

1. 다음은 $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점을 P라 하고 P에서 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각 A, B라고 할 때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 임을 증명하는 과정이다. ()안에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

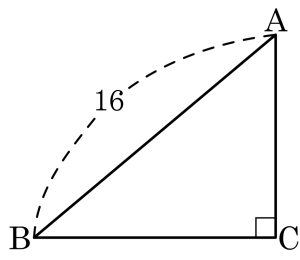
[증명]
 $\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서
 $\angle POA = (\textcircled{1}) \dots\dots \textcircled{1}$
 $(\textcircled{2})$ 는 공통 $\dots\dots \textcircled{2}$
 $(\textcircled{3}) = \angle OBP = 90^\circ \dots\dots \textcircled{3}$
 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ 에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ ($\textcircled{4}$) 합동
 $\therefore (\textcircled{5}) = \overline{PB}$

- ① $\angle POB$
- ② $\overline{OP}$
- ③ $\angle OAP$
- ④ RHS
- ⑤ $\overline{PA}$

해설

$\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서 $\angle POA = (\angle POB) \dots\dots \textcircled{1}$
($\overline{OP}$)는 공통 $\dots\dots \textcircled{2}$
($\angle OAP$) = $\angle OBP = 90^\circ \dots\dots \textcircled{3}$
 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ 에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ (RHA) 합동
 $\therefore (\overline{PA}) = \overline{PB}$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

2. 다음 그림은 $\angle C$ 가 직각인 삼각형이다. $\triangle ABC$ 의 외접원의 둘레의 길이는?



- ① 10π ② 12π ③ 14π ④ 16π ⑤ 18π

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로
 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심은 $\overline{AB}$ 의 중점이다.
따라서 외접원의 반지름은 8이므로
둘레는 $2\pi r = 2 \times \pi \times 8 = 16\pi$ 이다

3. 넓이가 8 인 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 12 일 때, $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

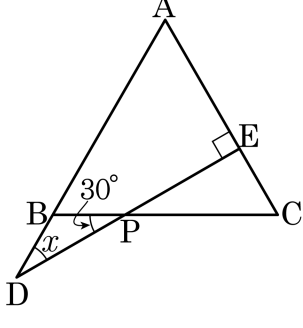
해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$\frac{1}{2} \times r \times 12 = 8$ 이다.

따라서 $r = \frac{4}{3}$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다. $\overline{AB}$ 의 연장선 위에 점 D를 잡고 $\overline{AC}$ 위에 내린 수선의 발을 E라 한다. $\angle x$ 의 값을 구하여라.

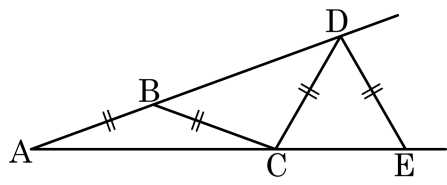


- ① 25° ② 30° ③ 35° ④ 40° ⑤ 45°

해설

$\angle DPB$ 와 $\angle CPE$ 는 맞꼭지각이므로
 $\angle CPB = \angle CPE = 30^\circ$
 이때, $\triangle CPE$ 에서 $\angle PCE = 60^\circ$
 또, $\triangle ABC$ 는 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle BAC = 60^\circ$
 $\triangle ADE$ 의 세 내각의 합은 180° 이므로
 $\angle x + 60^\circ + 90^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle x = 30^\circ$

5. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 이고 $\angle CDE = \angle A + 40^\circ$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기는?

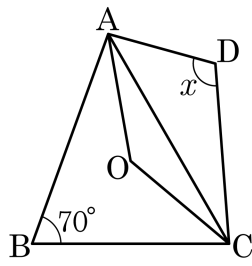


- ① 90° ② 100° ③ 110° ④ 120° ⑤ 130°

해설

$\angle A = \angle a$ 라고 하면
 $\angle CBD = \angle CDB = \angle a + \angle a = 2\angle a$
 $\angle DCE = \angle a + \angle ADC = \angle a + 2\angle a = 3\angle a$
 $\angle CDE = 180^\circ - 2 \times 3\angle a = 180^\circ - 6\angle a$
 그런데 $\angle CDE = \angle A + 40^\circ = \angle a + 40^\circ$ 이므로
 $\angle a + 40^\circ = 180^\circ - 6\angle a$
 $\therefore \angle a = 20^\circ$
 $\therefore \angle BCD = 180^\circ - 2 \times 2\angle a = 180^\circ - 4\angle a = 100^\circ$

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADC$ 의 외심은 O로 동일하고 $\angle ABC = 70^\circ$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 110°

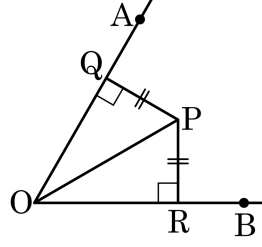
해설

$$\angle AOC = 2\angle ABC = 140^\circ$$

$\angle OAD = a$, $\angle OCD = b$ 라고 하고, $\overline{OD}$ 를 그으면 $\angle D = a + b$

□AOC D 에 서, $\angle OAD + \angle ADC + \angle DCO + \angle COA = 360^\circ$,
 $360^\circ = 140^\circ + a + b + a + b = 140^\circ + 2(a + b)$, $a + b = \angle ADC = 110^\circ$

7. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P에서 각 변에 수선을 그려 그 교점을 Q, R이라 하자. $PQ = PR$ 이라면, $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선임을 증명하는 과정에서 $\triangle QOP \cong \triangle ROP$ 임을 보이게 된다. 이 때 사용되는 삼각형의 합동 조건은?

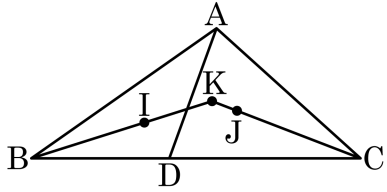


- ① 두 변과 그 사이 끼인각이 같다.
- ② 한 변과 그 양끝각이 같다.
- ③ 세 변의 길이가 같다.
- ④ 직각삼각형의 빗변과 한 변의 길이가 각각 같다.
- ⑤ 직각삼각형의 빗변과 한 예각의 크기가 각각 같다.

해설

$\overline{OP}$ 는 공통이고 $PQ = PR$ 이므로, 빗변과 다른 한 변의 길이가 같은 RHS 합동이다.

8. 다음 그림과 같이 $\angle ADC = 70^\circ$, $\angle C = 42^\circ$ 인 삼각형 ABC 의 변 BC 위에 $\overline{BD} = \overline{AD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, 삼각형 ABD, ACD 의 내심을 각각 I, J 라 하자. 선분 BI 와 선분 CJ 의 연장선의 교점을 K 라 할 때, $\angle IKJ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}}$

▷ 정답 : 141.5°

해설

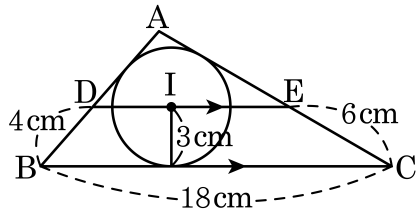
$\overline{BD} = \overline{AD}$ 이므로 $\angle ABD = \frac{1}{2}\angle ADC = 35^\circ$

점 J 는 내심이므로 $\angle JCD = 42^\circ \times \frac{1}{2} = 21^\circ$

점 I 는 내심이므로 $\angle IBD = \angle ABD \times \frac{1}{2} = 17.5^\circ$

따라서 $\angle IKJ = 180^\circ - (21^\circ + 17.5^\circ) = 141.5^\circ$ 이다.

9. 내접원의 반지름이 3cm 인 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 변 BC 에 평행한 직선이 변 AB, AC 와 만나는 점을 각각 D, E 라 할 때, $\square DBCE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 42cm²

해설

$\overline{BI}$ 를 그으면 점 I 는 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC$
또한, $\overline{DI} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\therefore \angle DBI = \angle DIB$
같은 방법으로 $\overline{CI}$ 를 그으면 $\angle ECI = \angle EIC$
따라서 $\overline{DB} = \overline{DI} = 4\text{cm}$, $\overline{EI} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DE} = 10\text{cm}$ 가 된다.

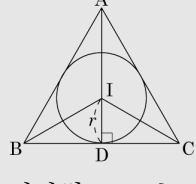
사각형 DBCE 에서 넓이는 $\frac{1}{2} \times (10 + 18) \times 3 = 42(\text{cm}^2)$ 이다.

10. $\overline{AB} = \overline{AC} = 10$, $\overline{BC} = 14$ 인 삼각형 ABC 의 내심을 I 라 하고 직선 AI 와 선분 BC 와의 교점을 D 라고 할 때, $\frac{\overline{DI}}{\overline{AI}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{7}{10}$

해설



삼각형 ABC 는 이등변삼각형이므로 위의 그림과 같이 선분 AD 와 선분 BC 가 수직으로 만난다.

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2}r(10 + 10 + 14) = 17r$$

$$\triangle IBC = \frac{1}{2} \times r \times 14 = 7r$$

밑변이 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 높이의 비와 같으므로

$$\overline{AD} : \overline{ID} = 17r : 7r = 17 : 7$$

$$\therefore \frac{\overline{DI}}{\overline{AI}} = \frac{7}{10}$$