1. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 5 또는 8 이 되는 경우의 수는?

① 7　　② 8　　③ 9　　④ 10　　⑤ 11

해설

서로 다른 두 개의 주사위의 눈의 수를 순서쌍 (x, y) 로 나타내면

(i) 눈의 합이 5 가 되는 경우는
$(1,4)$, $(2,3)$, $(3,2)$, $(4,1)$: 4 가지
(ii) 눈의 합이 8 이 되는 경우는
$(2,6)$, $(3,5)$, $(4,4)$, $(5,3)$, $(6,2)$: 5 가지
그런데 (i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로
$4 + 5 = 9$ (가지)
$\therefore 9$

2. $(a+b)(p+q+r)(x+y)$ 를 전개하였을 때, 모든 항의 개수를 구하여라.

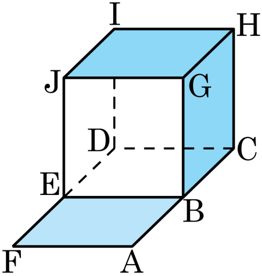
▶ **답 :** _____ 개

▷ **정답 :** 12 개

해설

a, b 중 한 개를 택하는 방법 : 2 가지
p, q, r 중 한 개를 택하는 방법 : 3 가지
x, y 중 한 개를 택하는 방법 : 2 가지
전개했을 때 모든 항의 개수는
$2 \times 3 \times 2 = 12$ (개)

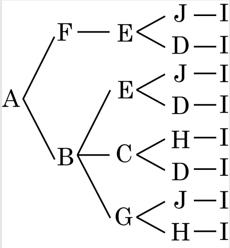
3. 다음그림은 정육면체의 뚜껑이 열려 있는 상태를 나타낸 것이다. A 에서 I 까지 최단 거리로 모서리를 따라가는 방법의 수는?



① 8　　② 9　　③ 10　　④ 11　　⑤ 12

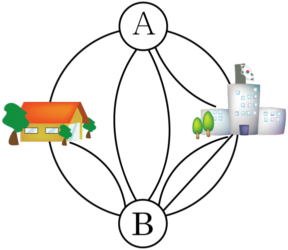
해설

A 에서 I 까지 최단 거리로 수형도를 그려보면



위의 수형도에서 구하는 방법의 수는 8가지이다.

4. 집과 학교 사이에는 그림과 같이 길이 놓여 있을 때, 집에서 학교로 가는 방법의 수는? (단, 같은 지점을 두 번 지나지 않는다.)



① 22 ② 34 ③ 47 ④ 54 ⑤ 66

해설

(1) 집 $\to A \to$ 학교 : $1 \times 2 = 2$

(2) 집 $\to B \to$ 학교 : $2 \times 3 = 6$

(3) 집 $\to A \to B \to$ 학교 : $1 \times 2 \times 3 = 6$

(4) 집 $\to B \to A \to$ 학교 : $2 \times 2 \times 2 = 8$

$\therefore\ 2 + 6 + 6 + 8 = 22$

5. n 권의 책이 있다. 이 n 권 중에서 5 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수는? (단, $n \geq 5$)

① $_{n-1}P_5$ ② $_{n}P_4$ ③ $_{n}C_4$ ④ $_{n}P_5$ ⑤ $_{n}C_5$

해설

n 권에서 5 권을 뽑는 순열의 수이므로 $_{n}P_5$

6. 0, 1, 2로 중복을 허락하여 만들 수 있는 다섯 자리의 정수의 개수는?

① 86가지 ② 98가지 ③ 132가지
④ 162가지 ⑤ 216가지

해설

첫 자리에 올 수 있는 숫자는 2가지이고 나머지는모두 3가지이다.
$\therefore\ 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 162$가지

7. 크기가 서로 다른 오렌지 10 개 중에서 3 개를 선택할 때, 크기가 가장 큰 오렌지 1 개가 반드시 포함되는 경우의 수는?

① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

해설

오렌지 9 개 중 2 개를 뽑는 경우의 수와 같다.

$\therefore \ {}_9C_2 = 36$

8. 5 명의 학생을 2 명과 3 명의 두 그룹으로 나누는 방법의 수는?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

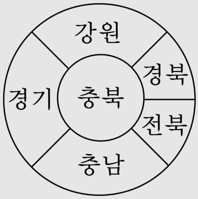
${}_5C_2 \times {}_3C_3 = 10$

9. 다음 그림은 우리나라 지도의 일부분이다. 6 개의 도를 서로 다른 4 가지의 색연필로 칠을 하여 도(⊠)를 구분하고자 한다. 색칠을 하는 방법의 가지 수를 구하면?

① 32 가지　② 56 가지　③ 72 가지
④ 96 가지　⑤ 118 가지

해설

위 지도를 다음 그림과 같이 생각하면,



충북에 색칠하는 방법의 수는 4 (가지)
충남에 색칠하는 방법의 수는 3 (가지)
전북에 색칠하는 방법의 수는 2 (가지)
경기에 색칠하는 방법의 수는 2 (가지)
경북에 색칠하는 방법의 수는 2 (가지)
강원에 색칠하는 방법의 수는 1 (가지)
그러므로 $4 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 1 = 96$
$\therefore$ 96 가지

10. 연도인 2002 는 앞, 뒤 어느 쪽부터 읽어도 서로 같은 좌우대칭인 수이다. 2003 년부터 9999 년까지의 연도 중 2002 와 같이 좌우대칭인 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 79 개

해설

좌우대칭인 네 자리 수는 앞의 두 자리 수만 정해지면 된다.
그런데, 2003 이상이 되려면 앞의 두 자리 수는 21 이상 99 이하의 수이어야 한다.
따라서 좌우대칭인 수의 개수는 $99 - 20 = 79$(개) 이다.

11. 다음은 서로 다른 n개에서 서로 다른 r개를 꺼내어 일렬로 배열하는 방법의 수를 구하는 과정이다.

> (i) n개에서 특정한 1개를 뺀 나머지에서 r개를 꺼내어 배열한다.
> (ii) n개에서 특정한 1개를 포함하여 r개를 꺼내어 배열한다.
> (i), (ii)는 배반이므로,
> $\therefore {}_nP_r = \boxed{(가)} + \boxed{(나)}$

위의 과정에서 $\boxed{(가)}$, $\boxed{(나)}$에 들어갈 알맞은 식은?

① (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

② (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_nP_{r-1}$

③ (가): ${}_nP_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

④ (가): ${}_{n-1}P_r \times r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

⑤ (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1} \times r$

해설

(i)에서 ${}_{n-1}P_r$←(가)
(ii) 에서 특정한 1개를 포함시켜 r개를 꺼내려면
$n-1$개에서 $r-1$개를 꺼내어 배열한 다음
(${}_{n-1}P_{r-1}$), 특정한 1개를 다시 이것들과 배열시키는 것을 생각한다.
따라서 ${}_{n-1}P_{r-1} \times r$←(나)

12. 남학생 4 명과 여학생 2 명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

① 60 가지 ② 120 가지 ③ 180 가지

④ 240 가지 ⑤ 300 가지

해설

4 명의 남학생과 2 명의 여학생 중에서 여학생 2명을 한 묶음으로 생각하여 5 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5!$ 이고, 묶음 안에서 여학생 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2 가지이므로, 구하는 경우의 수는, $5! \times 2 = 240$ (가지) 이다.

13. 나란히 놓인 10개의 의자에 A, B, C, D 의 4명이 앉을 때, 어느 두 사람도 인접하지 않는 경우의 수는?

① 760 ② 800 ③ 840 ④ 880 ⑤ 920

해설

10 개의 의자에 네 사람이 앉으므로 빈 의자는 6 개이다. 이 6 개의 의자 사이 및 양 끝의 7 자리에 의자에 앉은 네 사람을 배열하면 되므로 구하는 경우의 수는 $\Rightarrow_7 P_4 = 840$

14. A, B, C, D, E 의 5개의 문자 중에서 3개를 뽑아 일렬로 나열할 때, A로 시작하는 경우의 수는?

① 12　② 14　③ 18　④ 24　⑤ 36

해설

B, C, D, E 중 2개를 뽑아 나열하는 경우와 같다.

${}_4P_2 = 12$

15. 0, 1, 2, 3, 4, 5 의 6 개의 숫자를 한번씩 사용하여 네 자리의 정수를 만들 때, 양 끝이 홀수인 자연수의 개수를 구하면?

▶ 답 : ＿＿＿＿ 개

▷ 정답 : 72 개

해설

양 끝이 홀수이므로 1, 3, 5 중 2 개를 배열하는 경우의 수는

${}_3P_2 = 6$

두 홀수를 제외한 나머지 4 개의 숫자를 배열하는 경우의 수는

${}_4P_2 = 12$

따라서 $6 \times 12 = 72$

16. silent의 6개의 문자를 일렬로 배열할 때, 적어도 한쪽 끝에 모음이 오는 경우의 수는?

① 36 ② 72 ③ 144 ④ 288 ⑤ 432

해설

전체의 경우의 수에서 양쪽 끝 모두 자음이 오는 경우의 수를 빼준다.

$6! - {}_4P_2 \times 4! = 432$

17. 등식 ${}_nP_2 + 6{}_nC_2 = 12{}_{n-1}C_3$ 을 만족하는 n 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$n(n-1) + 3n(n-1) = 2(n-1)(n-2)(n-3)$

n 에 관하여 방정식을 풀면, $n = 6$

18. *climate* 의 7개의 문자를 일렬로 나열할 때, 세 모음이 알파벳 순서가 되도록 나열하는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 840

해설

세 모음의 순서는 a, e, i 로 정해져 있다.

7 개의 문자를 나열한 후 a, e, i를 나열하는 방법의 수로 나눈다.

$$\therefore \ \frac{7!}{3!} = 840$$

19. A 지역에는 세 곳, B 지역에는 네 곳, C 지역에는 다섯 곳, D 지역에는 여섯 곳의 관광지가 있다. 이 중에서 세 곳을 선택하여 관광하려고 할 때, 선택한 세 곳이 모두 같은 지역이 되는 경우의 수는?

① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

해설

(i) 선택한 세 곳이 모두 A 지역일 경우 : 1 (가지)
(ii) 선택한 세 곳이 모두 B 지역일 경우 :
이는 B 지역의 네 곳 중 세 곳을 선택한 경우와 같다.
${}_4C_3 = 4$ (가지)
(iii) 선택한 세 곳이 모두 C 지역일 경우 :
위와 같은 방법으로 ${}_5C_3 = 10$ (가지)
(iv) 선택한 세 곳이 모두 D 지역일 경우 :
위와 같은 방법으로 ${}_6C_3 = 20$ (가지)
따라서, (i), (ii), (iii), (iv) 에 의하여
$1 + 4 + 10 + 20 = 35$ (가지)

20. 2000보다 작은 네 자리의 자연수 중에서 각 자리의 숫자 중 두 개만 같은 자연수는 몇 개인지 구하여라.

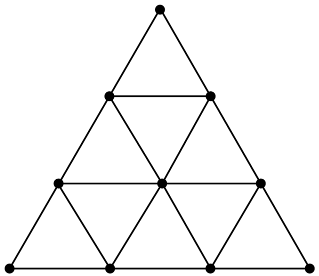
▶ 답 : ____ 개

▷ 정답 : 432 개

해설

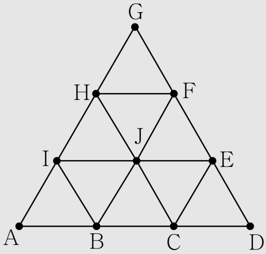
$1\boxed{}\boxed{}\boxed{}$ 인 네자리 자연수에서
같은 두수가 1 인 수의 개수는
$_3C_1 \times _9P_2 = 216$
같은 두수가 1 이 아닌 수의 개수는
$_9C_1 \times _3C_2 \times _8C_1 = 216$ 이므로
구하고자 하는 자연수의 개수는 432 개

21. 다음 그림과 같은 형태의 정삼각형들의 꼭짓점으로 이루어진 10 개의 점이 있다. 이들 점을 연결하여 만들 수 있는 직선의 개수는?



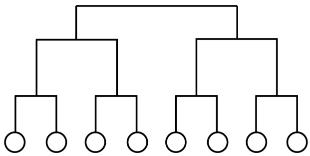
① 12 개 ② 14 개 ③ 18 개 ④ 20 개 ⑤ 24 개

해설



서로 다른 10 개의 점 중에서 두 점을 택하면 직선이 되므로, ${}_{10}C_2 = 45$, 그런데 위 그림에서 네 점 A, B, C, D 중 어떤 두 점을 택하여 직선을 그려도 모두 동일한 직선이 된다.
A, B, C, D 네 점 중 두 점을 택하는 경우의 수 ${}_4C_2 = 6$ 가지와 I, J, E 세 점 중 두 점을 택하는 경우의 수 ${}_3C_2 = 3$ 가지가 각각 동일한 직선이 된다.
다른 두 방향에 대해서도 동일하므로 한 직선이 중복되어 계산된 경우의 수는 $({}_4C_2 + {}_3C_2 - 2) \times 3 = 21$(가지) 이다.
따라서 구하는 직선의 수는 $45 - 21 = 24$(개)

22. 대한민국, 일본, 중국, 대만에서 대표 선수 2 명씩 총 8 명이 출전한 바둑대회가 열린다. 이 대회에서는 오른쪽 그림과 같은 대진표에 의해 토너먼트 방식으로 경기를 하여 우승팀을 가리기로 할 때, 같은 나라에서 출전한 선수끼리는 결승전 이외에는 만나지 않도록 대진표를 작성하는 경우의 수를 구하여라. (단, 대진표에서의 위치와는 상관없이 시합하는 상대가 같은 대진표는 같은 것으로 한다.)

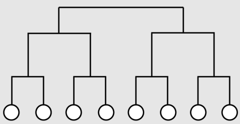


▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 72 가지

해설

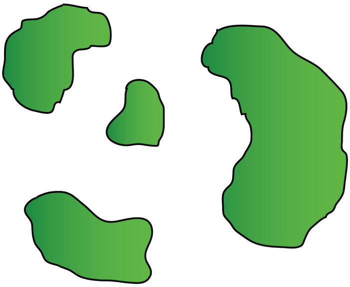
대한민국의 대표선수를 각각 갑, 을이라 하면
대진표의 위치는 상관없으므로 갑, 을 두 선수를
다음 그림과 같이 배치해도 일반성을 잃지 않는다.



갑 을

나머지 3 개국에서 갑과 같은 조에서 시합을 할 1 명씩을 뽑는 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$(가지)
이 때, 갑과 같은 조에 속한 3 명 중 갑과 첫 시합을 할 사람을 택하는 경우의 수는
${}_3C_1 = 3$(가지) 이고, 나머지 두 명은 자동으로 서로 첫 시합 상대가 된다. 한편, 을과 같은 조에 속할 나머지 3 명의 선수들은 갑과 같은 조에 속한 3 명을 제외한 나머지 3 명으로 이 경우의 수는 1가지이다. 이 때, 을과 같은 조에 속한 3 명 중 을과 첫 시합을 할 사람을 택하는 경우의 수는 ${}_3C_1 = 3$(가지) 이고, 나머지 두 명은 자동으로 서로 첫 시합 상대가 된다.
따라서, 구하는 대진표의 경우의 수는
$8 \times 3 \times 1 \times 3 = 72$(가지)

23. 다음 그림과 같이 4 개의 섬이 있다. 3 개의 다리를 건설하여 4 개의 섬 모두를 연결하는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 16 개

해설

4개의 섬을 A, B, C, D라 하자.

(i) 한 섬에 다리를 1개 또는 2개를 건설하는 경우는

A → B → C → D

A → C → D → B

⋮

D → C → B → A

B → D → C → A

⋮

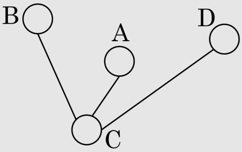
$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$(가지)

A → B → C → D와 D → C → B → A,

A → C → D → B와 B → D → C → A는 같은 방법이므로

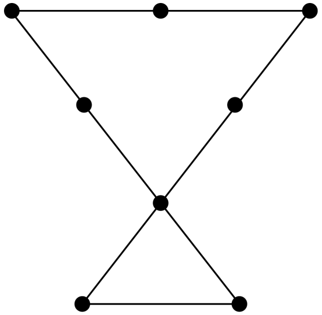
$\frac{24}{2} = 12$ (가지)

(ii) 아래의 그림과 같이 한 섬에 세 개의 다리를 건설하는 경우는 4 가지이다.



$\therefore 12 + 4 = 16$ (가지)

24. 그림과 같이 삼각형의 두 변을 연장하여 또 다른 삼각형을 만들었다. 이 도형 위에 있는 8개의 점 중에서 3개의 점을 이어 만들 수 있는 삼각형의 개수는?



① 36 ② 47 ③ 54 ④ 66 ⑤ 75

해설

8개의 점 중에서 3개의 점을 선택하는 경우에서
직선위의 점 중 3 개를 선택하는 경우를 빼준다.
$\Rightarrow {}_8C_3 - ({}_4C_3 + {}_4C_3 + {}_3C_3) = 47$

25. 좌표평면 위의 6 개의 평행한 직선 $x = m$ $(m = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$ 와 5 개의 평행한 직선 $y = n$ $(n = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4)$ 로 만들어지는 직사각형 중에서 점 $A\left(\frac{3}{2},\ \frac{5}{2}\right)$ 를 포함하지 않는직사각형의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ____ 개

▷ 정답 : 102 개

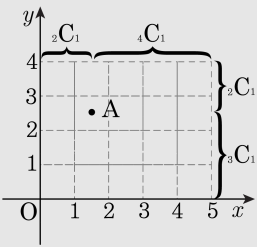
해설

6 개의 평행한 직선 $x = m$ $(m = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$ 와
5 개의 평행한 직선 $y = n$ $(n = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4)$ 로
만들어지는 직사각형의 총 개수는

$${}_6C_2 \times {}_5C_2 = \frac{6 \times 5}{2} \times \frac{5 \times 4}{2} = 150\ (\text{개})$$

이 중에서 점 $A\left(\frac{3}{2},\ \frac{5}{2}\right)$ 를 포함하는 직사각형의

개수는 $({}_2C_1 \times {}_4C_1) \times ({}_2C_1 \times {}_3C_1) = 8 \times 6 = 48$ (개)



따라서, 구하는 직사각형의 개수는 $150 - 48 = 102$ (개)