

1. 2000보다 작은 네 자리의 자연수 중에서 각 자리의 숫자 중 두 개만 같은 자연수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 432개

해설

1 인 네자리 자연수에서
같은 두수가 1 인 수의 개수는
 ${}_3C_1 \times {}_9P_2 = 216$
같은 두수가 1 이 아닌 수의 개수는
 ${}_9C_1 \times {}_3C_2 \times {}_8P_1 = 216$ 이므로
구하고자 하는 자연수의 개수는 432 개

2. 남자 5 명, 여자 4 명이 있다. 이 중에서 남자 3 명, 여자 3 명을 뽑아 남녀 한 명씩 짝을 짓는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답 : 240가지

해설

$${}_5C_3 \times {}_4C_3 \times 3! = 10 \times 4 \times 6 = 240$$

3. 8 명이 타고 있는 승강기가 2 층으로부터 11 층까지 10 개층에서 설 수 있다고 한다. 이 때, 각각 4 명, 2 명, 2 명씩 3 개층에서 모두 내리게 되는 방법의 수는?

① 75600

② 84400

③ 92400

④ 124500

⑤ 151200

해설

8 명을 4 명, 2 명, 2 명씩 나누는 방법의

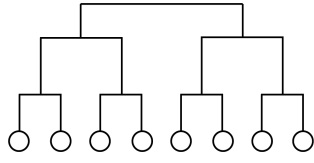
수는 ${}_8C_4 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!}$ 이고,

이와 같이 3 개층에 내리게 되는 방법의 수는

${}_{10}P_3$ 이다.

따라서 ${}_8C_4 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \times {}_{10}P_3 = 151200$

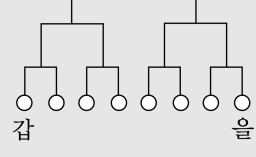
4. 대한민국, 일본, 중국, 대만에서 대표 선수 2 명씩 총 8 명이 출전한 바둑대회가 열린다. 이 대회에서는 오른쪽 그림과 같은 대진표에 의해 토너먼트 방식으로 경기를 하여 우승팀을 가리기로 할 때, 같은 나라에서 출전한 선수끼리는 결승전 이외에는 만나지 않도록 대진표를 작성하는 경우의 수를 구하여라. (단, 대진표에서의 위치와는 상관없이 시합하는 상대가 같은 대진표는 같은 것으로 한다.)

▶ 답: 가지

▶ 정답 : 72 가지

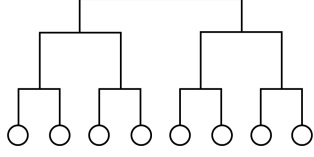
해설

대한민국의 대표선수를 각각 갑, 을이라 하면
대진표의 위치는 상관없으므로 갑, 을 두 선수를
다음 그림과 같이 배치해도 일반성을 잃지 않는다.



나머지 3개국에서 갑과 같은 조에서 시험을 할
1명씩을 뽑는 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (가지)
이 때, 갑과 같은 조에 속한 3명 중 갑과 첫 시험을 할 사람을
택하는 경우의 수는
 ${}_3C_1 = 3$ (가지)이고, 나머지 두 명은 자동으로
서로 첫 시험 상대가 된다. 한편, 을과 같은 조에
속할 나머지 3명의 선수들은 갑과 같은 조에
속한 3명을 제외한 나머지 3명으로 이 경우의
수는 1가지이다. 이 때, 을과 같은 조에 속한
3명 중 을과 첫 시험을 할 사람을 택하는 경우의
수는 ${}_3C_1 = 3$ (가지)이고, 나머지 두 명은
자동으로 서로 첫 시험 상대가 된다.
따라서, 구하는 대진표의 경우의 수는
 $8 \times 3 \times 1 \times 3 = 72$ (가지)

5. 농구대회에 참가한 8 명이 오른쪽 그림과 같은 토너먼트 방식으로 시합을 할 때, 대진표를 작성하는 방법은 몇 가지인지 구하여라.



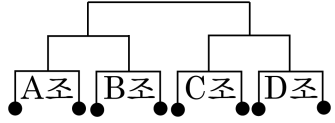
▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 315 가지

해설

우선 8명을 일렬로 배열한다. 대칭되는 경우
 7 가지를 2^7 으로 나누면 $= \frac{8!}{2!2!2!2!2!2!2!} = 315$

6. 전국 규모의 대회에서 우승한 역대 우승자 8명을 초대하여 아래 그림과 같은 토너먼트 형식으로 테니스 최강자를 가리려 한다. 이때, 선수들을 각 조에 배정하는 방법의 수는?



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 2520 가지

해설

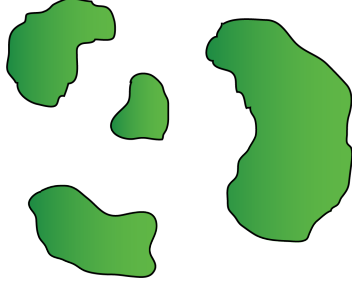
8명을 2명씩 4팀으로 나누는 방법의 수는

$${}_8C_2 \times {}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{4!}$$

또, 이들 4팀을 A 조, B 조, C 조, D 조로 구분하는 것은 4개를 일렬로 나열하는 순열의 수와 같으므로 $4!$ 이다. 따라서 구하는 방법의 수는

$$\begin{aligned} &{}_8C_2 \times {}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{4!} \times 4! \\ &= \frac{8 \times 7}{2} \times \frac{6 \times 5}{2} \times \frac{4 \times 3}{2} = 2520 \end{aligned}$$

7. 다음 그림과 같이 4 개의 섬이 있다. 3 개의 다리를 건설하여 4 개의 섬 모두를 연결하는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 16 개

해설

4개의 섬을 A, B, C, D 라 하자.

- (i) 한 섬에 다리를 1개 또는 2개를 건설하는 경우는

A → B → C → D

A → C → D → B

⋮

D → C → B → A

B → D → C → A

⋮

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)

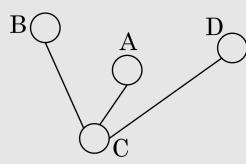
A → B → C → D와 D → C → B → A,

A → C → D → B와 B → D → C → A는 같은 방법

이므로

$\frac{24}{2} = 12$ (가지)

- (ii) 아래의 그림과 같이 한 섬에 세 개의 다리를 건설하는 경우는 4 가지이다.



$\therefore 12 + 4 = 16$ (가지)

8. 4개의 숫자 1, 2, 3, 4를 이용하여 만든 네 자리의 정수 중에서 2300보다 큰 수의 개수는?

- ① 12개 ② 16개 ③ 20개 ④ 24개 ⑤ 30개

해설

23□□의 개수 : 2개

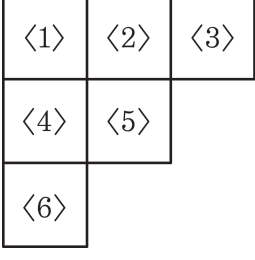
24□□의 개수 : 2개

3□□□의 개수 : 6개

4□□□의 개수 : 6개

$\therefore 2 + 2 + 6 + 6 = 16(\text{개})$

9. 어느 동물원에서 그림과 같이 번호가 적혀 있는 6 칸의 동물 우리에 호랑이, 사자, 늑대, 여우, 원숭이, 곰을 각각 한 마리씩 넣을 때, 호랑이와 사자는 이웃하지 않게 넣으려고 한다. 예를 들어, <1>의 경우에는 <2>와 <4>가 이웃하는 우리이고, <3>, <5>, <6>은 이웃하지 않는 우리이다. 이때, 6 마리의 동물들을 서로 다른 우리에 각각 넣는 방법의 수는?



- ① 112 ② 120 ③ 184 ④ 216 ⑤ 432

해설

(호랑이, 사자)가 이웃하지 않는 경우는 9 가지
즉, (1, 3), (1, 5), (1, 6), (2, 4), (2, 6), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (5, 6) 이
고
서로 바꾸는 경우의 수가 2 가지 이므로 구하는 방법의 수는
 $9 \times 2 \times 4! = 432$

10. 좌표평면 위의 6 개의 평행한 직선 $x = m$ ($m = 0, 1, 2, 3, 4, 5$) 와 5 개의 평행한 직선 $y = n$ ($n = 0, 1, 2, 3, 4$) 로 만들어지는 직사각형 중에서 점 $A\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$ 를 포함하지 않는 직사각형의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 102개

해설

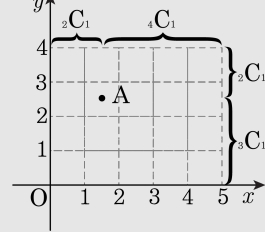
6 개의 평행한 직선 $x = m$ ($m = 0, 1, 2, 3, 4, 5$) 와
5 개의 평행한 직선 $y = n$ ($n = 0, 1, 2, 3, 4$) 로
만들어지는 직사각형의 총 개수는

만들어지는 직사각형의 총 개수는

$${}_6C_2 \times {}_5C_2 = \frac{6 \times 5}{2} \times \frac{5 \times 4}{2} = 150 \text{ (개)}$$

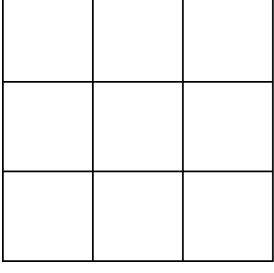
이 중에서 점 $A\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right)$ 를 포함하는 직사각형의

개수는 $({}_2C_1 \times_4 C_1) \times ({}_2C_1 \times_3 C_1) = 8 \times 6 = 48$ (개)



따라서, 구하는 직사각형의 개수는 $150 - 48 = 102$ (개)

11. 다음 그림과 같이 가로선과 세로선이 같은 간격을 이루며 수직으로 만난다. 이들로 이루어지는 정사각형이 아닌 직사각형은 몇 개인가?



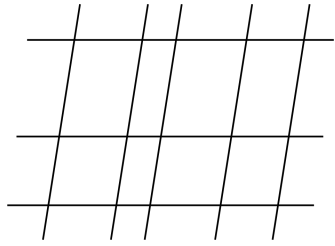
- ① 16 개 ② 20 개 ③ 22 개 ④ 28 개 ⑤ 32 개

해설

만들 수 있는 사각형 전체에서 정사각형의 개수를 뺀다.

${}_4C_2 \times {}_4C_2 - (9 + 4 + 1) = 22$

12. 3 개의 평행선과 5 개의 평행선이 다음 그림과 같이 만나고 있다. 이들 평행선으로 이루어지는 평행사변형은 모두 몇 개 인가?



- ① 12 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

3 개의 평행선과 5 개의 평행선 중에서 각각
2 개씩을 뽑으면 되므로, ${}_5C_2 \times {}_3C_2 = 30$