

1. 어떤 자연수에 $1.\dot{3}$ 을 곱해야 할 것을 잘못하여 1.3 을 곱했더니 정답과 오답의 차가 0.5 가 되었다. 어떤 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$x \times 1.\dot{3} - x \times 1.3 = 0.5$$

$$x \times \left(\frac{12}{9} - \frac{13}{10} \right) = x \times \frac{1}{30} = 0.5$$

$$x = 15$$

2. $0.1\dot{3}$ 에 어떤 기약분수 A 를 곱하였더니 $3.2\dot{7}$ 이 되었다. A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{270}{11}$

해설

$$0.1\dot{3} \times A = 3.2\dot{7}$$

$$A = \frac{327 - 3}{99} \div \frac{13 - 1}{90} = \frac{324}{99} \times \frac{90}{12} = \frac{270}{11}$$

3. $\frac{5}{36}$, $\frac{13}{36}$ 을 각각 소수로 나타내면 $x - 0.\dot{3}$, $y + 0.\dot{3}$ 이다. $\frac{x}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

$$\frac{5}{36} = x - \frac{3}{9}$$

$$\therefore x = \frac{5}{36} + \frac{3}{9} = \frac{17}{36}$$

$$\frac{13}{36} = y + \frac{3}{9}$$

$$\therefore y = \frac{13}{36} - \frac{3}{9} = \frac{1}{36}$$

$$\frac{x}{y} = \frac{\frac{17}{36}}{\frac{1}{36}} = 17$$

4. $\frac{3}{5}$ 과 $\frac{5}{6}$ 사이의 분수 중 분모가 30 이고, 유한소수인 것을 모두 구하여라. (단, 분자는 자연수이다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{21}{30}$

▷ 정답 : $\frac{24}{30}$

해설

$\frac{3}{5} = \frac{18}{30}$, $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$ 이므로 분자는 18 과 25 사이의 자연수 중 3
의 배수인 21, 24 이다.

5. $\frac{a}{450}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이다.
 a 가 두 자리의 자연수일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 113

해설

$\frac{a}{450} = \frac{a}{2 \times 3^2 \times 5^2}$ 가 유한소수이려면 a 는 9 의 배수이어야

하고, 기약분수로 고치면 $\frac{7}{b}$ 이므로 a 는 7 의 배수이다.

따라서 a 는 $3^2 \times 7 \times n$ 인 두 자리의 자연수이므로 63 이다.

$\frac{63}{450} = \frac{7}{50}$ 이므로 $b = 50$ 이다.

따라서 $a + b = 113$ 이다.

6. 분수 $\frac{x}{30}$ 는 유한소수로 나타낼 수 있고, 기약분수로 고치면 $\frac{2}{y}$ 가 된다고 한다. $x-y$ 의 값을 구하여라. (단, x 는 $10 < x < 20$ 인 정수)

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$\frac{x}{30} = \frac{x}{2 \times 3 \times 5}$$

x 는 3의 배수이므로 $x = 12, 15, 18$

주어진 분수가 기약분수 $\frac{2}{y}$ 로 되어야 하므로

$$x = 12$$

$$\therefore \frac{x}{30} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}, y = 5$$

$$\therefore x - y = 12 - 5 = 7$$

7. $\frac{a}{2^3 \times 7}$ 를 약분하면 $\frac{1}{b}$ 이 되고, 이것을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이때, 정수 a, b 의 값을 구하여라.(단, $10 < a < 15$)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 14$

▷ 정답: $b = 4$

해설

$\frac{a}{2^3 \times 7}$ 가 유한소수가 되어야 하므로 a 는 7의 배수이어야 한다.

따라서 $a = 14$ 이고, $\frac{14}{56} = \frac{1}{4}$ 이 되므로 $b = 4$ 이다.

8. $\frac{1}{6}$ 과 $\frac{3}{4}$ 사이의 분수 중에서 분모가 24이고 유한소수로 나타낼 수 있는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

$\frac{1}{6}$ 과 $\frac{3}{4}$ 의 분모를 24로 통분하면 $\frac{4}{24}$, $\frac{18}{24}$

$$\frac{4}{24} < \frac{x}{24} < \frac{18}{24}$$

$24 = 2^3 \times 3$ 이므로 유한소수로 나타내려면 x 는 3의 배수이어야 한다. 즉, 6, 9, 12, 15로 4개이다.

9. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 영철이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{3}\dot{7}$ 이 되었고, 영은이는 분모를 잘못 보아서 답이 $1.3\dot{5}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{61}{99}$

해설

$$\text{영철 : } 0.\dot{3}\dot{7} = \frac{37}{99},$$

$$\text{영은 : } 1.3\dot{5} = \frac{135 - 13}{90} = \frac{61}{45}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{영은이가 본 분자})}{(\text{영철이가 본 분모})} = \frac{61}{99} = A \text{ 이다.}$$

10. $1.\dot{9} < x < \frac{41}{12}$ 을 만족시키는 정수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$1.\dot{9}(= 2) < x < \frac{41}{12}(= 3.41\dot{6})$$

11. 분수 $\frac{2}{13}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 50 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\frac{2}{13} = 0.153846153846\cdots = 0.\dot{1}5384\dot{6} \text{ 이므로 } 50 \div 6 = 8\cdots 2$$

이다.

따라서 소수점 아래 50 번째 숫자는 5이다.

12. 두 분수 $\frac{a}{42}, \frac{a}{180}$ 가 유한소수일 때, a 의 값 중 가장 작은 수를 구하여라.

(단, a 는 세 자리 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: 126

해설

$$\frac{a}{42} = \frac{a}{2 \times 3 \times 7}, \frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$$

$\therefore a$ 는 세 자리인 $3^2 \times 7 = 63$ 의 배수이어야하므로 126

13. 다음 중 유한소수인 것을 모두 골라 기호를 써라.

㉠ $\frac{39}{30}$

㉡ $\frac{37}{150}$

㉢ $\frac{17}{12}$

㉤ $\frac{3^2 \times 7}{2^2 \times 3 \times 5}$

㉦ $\frac{3}{20}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉦

해설

약분하여 분모가 2와 5 뿐인 분수를 찾는다.

㉠ $\frac{13}{10} = \frac{13}{2 \times 5}$

㉡ $\frac{37}{150} = \frac{37}{2 \times 3 \times 5^2}$

㉢ $\frac{17}{12} = \frac{17}{2^2 \times 3}$

㉤ $\frac{3 \times 7}{2^2 \times 5}$

㉦ $\frac{3}{2^2 \times 5}$

14. 다음은 $\frac{21}{120}$ 의 분모를 10의 거듭제곱 꼴로 고쳐서 소수로 나타내는 과정이다. A, B에 들어가는 수의 합을 구하여라.

$$\frac{21}{120} = \frac{7}{40} = \frac{7}{2^3 \times 5} = \frac{7 \times A}{2^3 \times 5 \times B} = \frac{175}{1000} = 0.175$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$$\frac{21}{120} = \frac{7}{40} = \frac{7}{2^3 \times 5} = \frac{7 \times 5^2}{2^3 \times 5 \times 5^2} = \frac{175}{1000} = 0.175 \text{에서}$$

A, B에 들어가는 숫자는 각각 5^2 이다.

$$\therefore A + B = 50$$

15. 다음의 수 중 유한소수인 것을 모두 골라라.

$$\frac{13}{20}, \quad \frac{14}{70}, \quad \frac{12}{55}, \quad \frac{21}{75}, \quad \frac{16}{150}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{13}{20}$

▷ 정답 : $\frac{14}{70}$

▷ 정답 : $\frac{21}{75}$

해설

$$\frac{13}{20} = \frac{13}{2^2 \times 5}$$

$$\frac{14}{70} = \frac{2 \times 7}{2 \times 5 \times 7} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{21}{75} = \frac{7}{25} = \frac{7}{5^2}$$

16. $x = 2.\dot{3}\dot{8}$ 이라 할 때, $100x - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 236

해설

$100x - x = 238 - 2 = 236$ 이다.

17. 분수 $\frac{1}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 96 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\frac{1}{7} = 0.14285\dot{7}, \quad 96 \div 6 = 16 \cdots 0$$

소수점 아래 96 번째 자리 숫자는 7이다.

18. 분수 $\frac{13}{250}$ 를 소수로 나타내는 과정이다. $\frac{bc}{a}$ 의 값을 구하여라.

$$\frac{13}{250} = \frac{13 \times a}{250 \times a} = \frac{52}{b} = c$$

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$$\frac{13 \times 4}{250 \times 4} = \frac{52}{1000} = \frac{52}{10^3} = 0.052$$

$$a = 4, b = 1000, c = 0.052$$

$$\therefore \frac{52}{4} = 13$$

19. 분수 $\frac{17}{66}$ 과 $\frac{14}{33}$ 를 소수로 나타냈을 때, 각각의 순환마디를 a, b 라 하면 $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$$\frac{17}{66} = 0.2\dot{5}7, b = \frac{14}{33} = 0.4\dot{2}$$

$$a = 57, b = 42$$

$$\therefore a - b = 57 - 42 = 15$$

20. 유리수 $x = 2.4 + 24 \times \left(\frac{1}{10^3} + \frac{1}{10^5} + \frac{1}{10^7} + \dots \right)$ 를 기약분수로 나타내었을 때, 분모와 분자의 차를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 47

해설

$$(주어진 식) = 2.4 + 24 \times \frac{1}{10^3} + 24 \times \frac{1}{10^5} + 24 \times \frac{1}{10^7} + \dots$$

$$= 2.4 + 0.024 + 0.00024 + 0.0000024 + \dots$$

$$= 2.4242424 \dots$$

$$= 2.\dot{4}\dot{2}$$

$$\therefore 2.\dot{4}\dot{2} = \frac{242 - 2}{99} = \frac{240}{99} = \frac{80}{33}$$

따라서 분모와 분자의 차는 $80 - 33 = 47$ 이다.