

1. $2^{x+2} + 2^x = 160$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2^{x+2} + 2^x = 5 \times 2^x = 160$$

$$2^x = 32 = 2^5$$

$$\therefore x = 5$$

2. $3^{2x} + 3^{2x} + 3^{2x}$ 을 간단히 나타내면?

- ① 3^{x+1} ② 3^{3x} ③ 27^x ④ 3^{2x+1} ⑤ 3^{3x+1}

해설

$$3 \times 3^{2x} = 3^{2x+1}$$

3. $5^5 \div 5^a = 25$, $5^b + 5^b + 5^b + 5^b + 5^b = 5^4$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}5^5 \div 5^a &= 5^{5-a} = 5^2 \\5 - a &= 2 \quad \therefore a = 3 \\5 \times 5^b &= 5^4, 5^{b+1} = 5^4 \\b + 1 &= 4 \quad \therefore b = 3 \\a &= 3, b = 3 \\ \therefore a - b &= 0\end{aligned}$$

4. $x = 5^3$ 라 할 때, $5^5 - 5^4 + 5^3$ 을 x 에 관한 식으로 나타낸 것은?

- ① $6x$ ② $10x$ ③ $21x$ ④ $25x$ ⑤ $31x$

해설

$$\begin{aligned} 5^5 - 5^4 + 5^3 &= 5^3 \times 5^2 - 5^3 \times 5 + 5^3 \\ &= 25x - 5x + x = 21x \end{aligned}$$

5. $a = 3^{x+1}$ 일 때, 81^x 을 a 에 관한 식으로 바르게 나타낸 것은?

- ① $\frac{a}{3}$ ② $\frac{a^2}{9}$ ③ $\frac{a^3}{27}$ ④ $\frac{a^4}{81}$ ⑤ $\frac{a^5}{243}$

해설

$$a = 3^{x+1}, a = 3 \cdot 3^x, 3^x = \frac{a}{3},$$

$$81^x = (3^4)^x = (3^x)^4 = \left(\frac{a}{3}\right)^4 = \frac{a^4}{81}$$

6. $a = 2^{x-1}$ 일 때, 16^x 을 a 에 관한 식으로 나타낸 것을 고르면?

- ① $8a^3$ ② $8a^4$ ③ $16a^3$ ④ $16a^4$ ⑤ $32a^4$

해설

$$a = 2^{x-1}, 2^x = 2a$$

$$16^x = (2^4)^x = (2^x)^4 = (2a)^4 = 16a^4$$

7. $2^{10} \times 5^{14}$ 은 n 자리의 자연수이다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$2 \times 5 = 10$ 이므로

$$5^4 \times 2^{10} \times 5^{10} = 5^4 \times 10^{10} = 625 \times 10^{10}$$

따라서 13 자리의 자연수이다.

8. $2^{16} \times 5^{20}$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값은?

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

$2^{16} \times 5^{16} \times 5^4 = (2 \times 5)^{16} \times 5^4 = 625 \times 10^{16}$
따라서 19 자리의 자연수이다.

9. $2^9 \times 3^2 \times 5^7$ 은 m 자리의 자연수이고, 각 자리의 숫자의 합은 n 이라고 한다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

- ① 9 ② 15 ③ 18 ④ 24 ⑤ 36

해설

$$2^9 \times 3^2 \times (2 \times 5)^7 = 36 \times 10^7$$

9 자리 자연수이므로 $m = 9$

각 자리의 숫자의 합은 $n = 3 + 6 = 9$

$$\therefore m+n = 9+9 = 18$$

11. $2^{x+4} = 4^{2x-1}$ 이 성립할 때, x 의 값은?

- ① -1 ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} 2^{x+4} &= 2^{2(2x-1)} \\ x+4 &= 2(2x-1) \\ 3x &= 6 \\ \therefore x &= 2 \end{aligned}$$

12. $3^{2x+4} \times 9^{3-x} \times 4^x = 81 \times 6^{2x}$ 일 때, x 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} 3^{2x+4} \times 9^{3-x} \times 4^x &= 3^{2x+4} \times (3^2)^{3-x} \times (2^2)^x \\ &= 3^{2x+4} \times 3^{6-2x} \times 2^{2x} \\ &= 3^{10} \times 2^{2x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 81 \times 6^{2x} &= 3^4 \times 2^{2x} \times 3^{2x} \\ &= 3^{4+2x} \times 2^{2x} \end{aligned}$$

$4 + 2x = 10$ 이므로 $x = 3$ 이다.

13. $\frac{3^6 + 3^6 + 3^6}{5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6} \times \frac{4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6}{2^6 + 2^6} = \left(\frac{n}{m}\right)^7$ 일 때, $m+n$ 의 값은? (단, $\frac{n}{m}$ 은 기약분수이다.)

- ① 6 ② 9 ③ 11 ④ 16 ⑤ 17

해설

$$\begin{aligned}
 3^6 + 3^6 + 3^6 &= 3^6 \times 3 = 3^7 \\
 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 &= 5^6 \times 5 = 5^7 \\
 4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6 &= 4^6 \times 4 = 4^7 \\
 2^6 + 2^6 &= 2^6 \times 2 = 2^7 \\
 \frac{3^6 + 3^6 + 3^6}{5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6} \times \frac{4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6}{2^6 + 2^6} &= \frac{3^7}{5^7} \times \frac{4^7}{2^7} = \left(\frac{3}{5}\right)^7 \times \left(\frac{4}{2}\right)^7 \\
 &= \left(\frac{3 \times 4}{5 \times 2}\right)^7 = \left(\frac{6}{5}\right)^7 \\
 \therefore \frac{n}{m} &= \frac{6}{5} \\
 \therefore m+n &= 5+6=11
 \end{aligned}$$

14. $3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x = 1053$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} 3^x = t \text{로 놓으면} \\ 3^2 \times 3^x + 3 \times 3^x + 3^x \\ = 9t + 3t + t = 1053 \\ 13t = 1053, t = 81 \\ 3^x = 81 = 3^4 \\ \therefore x = 4 \end{aligned}$$

15. $2^3 = x$ 일 때, 32^6 을 x 의 거듭제곱으로 바르게 나타낸 것은?

- ① x^2 ② x^4 ③ x^6 ④ x^8 ⑤ x^{10}

해설

$$32^6 = (2^5)^6 = 2^{30} = (2^3)^{10} = x^{10}$$

16. $x = 5^3$ 라 할 때, $5^5 - 5^4 + 5^3$ 을 x 에 관한 식으로 나타낸 것은?

- ① $6x$ ② $10x$ ③ $21x$ ④ $25x$ ⑤ $31x$

해설

$$5^5 - 5^4 + 5^3 = 5^3 \cdot 5^2 - 5^3 \cdot 5 + 5^3 = 25x - 5x + x = 21x$$

17. 3^x 의 일의 자리의 숫자가 1, 3^y 의 일의 자리의 숫자가 3일 때, $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면? (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수)

- ① 1 ② 3 ③ 9 ④ 7 ⑤ 2

해설

3^k (k 는 자연수)의 일의 자리는
3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, ...
 $\therefore x = 4k_1, y = 4k_2 - 3$
(단, $k_2 \leq k_1, k_1, k_2$ 는 자연수이다.)

$$\begin{aligned}81^x \div 9^y &= 3^{4x-2y} \\ &= 3^{16k_1-8k_2+6} \\ &= 3^{2(8k_1-4k_2+3)} \\ &= 9^{8k_1-4k_2+3}\end{aligned}$$

9^k (k 는 자연수)의 일의 자리는 9, 1, 9, 1, ...
 k_1, k_2 가 자연수이므로 $8k_1, 4k_2$ 는 짝수이다.
따라서 $8k_1 - 4k_2 + 3$ 은 홀수이므로
 $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리는 9이다.

18. 자연수 a 에 대하여 $a^{a+3} = a^{3a-1}$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

해설

$a^{a+3} = a^{3a-1}$ 에서

㉠ 밑이 같으면 지수가 같아야 등호가 성립하므로

$$a + 3 = 3a - 1, \therefore a = 2$$

㉡ 1 의 거듭제곱은 지수와 관계없이 항상 1 이므로 등호가 성립한다.

즉, $a = 1$ 일 때, $1^4 = 1^2$ 이다. $\therefore a = 1$

따라서 a 의 값은 1 과 2 이다.

20. $3^m(3^n + 1) = 2430$ 을 만족하는 양의 정수 m, n 에 대하여 $m \times n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$2430 = 243 \times 10 = 3^5 \times (3^2 + 1)$$

$$m = 5, n = 2$$

$$\therefore m \times n = 10$$