1. 다음은 $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점을 P 라 하고 P 에서 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라고 할 때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 임을 증명하는 과정이다. ( )안에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

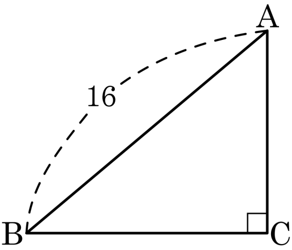
> [증명]
> $\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서
> $\angle POA = (①)$ $\cdots\cdots$ ㉠
> (②) 는 공통 $\cdots\cdots$ ㉡
> $(③) = \angle OBP = 90°$ $\cdots\cdots$ ㉢
> ㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ (④) 합동
> $\therefore (⑤) = \overline{PB}$

① $\angle POB$ ② $\overline{OP}$ ③ $\angle OAP$
④ RHS ⑤ $\overline{PA}$

해설

$\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서 $\angle POA = (\ \angle POB\ )$ $\cdots\cdots$ ㉠
$(\ \overline{OP}\ )$ 는 공통 $\cdots\cdots$ ㉡
$(\ \angle OAP\ ) = \angle OBP = 90°$ $\cdots\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ (RHA) 합동
$\therefore (\ \overline{PA}\ ) = \overline{PB}$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

2. 다음 그림은 $\angle C$가 직각인 삼각형이다. $\triangle ABC$의 외접원의 둘레의 길이는?



① 10π ② 12π ③ 14π ④ 16π ⑤ 18π

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 $\overline{AB}$의 중점이다.
따라서 외접원의 반지름은 8이므로
둘레는 $2\pi r = 2 \times \pi \times 8 = 16\pi$이다

3. 넓이가 8 인 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 12 일 때, $\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

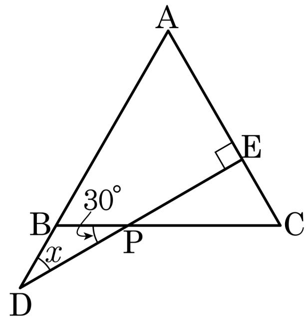
해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\frac{1}{2} \times r \times 12 = 8$ 이다.

따라서 $r = \frac{4}{3}$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{BA} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이다. $\overline{AB}$의 연장선 위에 점 D를 잡고 $\overline{AC}$ 위에 내린 수선의 발을 E라 한다. $\angle x$의 값을 구하여라.



① $25°$　② $30°$　③ $35°$　④ $40°$　⑤ $45°$

해설

$\angle DPB$와 $\angle CPE$는 맞꼭지각이므로

$\angle CPB = \angle CPE = 30°$

이때, $\triangle CPE$에서 $\angle PCE = 60°$

또, $\triangle ABC$는 $\overline{BA} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

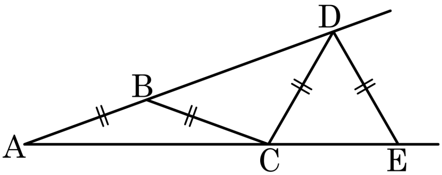
$\angle BAC = 60°$

$\triangle ADE$의 세 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle x + 60° + 90° = 180°$

$\therefore \angle x = 30°$

5. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 이고 $\angle CDE = \angle A + 40°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기는?



① $90°$　② $100°$　③ $110°$　④ $120°$　⑤ $130°$

해설

$\angle A = \angle a$ 라고 하면

$\angle CBD = \angle CDB = \angle a + \angle a = 2\angle a$

$\angle DCE = a + \angle ADC = \angle a + 2\angle a = 3\angle a$

$\angle CDE = 180° - 2 \times 3\angle a = 180° - 6\angle a$

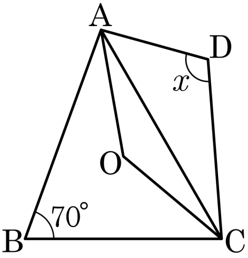
그런데 $\angle CDE = \angle A + 40° = \angle a + 40°$ 이므로

$\angle a + 40° = 180° - 6\angle a$

$\therefore \angle a = 20°$

$\therefore \angle BCD = 180° - 2 \times 2\angle a = 180° - 4\angle a = 100°$

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADC$ 의 외심은 O 로 동일하고 $\angle ABC = 70°$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



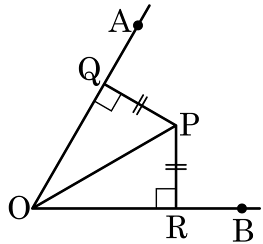
▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답 : $110\underline{°}$

해설

$\angle AOC = 2\angle ABC = 140°$
$\angle OAD = a$, $\angle OCD = b$ 라고 하고, $\overline{OD}$ 를 그으면 $\angle D = a + b$
$\square AOCD$ 에서, $\angle OAD + \angle ADC + \angle DCO + \angle COA = 360°$,
$360° = 140° + a + b + a + b = 140° + 2(a + b)$, $a + b = \angle ADC = 110°$

7. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 각 변에 수선을 그어 그 교점을 Q, R 이라 하자. $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이라면, $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선임을 증명하는 과정에서 $\triangle QOP \equiv \triangle ROP$ 임을 보이게 된다. 이 때 사용되는 삼각형의 합동 조건은?



① 두 변과 그 사이 끼인각이 같다.

② 한 변과 그 양끝각이 같다.

③ 세 변의 길이가 같다.

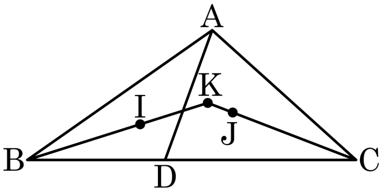
④ 직각삼각형의 빗변과 한 변의 길이가 각각 같다.

⑤ 직각삼각형의 빗변과 한 예각의 크기가 각각 같다.

해설

$\overline{OP}$ 는 공통이고 $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로, 빗변과 다른 한 변의 길이가 같은 RHS 합동이다.

8. 다음 그림과 같이 $\angle ADC = 70°$, $\angle C = 42°$ 인 삼각형 ABC 의 변 BC 위에 $\overline{BD} = \overline{AD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, 삼각형 ABD, ACD 의 내심을 각각 I, J 라 하자. 선분 BI 와 선분 CJ 의 연장선의 교점을 K 라 할 때, $\angle IKJ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 141.5 °

해설

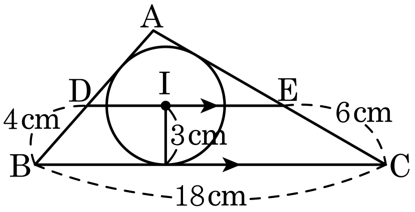
$\overline{BD} = \overline{AD}$ 이므로 $\angle ABD = \frac{1}{2}\angle ADC = 35°$

점 J 는 내심이므로 $\angle JCD = 42° \times \frac{1}{2} = 21°$

점 I 는 내심이므로 $\angle IBD = \angle ABD \times \frac{1}{2} = 17.5°$

따라서 $\angle IKJ = 180° - (21° + 17.5°) = 141.5°$ 이다.

9. 내접원의 반지름이 3cm 인 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 변 BC 에 평행한 직선이 변 AB, AC 와 만나는 점을 각각 D, E 라 할 때, □DBCE 의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ **정답 :** 42 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

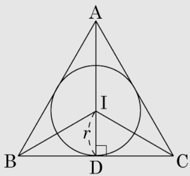
$\overline{BI}$ 를 그으면 점 I 는 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC$
또한, $\overline{DI} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\therefore \angle DBI = \angle DIB$
같은 방법으로 $\overline{CI}$ 를 그으면 $\angle ECI = \angle EIC$
따라서 $\overline{DB} = \overline{DI} = 4\text{cm}$, $\overline{EI} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DE} = 10\text{cm}$ 가 된다.
사각형 DBCE 에서 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times (10 + 18) \times 3 = 42(\text{cm}^2)$ 이다.

10. $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}=10,\ \overline{\mathrm{BC}}=14$ 인 삼각형 ABC 의 내심을 I 라 하고 직선 AI 와 선분 BC 와의 교점을 D 라고 할 때, $\dfrac{\overline{\mathrm{DI}}}{\overline{\mathrm{AI}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{7}{10}$

해설



삼각형 ABC 는 이등변삼각형이므로 위의 그림과 같이 선분 AD 와 선분 BC 가 수직으로 만난다.

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$\triangle\mathrm{ABC}=\dfrac{1}{2}r(10+10+14)=17r$

$\triangle\mathrm{IBC}=\dfrac{1}{2}\times r\times 14=7r$

밑변이 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 높이의 비와 같으므로

$\overline{\mathrm{AD}}:\overline{\mathrm{ID}}=17r:7r=17:7$

$\therefore\ \dfrac{\overline{\mathrm{DI}}}{\overline{\mathrm{AI}}}=\dfrac{7}{10}$