**1.** 다음 중 점 $(-2,\ 3)$ 을 지나고 기울기가 2 인 직선의 방정식은?

① $2x+y=7$
② $y=2x+7$
③ $y+3=2(x+2)$
④ $y=2x+3$
⑤ $y=-\frac{1}{2}x+2$

해설

$\therefore\ y=2(x+2)+3=2x+7$

**2.** 직선 $(1+k)x+(k-1)y=2k$에 대한 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $k=0$일 때, 직선 $y=x$와 일치한다.

㉡ $k\neq 0$일 때, 직선 $y=-x+2$와 일치한다.

㉢ $k$의 값에 관계없이 정점 $(1,\ 1)$을 지난다.

① ㉠　　② ㉠, ㉡　　③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢　　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $k=0$이면 주어진 직선은 $x-y=0$으로
$y=x$와 일치한다.
㉡ $k\neq 1$이면 주어진 직선은
$y=-\dfrac{k+1}{k-1}x+\dfrac{2k}{k-1}$ 이므로 $k\neq 0$일 때
$y=-x+2$와 일치한다고 할 수 없다.
㉢ 주어진 식을 $k$에 관하여 정리하면
$(x+y-2)k+(x-y)=0$
$x+y-2=0$ ,
$x-y=0$이면 $k$값에 관계없이
주어진 식이 성립한다.
즉 $k$ 값에 관계없이 $(1,\ 1)$을 지난다.

**3.** 두 점 $A(3,2), B(1,4)$ 를 연결하는 선분의 중점을 지나고 $2x+y-1=0$ 에 수직인 직선을 $l$ 이라 할 때, 다음 중 직선 $l$ 위에 있는 점은?

① $\left(-4, \frac{1}{2}\right)$　② $\left(-6, -\frac{3}{2}\right)$　③ $(0,2)$
④ $(1,1)$　⑤ $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$

해설

두 점 $A(3,2), B(1,4)$ 의 중점 $M$ 의 좌표는 $(2,3)$ 이고, 직선$2x+y-1=0$ 에 수직인 직선의 기울기 $m$ 은 $(-2)\cdot m=-1$에서$m=\frac{1}{2}$

이 때, 구하는 직선 $l$ 의 방정식은

$y=\frac{1}{2}(x-2)+3 \quad \therefore y=\frac{1}{2}x+2$

따라서, 이 직선 위의 점은 $(0,2)$ 이다

**4.** 세 직선 $2x+3y-4=0$, $3x-y+5=0$, $5x+2y+k=0$ 이 한 점에서 만나도록 상수 $k$ 의 값을 정하면?

① $-2$ ② $-1$ ③ $1$ ④ $2$ ⑤ $3$

해설

세 직선이 한 점에서 만나려면
직선 $5x+2y+k=0$ 이 두 직선
$2x+3y-4=0$ , $3x-y+5=0$ 의 교점을 지나야 한다.
두 직선 $2x+3y-4=0$ , $3x-y+5=0$ 의 교점이 $(-1, 2)$ 이므로
$x=-1$, $y=2$를 $5x+2y+k=0$ 에 대입하면
$5\cdot(-1)+2\cdot2+k=0$
$\therefore\ k=1$

**5.** 점 $(2\ ,-1\ )$ 과 직선 $x-y-1=0$ 사이의 거리는?

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ $2$ ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$\therefore$ 거리 $=\frac{|2+1-1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \sqrt{2}$

**6.** 일차함수 $\sqrt{3}x - y = 1$ 의 기울기와 $y$ 절편, $x$ 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 : $\underline{\quad ^{\circ}}$

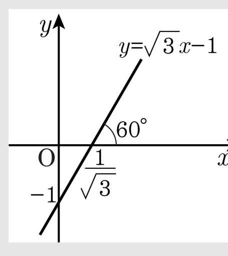
▷ 정답 : 기울기 $\sqrt{3}$

▷ 정답 : $y$ 절편 $-1$

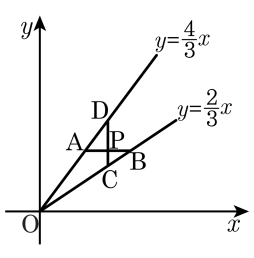
▷ 정답 : 60 $\underline{^{\circ}}$

해설

$y = \sqrt{3}x - 1$ 에서
기울기 $\sqrt{3}$, $y$ 절편 $-1$, $x$ 축의 양의 방향과 이루는 각 $60°$



**7.** 직선 $y=\frac{4}{3}x$ 와 $y=\frac{2}{3}x$ 사이에 위치한 제 1 사분면의 점 P 에서 $x$ 축, $y$ 축에 각각 평행한 선분을 그어 위의 두 직선과 만나는 점을 그림에서와 같이 각각 A, B, C, D 라 하자. 이 때, $\frac{\overline{\mathrm{AP}}\cdot\overline{\mathrm{BP}}}{\overline{\mathrm{CP}}\cdot\overline{\mathrm{DP}}}$ 의 값은?




① $\frac{1}{2}$
② $\frac{8}{9}$
③ $\frac{9}{8}$
④ $\frac{9}{2}$
⑤ P 의 위치에 따라 일정하지 않다.

해설

직선 $y=\frac{4}{3}x$ 의 기울기에서 $\frac{\overline{\mathrm{DP}}}{\overline{\mathrm{AP}}}=\frac{4}{3}$

직선 $y=\frac{2}{3}x$ 의 기울기에서 $\frac{\overline{\mathrm{CP}}}{\overline{\mathrm{BP}}}=\frac{2}{3}$

$\therefore \frac{\overline{\mathrm{AP}}\cdot\overline{\mathrm{BP}}}{\overline{\mathrm{CP}}\cdot\overline{\mathrm{DP}}}=\frac{\overline{\mathrm{AP}}}{\overline{\mathrm{DP}}}\cdot\frac{\overline{\mathrm{BP}}}{\overline{\mathrm{CP}}}=\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{2}=\frac{9}{8}$

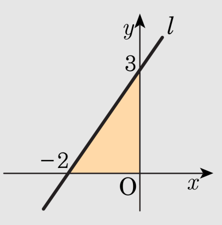
**8.** 직선 $3x-2y+6=0$이 $x$ 축 및 $y$축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x-2y+6=0$을 그래프에 도시해보면,




$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\dfrac{1}{2}\times 2\times 3=3$

**9.** 세 점 $A(-1, 1)$, $B(2, -3)$, $C(k, k-1)$ 이 같은 직선위에 있도록 상수 $k$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $-\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

해설

세 점이 같은 직선 위에 있으려면 기울기가 일치해야 한다.

$\Rightarrow$ $\overline{BC}$ 의 기울기$=$ $\overline{AB}$ 의 기울기

$$\Rightarrow \quad \frac{k-1+3}{k-2} = \frac{-3-1}{2-(-1)}$$

$$\Rightarrow \quad k = \frac{2}{7}$$

**10.** 직선 $x+2y+3=0$ 과 수직이고 점 $(2,\ 0)$ 을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

① $2x-y-4=0$
② $x-2y-4=0$
③ $2x-3y-4=0$
④ $3x-y-4=0$
⑤ $3x-2y-4=0$

해설

$y=-\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$ 에 수직이므로, 기울기은 2

$(2,0)$ 을 지나므로,

$\Rightarrow\ \ y=2(x-2)$

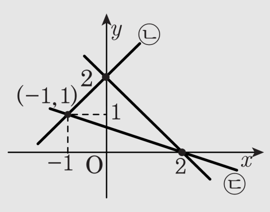
$\Rightarrow\ \ y=2x-4$

**11.** 두 직선 $mx-y+m+1=0$ 과 $y=-x+2$ 가 제1사분면에서 만나도록 하는 상수 $m$ 의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3}<m<1$
② $-\frac{1}{3}<m<1$
③ $-1<m<2$
④ $m<-\frac{1}{3},\ m>1$
⑤ $-1<m<-\frac{1}{3}$

해설

$mx-y+m+1=0 \cdots$ ㉠
$\Leftrightarrow m(x+1)-(y-1)=0$ 에서
이 직선은 $m$ 의 값에 관계없이
항상 점 $(-1,1)$ 을 지난다.
다음 그림에서 ㉠이 직선 $y=-x+2$ 와
제1사분면에서 나려면 ㉠의 기울기 $m$ 은




㉡의 기울기 $\frac{2-1}{0-(-1)}=1$ 보다 작고

㉢의 기울기 $\frac{0-1}{2-(-1)}=-\frac{1}{3}$ 보다 커야한다.

$\therefore\ -\frac{1}{3}<m<1$

**12.** 원점을 지나고, 점 (2, 1) 에서의 거리가 1 인 직선의 방정식은? (단, $x$ 축은 제외)

① $y=\frac{2}{3}x$ ② $y=-\frac{2}{3}x$ ③ $y=\frac{1}{3}x$
④ $y=-\frac{4}{3}x$ ⑤ $y=\frac{4}{3}x$

해설

원점을 지나는 직선을
$y=kx(k\neq 0)$ 이라 하면,
(2, 1) 에서의 거리가 1 이므로
$\frac{|2k-1|}{\sqrt{k^2+1}}=1$, $|2k-1|=\sqrt{k^2+1}$, $k(3k-4)=0$
$k=\frac{4}{3}$ ($\because k\neq 0$)
$\therefore\ y=\frac{4}{3}x$

**13.** 두 점 $(4, -2), (2, -3)$ 을 지나는 직선의 $x$ 절편을 A, $y$ 절편을 B, 원점을 O 라 할 때, $\triangle\mathrm{OAB}$ 의 면적을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$(4, -2), (2, -3)$ 를 지나는 직선은

$y = \dfrac{-2-(-3)}{4-2}(x-2) - 3 = \dfrac{1}{2}x - 4$

$\Rightarrow$ $x$ 절편은 8 이고, $y$ 절편은 $-4$ 이다.

$\therefore$ $\triangle\mathrm{OAB}$ 의 넓이는

$\dfrac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16$ 이다.

**14.** 「$m,\ n$ 을 서로소인 자연수라 할 때, 좌표평면위의 두 점 $\mathrm{P}(m,\ 0)$ , $\mathrm{Q}(0,\ n)$ 을 잇는 선분 PQ 위에는 $x$ 좌표, $y$ 좌표가 모두 자연수인 점이 존재하지 않는다.」를 다음과 같이 증명하였다.

<증명>

두 점 P, Q 를 지나는 직선의 방정식은
$\boxed{(가)}$ 이다. 따라서 $nx+my=mn\ (0<x<m,\ 0<y<n)$ 을
만족하는 자연수 $x,\ y$ 가 존재한다고 가정하면 $my=n(m-x)$
좌변이 $m$ 의 배수이므로 우변도 $m$ 의 배수이고,
$m,\ n$ 이 서로소이므로
$\boxed{(나)}$는 $m$ 의 배수가 된다.
이것은 $0<m-x<\boxed{(다)}$에 모순이다.

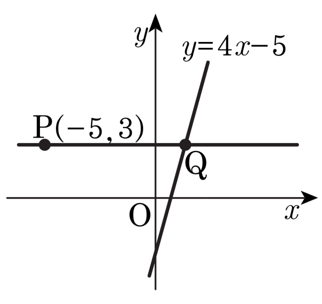
위의 증명에서 (가), (나), (다) 에 알맞은 것은?

① $nx+my=1,\ \ m-x,\ \ m$
② $nx+my=1,\ \ m+x,\ \ 2m$
③ $\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}=1,\ \ m-x,\ \ m$
④ $\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}=1,\ \ m+x,\ \ 2m$
⑤ $nx+my=1,\ \ m+x,\ \ n$

해설

두 점 P, Q 를 지나는 직선의 $x$ 절편, $y$ 절편이
각각 $m,\ n$ 이므로
$\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}=1 \Leftrightarrow nx+my=mn \cdots\cdots$ ㉠
㉠을 만족하는 자연수 $x,\ y$ 가
존재한다고 가정하면
$my=n(m-x)$ 에서 $m,\ n$ 이 서로소이므로
$m-x$ 는 $m$ 의 배수가 된다.
이것은 $0<m-x<m$ 에 모순이다.

**15.** 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $P(-5, 3)$을 지나고 $x$축에 평행한 직선이 일차함수 $y = 4x - 5$ 의 그래프와 만나는 점을 Q 라 한다. $\overline{PQ}$ 의 길이는?




① 6　　② $\frac{13}{2}$　　③ 7　　④ $\frac{15}{2}$　　⑤ 8

해설

점 P 를 지나고 $x$축에 평행한 직선의 방정식은 $y = 3$ 이다.
점 Q의 $y$좌표가 3이므로
$y = 4x - 5$에 $y = 3$을 대입하면 $3 = 4x - 5$
$\therefore x = 2$
따라서 점 Q의 좌표는 $(2,\ 3)$ 이다.
$\therefore \overline{PQ} = 2 - (-5) = 7$

**16.** 세 점 $(0, 2)$, $(3, -3)$, $(-3, a)$ 가 한 직선 위에 있도록 하는 $a$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 7$

해설

세 점이 한 직선 위에 있으려면 기울기가 일치해야 한다.

$\Rightarrow \dfrac{-3-2}{3-0} = \dfrac{a-(-3)}{-3-3}$

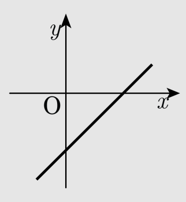
$\Rightarrow a = 7$

**17.** 직선 $ax+by+c=0$에 대하여 $ab<0$, $bc>0$일 때, 이 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답 : ______ 사분면

▷ 정답 : 제 2사분면

해설




$ax+by+c=0$에서

$y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

주어진 조건에서

$ab<0$ , $bc>0$ 이므로

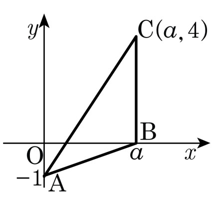
$-\frac{a}{b}>0$ , $-\frac{c}{b}<0$

$\therefore$ (기울기)$>0$ , ($y$ 절편)$<0$

따라서 주어진 직선은 다음 그림과 같으므로

지나지 않는 사분면은 제 2 사분면이다.

**18.** 다음 그림과 같이 점 A$(0,\ -1)$, B$(a,\ 0)$, C$(a,\ 4)$를 꼭지점으로 하는 ABC가 있다. 점 B를 지나면서 $\triangle$ABC의 넓이를 이등분하는 직선이 존재할 때, 직선의 방정식은?



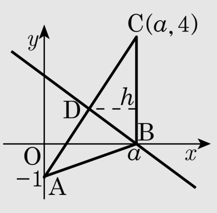

① $y=-\frac{4}{a}x+4$　② $y=-\frac{3}{a}x+3$　③ $y=-\frac{2}{a}x+2$
④ $y=-\frac{2}{a}x+1$　⑤ $y=-\frac{1}{a}x+4$

해설

$\triangle$ABC의 넓이를 S라 하면

$\mathrm{S}=\frac{1}{2}\cdot\overline{\mathrm{BC}}\cdot\overline{\mathrm{OB}}=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot a=2a$

점 B를 지나면서 $\triangle$ABC의 넓이를 이등분하는 직선과 $\overline{\mathrm{AC}}$ 와의 교점을 D,
$\triangle$BCD에서 $\overline{\mathrm{BC}}$를 밑변으로 보았을 때 높이를 $h$ 라 하면




($\triangle$BCD의 넓이) $=\frac{1}{2}\cdot\overline{\mathrm{BC}}\cdot h=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot h=2h$

이 넓이는 $\triangle$ABC의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로

$2h=a$　　$\therefore h=\frac{a}{2}$

따라서 점 D의 $x$좌표는 $a-\frac{a}{2}=\frac{1}{2}a$

$\therefore$ D의 좌표는 $\left(\frac{a}{2},\ \frac{3}{2}\right)$

두 점 B$(a,0)$, D$\left(\frac{a}{2},\ \frac{3}{2}\right)$ 를 지나는

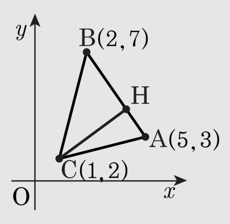
직선의 방정식은 $y-0=\dfrac{\frac{3}{2}}{\frac{a}{2}-a}(x-a)$

$\therefore y=-\frac{3}{a}x+3$

**19.** $A(5,3)$, $B(2,7)$, $C(1,2)$ 를 삼각형 $ABC$ 의 세 꼭지점이라 할 때, 점 $C$ 에서 직선 $AB$ 에 내린 수선의 길이는?

① $\frac{3}{5}$　　② $\frac{7}{5}$　　③ $\frac{13}{5}$　　④ $\frac{17}{5}$　　⑤ $\frac{19}{5}$

해설




직선 $AB$ 의 방정식은 $4x+3y-29=0$ 이다. 점 $C(1,\ 2)$ 에서 직선 $AB$ 에 내린

수선의 길이는 $\overline{CH}=\dfrac{|4\cdot 1+3\cdot 2-29|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\dfrac{19}{5}$

**20.** 두 직선 $3x+4y=24$ 와 $3x+4y=4$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

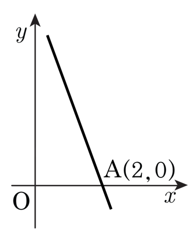
해설

두 직선이 평행하므로 한 직선의 임의의 점과 나머지 직선 사이의 거리를 구하면 된다.

$3x+4y=24$ 의 점 $(0,6)$

$\frac{|0\times3+6\times4-4|}{\sqrt{3^2+4^2}}=4$

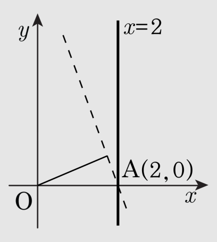
**21.** 점 $A(2,0)$ 을 지나는 임의의 직선 $l$ 에 대하여 원점 $O$ 와 직선 $l$ 사이의 거리의 최댓값은?




① 2　　② 3　　③ $2\sqrt{2}$

④ $\sqrt{5}$　　⑤ 4

해설



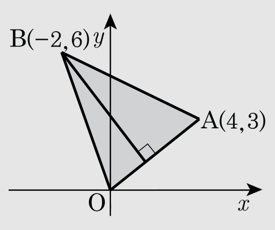

다음의 그림에서 점 $A(2,0)$ 을 지나고
$y$ 축에 평행한 직선 $l$ , 곧 직선 $x=2$ 에 대하여
원점 $O$ 와$l$ 사이의 거리가 최대가 되며
이 때 그 거리는 2 이다

**22.** 세 점 $O(0,\ 0)$, $A(4,\ 3)$, $B(-2,\ 6)$ 을 꼭지점으로 하는 $\triangle OAB$ 의 넓이는?

① 9　　② 10　　③ 12　　④ 15　　⑤ 18

해설

$\overline{OA} = \sqrt{4^2+3^2} = 5$ 이고 직선 $OA$ 의 방정식은 $y = \dfrac{3}{4}x$




즉 $3x-4y=0$ 이므로 점 $B(-2, 6)$ 과 직선 $OA$ 사이의 거리는

$$\frac{|3\times(-2)-4\times 6|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = \frac{30}{5} = 6$$

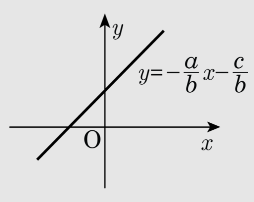
따라서 $\triangle OAB$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times 5\times 6 = 15$

**23.** $ab < 0,\ ac > 0$일 때, 직선 $ax+by+c=0$이 지나지 <u>않는</u> 사분면은?

① 제 1, 2 사분면 ② 제 1, 3 사분면 ③ 제 2, 4 사분면
④ 제 2 사분면 ⑤ 제 4 사분면

해설

$ab < 0,\ ac > 0$이므로 $b \neq 0$ 이다.
따라서, 주어진 직선의 방정식을 $b$로 나누어 정리하면
$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$




$(\text{기울기}) = -\frac{a}{b} > 0$
한편, $ab < 0,\ ac > 0$이므로
$ab \cdot ac = a^2bc < 0$
따라서 $bc < 0$
$(y\ \text{절편}) = -\frac{c}{b} > 0$
따라서, 주어진 직선은 제 1, 2, 3 사분면을 지나고 제4 사분면은 지나지 않는다.

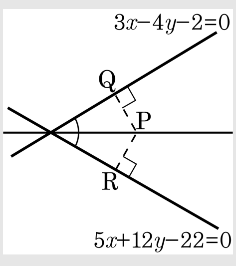
**24.** 두 직선 $3x-4y-2=0$ , $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. (단, $a$는 양수, $a, b, c$는 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1$

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의
점 $\mathrm{P}(X,\ Y)$ 에 대하여 P에서
두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 하면




$\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{PR}}$ 이므로

$$\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}}=\frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$$

$13(3X-4Y-2)=\pm5(5X+12Y-22)$

즉, $13(3X-4Y-2)=5(5X+12Y-22)$ 또는

$13(3X-4Y-2)=-5(5X+12Y-22)$ 정리하면

$x-8y+6=0$ 또는 $8x+y-17=0$ 에서

기울기가 양이므로

$\therefore\ x-8y+6=0$

$\therefore a+b+c=-1$