

1. 다음 중 이차함수는 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

㉠ $y = 2x^2 - 5x + 2$

㉡ $y = (x + 1)^2 - x^2$

㉢ $y = 3x - 4$

㉣ $y = x^2(x - 3)$

㉤ $y = \frac{1}{x^2}$

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 1 개

해설

㉡ $y = (x + 1)^2 - x^2 = 2x + 1$

㉢ $y = 3x - 4$

㉣ $y = x^2(x - 3) = x^3 - 3x^2$

㉤ $y = \frac{1}{x^2}$

이므로 ㉠, ㉢은 일차함수이고, ㉣은 삼차함수, ㉤은 분수함수이다.

2. 다음 중 이차함수인 것은?

① $y = 2x + 3$

② $xy = 5$

③ $y = x(x + 3) - x^2$

④ $y = x^2 + 2x$

⑤ $y = \frac{1}{x^2} - 2x$

해설

① 일차함수

② $y = \frac{5}{x}$ 이므로 이차함수가 아니다.

③ $y = 3x$ 이므로 일차함수

⑤ $y = \frac{1}{x^2} - 2x$ 가 x 에 관한 이차식이 아니므로 이차함수가 아니다.

3. 다음 중 이차함수인 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

- ㉠. $y = x(x + 1) - 1$
- ㉡. $y = (x + 1)^2 - x^2$
- ㉢. $y = -\frac{x}{2}(x - 3) - 5$
- ㉣. $y = -\frac{x}{2} - 5x^2$
- ㉤. $y = -\frac{2^2}{x} + 1$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 개

해설

㉠. $y = x(x + 1) - 1 = x^2 + x - 1$ 이므로 이차함수이다.
㉡. $y = (x + 1)^2 - x^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 = 2x + 1$ 이므로 일차함수이다.
㉢. $y = -\frac{x}{2}(x - 3) - 5 = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 5$ 이므로 이차함수이다.
㉣. $y = -\frac{x}{2} - 5x^2$ 이므로 이차함수이다.
따라서 이차함수는 ㉠, ㉢, ㉣의 3 개이다.

4. 다음 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 9$ 의 그래프는 제 몇사분면을 지나지 않는가?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

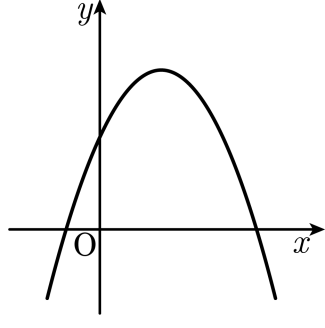
⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 9$ 의 그래프는

꼭짓점은 $(-2, -9)$ 이고, y 절편은 -7 인 아래로 볼록한 그래프
이므로 모든 사분면을 지난다.

5. 다음 이차함수 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 그래프에서 다음 □에 알맞은 부등호를 써넣어라.



$apq \square 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : >

해설

위로 볼록하므로 $a < 0$, 꼭짓점 $(-p, q)$ 가 제1 사분면에 있으므로 $p < 0, q > 0$ 이다.
따라서 $apq > 0$ 이다.

6. 다음 이차함수의 그래프 중에서 제 2 사분면을 지나지 않는 것은?

① $y = 2(x + 1)^2 - 3$

② $y = -\frac{1}{2}(x - 3)^2 + 6$

③ $y = (x - 4)^2 + 5$

④ $y = -3(x - 1)^2 + 2$

⑤ $y = \frac{3}{2}(x + 2)^2 + 9$

해설

④ $y = -3(x - 1)^2 + 2$ 의 그래프는
꼭짓점이 (1, 2) 이고 y 절편이 -1 인 위로 볼록한 그래프이다.
따라서 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.

7. 이차함수 $y = x^2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 그래프는 원점을 지나고 아래로 볼록한 포물선이다.
- ② x 가 어떤 값을 갖더라도 y 의 값은 양수 또는 0 이다.
- ③ x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $x > 0$ 일 때, x 값이 증가하면, y 값도 증가한다.
- ⑤ $x < 0$ 일 때, x 값이 증가하면, y 값은 감소한다.

해설

③ y 축에 대하여 대칭이다.

8. y 가 x 의 제곱에 비례하고, $x = 3$ 일 때, $y = -12$ 이다. y 와 x 의 관계식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = -\frac{4}{3}x^2$

해설

y 가 x 의 제곱에 비례하므로

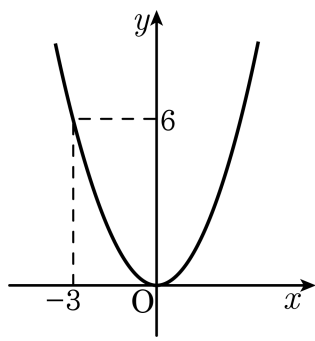
$y = ax^2$ 에 $(3, -12)$ 를 대입

$$-12 = 9a$$

$$a = -\frac{12}{9} = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore y = -\frac{4}{3}x^2$$

9. 다음 그림과 같이 y 가 x 의 제곱에 정비례하는 이차함수 $y = f(x)$ 에 대하여 $f(-3) = 6$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은?



- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$f(x) = ax^2$ 에서 $f(-3) = 6$ 이므로 $6 = a \times (-3)^2$, $9a = 6$, $a = \frac{2}{3}$ $\therefore f(x) = \frac{2}{3}x^2$

따라서 $f(-1) = \frac{2}{3} \times (-1)^2 = \frac{2}{3}$ 이다.

10. 다음 이차함수의 그래프 중 $y = 3x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포갤 수 있는 것을 모두 고르면?

① $y = 3x^2 + 1$

② $y = -3x^2 + 4$

③ $y = \frac{9x^2 - 1}{3}$

④ $y = -3(x + 1)^2$

⑤ $y = x^2 - 5x + 2 + 2(x - 1)(x + 1)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행이동하여 두 이차함수의 그래프를 완전히 포갤 수 있다.

따라서 $a = 3$ 인 것은 ①, ③, ⑤이다.

11. 다음 이차함수의 그래프에서 포물선의 폭이 가장 넓은 것부터 순서대로 나열한 것은?

- 가. $y = -\frac{1}{3}x^2$
나. $y = \frac{1}{2}(x-3)^2$
다. $y = -2x^2 + x - 3$
라. $y = (x-1)^2 + 1$

- ① 다, 라, 나, 가 ② 가, 라, 나, 다 ③ 다, 나, 가, 라
④ 가, 나, 라, 다 ⑤ 가, 나, 다, 라

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.
따라서 폭이 넓은 순으로 나열하면 ④ 가, 나, 라, 다 이다.

12. 다음 보기의 이차함수 중 그래프가 아래로 볼록한 것을 모두 구하여라.

보기

㉠ $y = 7x^2 + 5$

㉡ $y = -3x^2 + x + 1$

㉢ $y = (2x - 1)(x + 3)$

㉣ $y = -2(x - 2)^2 + 3$

㉤ $y = \frac{1}{5}x^2$

㉥ $y = 5(x + 3)(x - 1)$

㉦ $y = -x^2 + 4x - 3$

㉧ $y = 2(x - 1)^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

▷ 정답 : ㉧

해설

x^2 의 계수인 $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록한 포물선이 된다.

13. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 (2, 1) 이다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \leq 1$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 $y = -x^2 - 4x + 5$ 이다.
- ④ x 가 증가할 때 y 가 감소하는 x 의 범위는 $x < 1$ 이다.
- ⑤ 함수의 그래프는 제1, 2, 3 사분면을 지난다.

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 = 2(x - 1)^2 + 1$$

- ① 꼭짓점은 (1, 1) 이다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq 1$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 x 대신 $-x$ 를 대입하므로 $y = 2x^2 + 4x + 3$ 이다.
- ④ 아래로 볼록이고 축의 식이 $x = 1$ 이므로 $x < 1$ 일 때, x 가 증가할 때 y 는 감소한다.
- ⑤ 아래로 볼록, 꼭짓점이 (1, 1) , y 절편이 3 인 그래프를 그리면 제1, 2 사분면을 지난다.

14. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 2$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \leq -2$ 이다.
- ② 그래프는 위로 볼록한 포물선이다.
- ③ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 4)$ 이다.
- ④ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
- ⑤ $x > 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$$y = (x - 2)^2 - 2$$

- ① 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq -2$ 이다.
- ② 아래로 볼록하다.
- ③ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 2)$ 이다.
- ⑤ y 도 증가한다.

15. $y = k(k+1)x^2 + 3x - 1$ 이 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

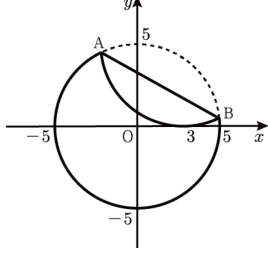
① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k+1) \neq 0$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq 0, k \neq -1$ 이다.

16.

다음 그림과 같이 원 $x^2+y^2=25$ 를 점 $(3, 0)$ 에서 x 축과 접하도록 $\overline{AB}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. 선분 AB의 길이는?



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

17.

모든 실수 x 에 대하여 등식

$$5x^{50}-3x^2-4x+10$$

$$=a_0+a_1(x-2)+a_2(x-2)^2+a_3(x-2)^3+\cdots+a_{50}(x-2)^{50}$$

이 성립 할 때, $a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots-a_{49}+a_{50}$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 8



18.

$a+b=1$ 이고, $a^2+b^2=-1$ 일 때, $a^{22}+b^{46}$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : -1



19. 이차함수 $y = 3x^2 + 2x + a$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 + 2)$ 를 지나고 x 축과 두 점에서 만나도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$$a^2 + 2 = 3a^2 + 2a + a, 2a^2 + 3a - 2 = 0,$$

$$(2a - 1)(a + 2) = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, -2$$

x 축과 두 점에서 만나므로

$$D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot a > 0, a < \frac{1}{3}$$

$$\therefore a = -2$$

20. 이차함수 $y = x^2 - 2x + k - 1$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나기 위한 k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k < 2$

해설

$$D/4 = (-1)^2 - (k - 1) > 0, 1 - k + 1 > 0 \quad \therefore k < 2$$

21. 이차함수의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나는 것을 모두 고르면?

① $y = 4x^2 - 4x + 1$

② $y = x^2 - 3x + 2$

③ $y = 2x^2 + 3x + 4$

④ $y = -2x^2 + 4x - 3$

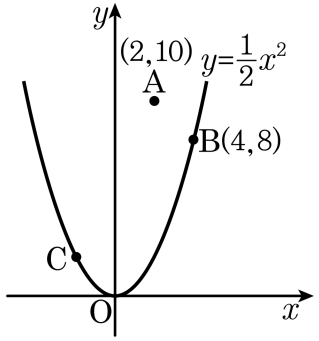
⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$

해설

② $3^2 - 4 \times 2 > 0$

⑤ $(-1)^2 - 4 \left(-\frac{1}{2}\right) > 0$

22. 정점 A(2,10), B(4,8)에 대하여 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 점 C를 잡고 $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형 ABC를 만들 때, 점 C의 y좌표를 p 라 하자. 또 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 점 D를 잡아서, $\overline{AD} = \overline{BD}$ 인 이등변삼각형 ABD를 만들 때, 점 D의 y좌표를 q 라 하자. 이 때, $p + (q - 7)^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

직선 AB의 방정식은 $y = -x + 12$
 따라서, 직선 AB에 수직인 직선 BC는 점 (4, 8)을 지나고, 기울기 1인 직선이다.
 $\therefore y = x + 4$
 $\frac{1}{2}x^2 = x + 4, x^2 - 2x - 8 = 0, (x - 4)(x + 2) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = 4$
 점 C의 x좌표가 -2 이므로
 y좌표는 $\frac{1}{2} \times (-2)^2 = 2 = p$
 $\overline{AB}$ 의 중점 (3, 9)를 지나고 기울기가 1인 직선의 방정식은 $y = x + 6$ 이다. $\frac{1}{2}x^2 = x + 6, x^2 - 2x - 12 = 0$
 $\therefore x = 1 \pm \sqrt{1 - (-12)} = 1 \pm \sqrt{13}$
 $y = \frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{13})^2$
 $= \frac{1}{2}(14 \pm 2\sqrt{13}) = 7 \pm \sqrt{13} = q$
 $\therefore p + (q - 7)^2 = 2 + 13 = 15$

23. 이차함수 $y = x^2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① x 가 어떤 값을 갖더라도 y 의 값은 양수 또는 0이다.
- ② $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ③ $x = 0$ 일 때 $y = 0$ 이고, y 의 최댓값은 0이다.
- ④ 그래프는 원점을 지나고 아래로 볼록하다.
- ⑤ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

해설

③ 아래로 볼록한 그래프이므로 $x = 0$ 일 때 y 의 최솟값이 0이다.

24. 다음 중 평행이동에 의하여 포물선 $y = -x^2 - 2$ 의 그래프와 포깁 수 있는 것은?

① $y = 2x^2 - 3$ ② $y = -2x^2 + 3$ ③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}$

④ $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}$ ⑤ $y = -x^2 - 7$

해설

$y = -x^2 - 2$ 의 그래프와 포깁 수 있는 것은 이차항의 계수가 -1 인 포물선이다.

25. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지나고, 이 그래프와 원점에 대하여 대칭인 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 4)$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼭짓점의 좌표는 (p, q)

원점 대칭하면 $(-p, -q) = (-2, 4)$

$\therefore p = 2, q = -4$

$y = a(x - 2)^2 - 4$ 의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

$2 = a(1 - 2)^2 - 4$

$\therefore a = 6$

26. 이차함수 $y = a(x + b)^2 + c$ 의 그래프가 제 1, 2사분면을 지나고, 꼭짓점의 좌표가 제 1 사분면에 있을 때, 이차함수 $y = -ax^2 + b$ 의 그래프가 지나는 사분면을 구하여라.

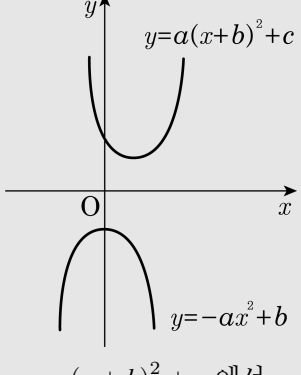
▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 제 3사분면

▷ 정답 : 제 4사분면

해설



$y = a(x + b)^2 + c$ 에서
 $\therefore a > 0, b < 0, c > 0$

27. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}(x-2)^2$ 의 그래프와 직선 $y = -6$ 과의 두 교점 A, B와 x 축 위의 두 점 C(-2, 0), D(p , 0)을 연결한 사각형이 평행사변형일 때, 상수 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차함수 $y = -\frac{2}{3}(x-2)^2$ 의 그래프와 직선 $y = -6$ 과의 두 교점 A, B는
 $-6 = -\frac{2}{3}(x-2)^2$ 에서 $x = 5, -1$ 이다.
 $\therefore \overline{AB} = 6$
 $\square ABCD$ 는 평행사변형이므로 마주 보는 두 변의 길이가 같다.
따라서 $\overline{AB} = \overline{CD} = 6$ 이다.
점 C의 좌표가 (-2, 0)이므로 점 D의 좌표는 (4, 0)이다.
 $\therefore p = 4$

28. 이차함수 $y = (x - 1)(x - p^2)$ ($p > 0$) 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점, y 축과 만나는 한 점을 연결한 삼각형의 외심 O 의 x 좌표가 6 일 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{11}$

해설

x 축과 만나는 두 점은 $(1, 0)$, $(p^2, 0)$ 이고
 y 축과 만나는 점은 $(0, p^2)$

외심 O 의 x 좌표가 6 이므로 $\frac{p^2 + 1}{2} = 6$

$\therefore p = \pm \sqrt{11}$

따라서 $p > 0$ 이므로 $p = \sqrt{11}$ 이다.

29. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

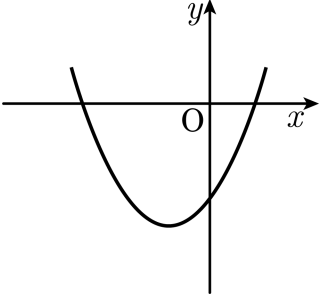
$y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}(x+2)^2 + 3 \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4) + 3 \\ &= \frac{1}{2}x^2 + 2x + 5 \end{aligned}$$

$$a = 2, b = 5$$

$$\therefore a - b = 2 - 5 = -3$$

30. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?



- ㉠ $-\frac{c}{a} < 0$
- ㉡ $a - b + c > 0$
- ㉢ $b^2 - 4ac > 0$
- ㉣ $0 < x_1 < x_2$ 일 때, $f(x_1) < f(x_2)$
- ㉤ $abc < 0$

해설

- ㉠ $a > 0, c < 0$ 이므로 $-\frac{c}{a} > 0$
 - ㉡ $f(-1) = a - b + c < 0$
 - ㉢ x 축과의 교점이 두 개이므로 $D = b^2 - 4ac > 0$
 - ㉣ 「 $x > 0$ 」인 구간에서 x 값이 증가하면 y 값은 증가하는 그래프이므로
 $0 < x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$
 - ㉤ $a > 0, b > 0, c < 0$ 이므로 $abc < 0$
- 따라서 옳지 않은 것은 ㉠, ㉡이다.