1. 2000 보다 작은 네 자리의 자연수 중에서 각 자리의 숫자 중 두 개만 같은 자연수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 432 개

해설

1$\square\square\square$ 인 네자리 자연수에서
같은 두수가 1 인 수의 개수는
${}_3C_1 \times {}_9P_2 = 216$
같은 두수가 1 이 아닌 수의 개수는
${}_9C_1 \times {}_3C_2 \times {}_8C_1 = 216$ 이므로
구하고자 하는 자연수의 개수는 432 개

2. 남자 5 명, 여자 4 명이 있다. 이 중에서 남자 3 명, 여자 3 명을 뽑아 남녀 한 명씩 짝을 짓는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 240 가지

해설

$_5C_3 \times _4C_3 \times 3! = 10 \times 4 \times 6 = 240$

3. 8 명이 타고 있는 승강기가 2 층으로부터 11 층까지 10 개층에서 설 수 있다고 한다. 이 때, 각각 4 명, 2 명, 2 명씩 3 개층에서 모두 내리게 되는 방법의 수는?

① 75600　② 84400　③ 92400

④ 124500　⑤ 151200

해설

8 명을 4 명, 2 명, 2 명씩 나누는 방법의

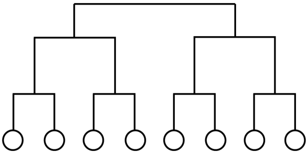
수는 ${}_8C_4 \times {}_4\mathrm{C}_2 \times {}_2\mathrm{C}_2 \times \frac{1}{2!}$ 이고,

이와 같이 3 개층에 내리게 되는 방법의 수는

${}_{10}\mathrm{P}_3$ 이다.

따라서 ${}_8C_4 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \times {}_{10}P_3 = 151200$

4. 대한민국, 일본, 중국, 대만에서 대표 선수 2 명씩 총 8 명이 출전한 바둑대회가 열린다. 이 대회에서는 오른쪽 그림과 같은 대진표에 의해 토너먼트 방식으로 경기를 하여 우승팀을 가리기로 할 때, 같은 나라에서 출전한 선수끼리는 결승전 이외에는 만나지 않도록 대진표를 작성하는 경우의 수를 구하여라. (단, 대진표에서의 위치와는 상관없이 시합하는 상대가 같은 대진표는 같은 것으로 한다.)

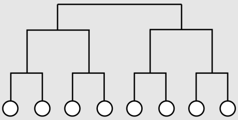


▶ **답 :** ______ 가지

▷ **정답 :** 72 가지

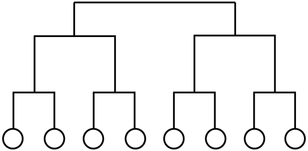
해설

대한민국의 대표선수를 각각 갑, 을이라 하면
대진표의 위치는 상관없으므로 갑, 을 두 선수를
다음 그림과 같이 배치해도 일반성을 잃지 않는다.



나머지 3 개국에서 갑과 같은 조에서 시합을 할
1 명씩을 뽑는 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$(가지)
이 때, 갑과 같은 조에 속한 3 명 중 갑과 첫 시합을 할 사람을
택하는 경우의 수는
$_3C_1 = 3$(가지) 이고, 나머지 두 명은 자동으로
서로 첫 시합 상대가 된다. 한편, 을과 같은 조에
속할 나머지 3 명의 선수들은 갑과 같은 조에
속한 3 명을 제외한 나머지 3 명으로 이 경우의
수는 1 가지이다. 이 때, 을과 같은 조에 속한
3 명 중 을과 첫 시합을 할 사람을 택하는 경우의
수는 $_3C_1 = 3$(가지) 이고, 나머지 두 명은
자동으로 서로 첫 시합 상대가 된다.
따라서, 구하는 대진표의 경우의 수는
$8 \times 3 \times 1 \times 3 = 72$(가지)

5. 농구대회에 참가한 8 명이 오른쪽 그림과 같은 토너먼트 방식으로 시합을 할 때, 대진표를 작성하는 방법은 몇 가지인지 구하여라.



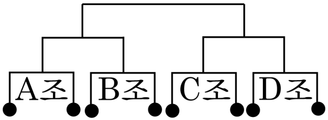
▶ 답 : ________ 가지

▷ 정답 : 315 가지

해설

우선 8 명을 일렬로 배열한다. 대칭되는 경우 7 가지를 2^7 으로 나누면 $= \dfrac{8!}{2!2!2!2!2!2!2!} = 315$

6. 전국 규모의 대회에서 우승한 역대 우승자 8명을 초대하여 아래 그림과 같은 토너먼트 형식으로 테니스 최강자를 가리려 한다. 이때, 선수들을 각 조에 배정하는 방법의 수는?



▶ **답 :** 가지

▷ **정답 :** 2520 가지

해설

8명을 2명씩 4팀으로 나누는 방법의 수는

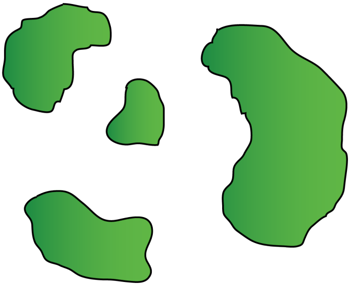
$_8C_2 \times _6C_2 \times _4C_2 \times _2C_2 \times \frac{1}{4!}$

또, 이들 4팀을 A조, B조, C조, D조로 구분하는 것은 4개를 일렬로 나열하는 순열의 수와 같으므로 $4!$이다. 따라서 구하는 방법의 수는

$_8C_2 \times _6C_2 \times _4C_2 \times _2C_2 \times \frac{1}{4!} \times 4!$

$= \frac{8 \times 7}{2} \times \frac{6 \times 5}{2} \times \frac{4 \times 3}{2} = 2520$

7. 다음 그림과 같이 4 개의 섬이 있다. 3 개의 다리를 건설하여 4 개의 섬 모두를 연결하는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 16 개

해설

4개의 섬을 A, B, C, D라 하자.

(i) 한 섬에 다리를 1개 또는 2개를 건설하는 경우는

A → B → C → D

A → C → D → B

⋮

D → C → B → A

B → D → C → A

⋮

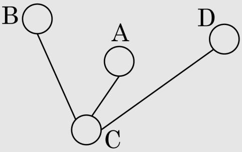
$4\times3\times2\times1=24$(가지)

A → B → C → D와 D → C → B → A,

A → C → D → B와 B → D → C → A는 같은 방법이므로

$\frac{24}{2}=12$ (가지)

(ii) 아래의 그림과 같이 한 섬에 세 개의 다리를 건설하는 경우는 4 가지이다.



$\therefore 12+4=16$ (가지)

8. 4개의 숫자 1, 2, 3, 4를 이용하여 만든 네 자리의 정수 중에서 2300보다 큰 수의 개수는?

① 12개 ② 16개 ③ 20개 ④ 24개 ⑤ 30개

해설

$23\boxed{}\boxed{}$ 의 개수 : 2개

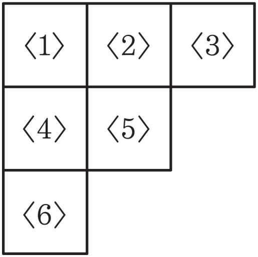
$24\boxed{}\boxed{}$ 의 개수 : 2개

$3\boxed{}\boxed{}\boxed{}$ 의 개수 : 6개

$4\boxed{}\boxed{}\boxed{}$ 의 개수 : 6개

$\therefore 2+2+6+6=16$(개)

9. 어느 동물원에서 그림과 같이 번호가 적혀 있는 6 칸의 동물 우리에 호랑이, 사자, 늑대, 여우, 원숭이, 곰을 각각 한 마리씩 넣을 때, 호랑이와 사자는 이웃하지 않게 넣으려고 한다. 예를 들어, <1> 의 경우에는 <2> 와 <4> 가 이웃하는 우리이고, <3>, <5>, <6> 은 이웃하지 않는 우리이다. 이때, 6 마리의 동물들을 서로 다른 우리에 각각 넣는 방법의 수는?



① 112 ② 120 ③ 184 ④ 216 ⑤ 432

해설

(호랑이, 사자) 가 이웃하지 않는 경우는 9 가지

즉, $(1,3),(1,5),(1,6),(2,4),(2,6),(3,4),(3,5),\ (3,6),(5,6)$ 이고

서로 바꾸는 경우의 수가 2가지 이므로 구하는 방법의 수는

$9\times 2\times 4! = 432$

10. 좌표평면 위의 6 개의 평행한 직선 $x = m$ $(m = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$ 와 5 개의 평행한 직선 $y = n$ $(n = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4)$ 로 만들어지는 직사각형 중에서 점 $A\left(\frac{3}{2},\ \frac{5}{2}\right)$ 를 포함하지 않는직사각형의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

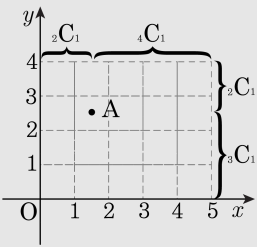
▷ 정답 : 102 개

해설

6 개의 평행한 직선 $x = m$ $(m = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$ 와 5 개의 평행한 직선 $y = n$ $(n = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4)$ 로 만들어지는 직사각형의 총 개수는

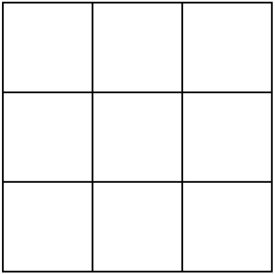
$${}_6C_2 \times {}_5C_2 = \frac{6 \times 5}{2} \times \frac{5 \times 4}{2} = 150\ (\text{개})$$

이 중에서 점 $A\left(\frac{3}{2},\ \frac{5}{2}\right)$ 를 포함하는 직사각형의 개수는 $({}_2C_1 \times {}_4C_1) \times ({}_2C_1 \times {}_3C_1) = 8 \times 6 = 48$ (개)



따라서, 구하는 직사각형의 개수는 $150 - 48 = 102$ (개)

11. 다음 그림과 같이 가로선과 세로선이 같은 간격을 이루며 수직으로 만난다. 이들로 이루어지는 정사각형이 아닌 직사각형은 몇 개인가?



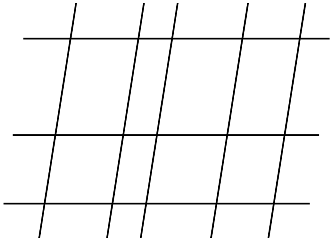
① 16 개 ② 20 개 ③ 22 개 ④ 28 개 ⑤ 32 개

해설

만들 수 있는 사각형 전체에서 정사각형의 개수를 뺀다.

${}_4C_2 \times {}_4C_2 - (9 + 4 + 1) = 22$

12. 3 개의 평행선과 5 개의 평행선이 다음 그림과 같이 만나고 있다. 이들 평행선으로 이루어지는 평행사변형은 모두 몇 개 인가?



① 12 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

3 개의 평행선과 5 개의 평행선 중에서 각각 2 개씩을 뽑으면 되므로, ${}_5C_2 \times {}_3C_2 = 30$