면 $x^2 = a$ 이다.
- ㉦ 실수 중에서 유리수가 아닌 수는 모두 무리수이다.
- ㉧ a 가 자연수일 때, \sqrt{a} 가 무리수인 경우가 있다.
- ㉨ \sqrt{n} 이 무리수가 되는 것은 n 이 소수일 때이다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉢

▶ 정답: ㉣

▶ 정답: ㉤

▶ 정답: ㉨

해설

- ㉠ 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.
- ㉡ 무한소수는 순환소수와 비순환소수로 나타낼 수 있다.
- ㉢ 모든 양수가 2 개의 '무리수' 제곱근을 갖는 것은 아니다.
예) 양수 4 는 2 개의 유리수 제곱근(± 2)을 갖는다.
- ㉣ $\sqrt{4} = 2$
- ㉤ $\sqrt{6}$ 은 무리수이지만 6 은 소수가 아니다.

10. 다음 중 무리수는 모두 몇 개인가?

$$\sqrt{121}, \frac{\sqrt{12}}{2}, -\frac{\pi}{2}, \sqrt{0.04}, \sqrt{3}-2$$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$\sqrt{121} = 11$, $\sqrt{0.04} = 0.2$: 유리수

$\frac{\sqrt{12}}{2}$, $-\frac{\pi}{2}$, $\sqrt{3}-2$: 무리수

11. $a = -\sqrt{3}$ 일 때, 다음 중 무리수는 모두 몇 개인가?

$$a^2, (-a)^2, a^3, (-a)^3, \sqrt{3}a, \sqrt{3}+a, \frac{a}{\sqrt{3}}, \sqrt{3}-a, 3a$$

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$$a^2 = (-\sqrt{3})^2 = 3 : \text{유리수}$$

$$(-a)^2 = \{ -(-\sqrt{3}) \}^2 = 3 : \text{유리수}$$

$$a^3 = (-\sqrt{3})^3 = -3\sqrt{3} : \text{무리수}$$

$$(-a)^3 = (\sqrt{3})^3 = 3\sqrt{3} : \text{무리수}$$

$$\sqrt{3}a = \sqrt{3} \times (-\sqrt{3}) = -3 : \text{유리수}$$

$$\sqrt{3}+a = \sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0 : \text{유리수}$$

$$\frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -1 : \text{유리수}$$

$$\sqrt{3}-a = \sqrt{3} - (-\sqrt{3}) = 2\sqrt{3} : \text{무리수}$$

$$3a = 3 \times (-\sqrt{3}) = -3\sqrt{3} : \text{무리수}$$

12. 다음 중 순환하지 않는 무한소수가 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

$$\sqrt{0.9}, 2\sqrt{6}, \sqrt{0.04}, \sqrt{\frac{2}{4}}, \sqrt{9} - \sqrt{3}$$

▶ 답: 개

▷ 정답: 3개

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

$\sqrt{0.9} = \sqrt{\frac{9}{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$, $\sqrt{0.04} = 0.2$ 유리수이다.

따라서 $2\sqrt{6}$, $\sqrt{\frac{2}{4}}$, $\sqrt{9} - \sqrt{3}$ 이 무리수이다.

13. $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\sqrt{3}-1 > 0 \text{ 이므로 } \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{3}-1$$

$$\sqrt{3}-2 < 0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = -(\sqrt{3}-2) = -\sqrt{3}+2$$

$$\therefore \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$$

$$= \sqrt{3}-1 - \sqrt{3}+2 = 1$$

14. $\sqrt{(1-\sqrt{5})^2} - \sqrt{(\sqrt{5}+3)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$1 - \sqrt{5} < 0$ 이므로 $\sqrt{(1-\sqrt{5})^2} = \sqrt{5} - 1$

(준식) $= \sqrt{5} - 1 - (\sqrt{5} + 3) = -4$

15. $-\sqrt{10}$ 와 $\sqrt{17}$ 사이의 정수의 개수는 몇 개인가?

- ① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

$-4 < -\sqrt{10} < -3$, $4 < \sqrt{17} < 5$ 이므로 $-3, -2, \dots, 4$ 로 총 8 개이다.

16. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $4 - \sqrt{2} < 2$

② $2 - \sqrt{7} < \sqrt{3} - \sqrt{7}$

③ $-\sqrt{15} > -4$

④ $-\sqrt{3} - \sqrt{10} < -\sqrt{10} - 3$

⑤ $\sqrt{2} + 1 > \sqrt{3} + 1$

해설

① $4 - \sqrt{2} - 2 = 2 - \sqrt{2} = \sqrt{4} - \sqrt{2} > 0$

$\therefore 4 - \sqrt{2} > 2$

② $2 - \sqrt{7} - (\sqrt{3} - \sqrt{7}) = 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0$

$\therefore 2 - \sqrt{7} > \sqrt{3} - \sqrt{7}$

③ $-\sqrt{15} - (-4) > 0$

④ $-\sqrt{3} - \sqrt{10} - (-\sqrt{10} - 3) = -\sqrt{3} + 3$

$= -\sqrt{3} + \sqrt{9} > 0$

$\therefore -\sqrt{3} - \sqrt{10} > -\sqrt{10} - 3$

⑤ $\sqrt{2} + 1 - (\sqrt{3} + 1) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$

$\therefore \sqrt{2} + 1 < \sqrt{3} + 1$

17. 다음 중 대소비교가 옳은 것을 모두 고르면?

$\text{㉠ } \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5}$	$\text{㉡ } 4 - \sqrt{5} > 3 - \sqrt{6}$
$\text{㉢ } \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} - 1$	

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\text{㉠ } \sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{5} = -\sqrt{2} < 0$$

$$\therefore \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5}$$

$$\text{㉡ } 4 - \sqrt{5} - (3 - \sqrt{6}) = 1 - \sqrt{5} + \sqrt{6} = \sqrt{6} - \sqrt{5} + 1 > 0$$

$$\therefore 4 - \sqrt{5} > 3 - \sqrt{6}$$

$$\text{㉢ } \sqrt{5} - \sqrt{2} - (\sqrt{5} - 1) = -\sqrt{2} + 1 < 0$$

$$\therefore \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} - 1$$

18. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{5} - 1 > 1$

② $5 - \sqrt{5} > 5 - \sqrt{6}$

③ $\sqrt{2} - 1 < \sqrt{3} - 1$

④ $\sqrt{18} + 2 > \sqrt{15} + 2$

⑤ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$

해설

$$\textcircled{5} \quad -\sqrt{6} - (-\sqrt{5}) = -\sqrt{6} + \sqrt{5} < 0$$

$$\therefore -\sqrt{6} < -\sqrt{5}$$

19. 다음 중 $\sqrt{17-2x}$ 가 자연수가 되게 하는 자연수 x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 8

해설

$\sqrt{17-2x}$ 가 자연수가 되게 하기 위해서는
 $17-2x$ 가 제곱수가 되어야 한다.
 $17-2x=1 \Rightarrow x=8$
 $17-2x=4 \Rightarrow x=6.5$ (x 가 자연수가 아니다)
 $17-2x=9 \Rightarrow x=4$
 $17-2x=16 \Rightarrow x=0.5$ (x 가 자연수가 아니다)
따라서 $x=4, 8$ 이다.

20. 다음 보기에서 $\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 2 ㉡ 9 ㉢ 12 ㉣ 15 ㉤ 16
 ㉥ 18

- ① ㉠, ㉢, ㉣ ② ㉠, ㉢, ㉤ ③ ㉡, ㉣, ㉥
④ ㉢, ㉣, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤, ㉥

해설

- $\sqrt{18-x}$ 가 정수가 되려면 $18-x$ 가 제곱수가 되어야 한다.
㉠ $18-12=6$ 이므로 제곱수가 아니다.
㉡ $18-15=3$ 이므로 제곱수가 아니다.
㉢ $18-16=2$ 이므로 제곱수가 아니다.

21. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $x = 1$ 일 때, $\sqrt{15+x}$ 는 자연수가 된다.
- ㉡ $x = 3$ 일 때, $\sqrt{24+x}$ 는 자연수가 된다.
- ㉢ $x = 4$ 일 때, $\sqrt{140+x}$ 는 자연수가 된다.
- ㉣ $x = 6$ 일 때, $\sqrt{85+x}$ 는 자연수가 된다.

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉠, ㉣ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉡, ㉣

해설

- ㉡ $x = 3$ 일 때, $\sqrt{24+x} = \sqrt{27}$ 이고 27은 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.
- ㉣ $x = 6$ 일 때, $\sqrt{85+x} = \sqrt{91}$ 이고 91은 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.

22. 9의 제곱근을 a , 20의 제곱근을 b 라고 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$$a^2 = 9, b^2 = 20$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 9 + 20 = 29$$

23. $a < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

② $-\sqrt{-a^2} = -a$

③ $-\sqrt{a^2} = -a$

④ $\sqrt{(-a)^2} = -a$

⑤ $\sqrt{a^2} = a$

해설

$a < 0$ 인 경우, $\sqrt{a^2} = -a$ 이다.

① $-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -(-a) = a$

② 음수의 제곱근은 존재하지 않는다.

③ a

⑤ $-a$

24. $a < 5$ 일 때, $\sqrt{(a-5)^2} - \sqrt{(-a+5)^2}$ 을 바르게 계산한 것은?

- ① $-2a - 10$ ② $-2a$ ③ 0
④ $2a$ ⑤ $2a + 10$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-5)^2} - \sqrt{(-a+5)^2} &= -(a-5) - (-a+5) \\ &= -a+5+a-5 = 0\end{aligned}$$

25. 다음 수를 큰 수부터 순서대로 나열할 때, 세 번째에 오는 수를 구하여라.

$\sqrt{5}$, $-\sqrt{3}$, 3, 1, $-\sqrt{5}$

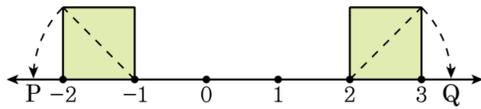
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

3, $\sqrt{5}$, 1, $-\sqrt{3}$, $-\sqrt{5}$ 의 순서이므로 세 번째에 오는 수는 1이다.

26. 아래 수직선에서 점 P, Q의 좌표를 각각 a, b 라고 할 때, $a+b$ 의 값은?

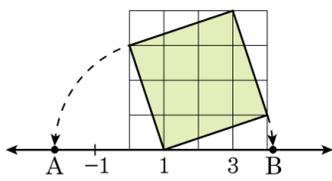


- ① 0 ② 1 ③ 3
 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $1+\sqrt{2}$

해설

한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$
 점 P의 좌표 $a = -1 - \sqrt{2}$, 점 Q의 좌표 $b = 2 + \sqrt{2}$ 이므로
 $a+b = -1 - \sqrt{2} + 2 + \sqrt{2} = 1$

27. 다음 중 아래 수직선에서의 점 A, 점 B의 좌표를 고르면?



- ① 점 A : $1 - \sqrt{10}$, 점 B : $1 + \sqrt{10}$
- ② 점 A : $1 + \sqrt{10}$, 점 B : $1 - \sqrt{10}$
- ③ 점 A : $1 + \sqrt{10}$, 점 B : $1 + \sqrt{10}$
- ④ 점 A : $-1 - \sqrt{10}$, 점 B : $-\sqrt{10}$
- ⑤ 점 A : $1 - \sqrt{10}$, 점 B : $\sqrt{10}$

해설

내부의 기울어진 정사각형의 넓이가 10 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$ 이다.

28. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢ 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.
- ㉣ -2와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.
- ㉤ 1과 2 사이에는 2개의 무리수가 있다.
- ㉥ $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉡

해설

- ㉠. ○ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ㉡. ○ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ㉢. × 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.(유리수에 대응하는 점을 메울 수 없다.)
- ㉣. × -2와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.(-1, 0, 1, 3개가 있다.)
- ㉤. × 1과 2 사이에는 2개의 무리수가 있다.(무수히 많은 무리수가 있다.)
- ㉥. × $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.($\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 자연수가 없다.)

29. $\sqrt{60a}$ 가 정수가 되기 위한 가장 작은 자연수 a 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$\sqrt{60a}$ 가 정수가 되기 위해서는 어떤 정수의 제곱이 되어야 한다.
 $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 $a = 3 \times 5 = 15$ 이다.

30. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b < 0, ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

- ① 0 ② $2a$ ③ $a-b$ ④ $2b$ ⑤ $a+b$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.
 $a-b < 0$ 이면 $a < b$ 이므로 $a < 0, b > 0$ 이다.
 $a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a, b > 0$ 이므로 $\sqrt{b^2} = b$
 $a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = -a$
 $b > 0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2} = \sqrt{b^2} = b$
따라서
 $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$
 $= -a + b - (-a) + b$
 $= 2b$

31. $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{9a^2}$ 을 간단히 하면?

- ① $-11a$ ② $-7a$ ③ $-5a$ ④ $-a$ ⑤ a

해설

$$\sqrt{4a^2} - \sqrt{9a^2} = 2a - 3a = -a$$

32. $\sqrt{\frac{756}{x}}$ 가 자연수가 되기 위한 x 의 값 중 가장 작은 수는?

- ① 3 ② 6 ③ 7 ④ 21 ⑤ 42

해설

$756 = 2^2 \times 3^3 \times 7$ 이므로 $\sqrt{\frac{2^2 \times 3^3 \times 7}{x}}$ 이 자연수가 되기 위한 자연수 중 가장 작은 값 $x = 3 \times 7 = 21$ 이다.

33. $\sqrt{9x} + \sqrt{48y}$ 가 가장 작은 자연수가 되게 하는 자연수 x 와 y 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + y = 4$

해설

$$\sqrt{9x} + \sqrt{48y} = \sqrt{3^2x} + \sqrt{2^4 \times 3 \times y}$$

$$x = 1, y = 3$$

$$\therefore x + y = 4$$