

1. 정수 x 의 값이 $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, $2x + 1$ 의 최댓값은?

- ① -3 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

해설

$2x + 1$ 은 x 에 2를 곱하고 1을 더하여 얻은 값이다. 그러므로 x 가 커지면 $2x + 1$ 값도 커진다.
따라서 $x = 2$ 일 때 $2x + 1$ 값은 최대이고 그 값은 5이다.

해설

$-2 \leq x \leq 2 \Rightarrow -4 \leq 2x \leq 4$
 $\Rightarrow -3 \leq 2x + 1 \leq 5$
 $\therefore$ 최댓값은 5

2. 이차부등식 $x^2 - 2x - 8 < 0$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $b - a$ 의 값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$x^2 - 2x - 8 < 0$ 에서 $(x - 4)(x + 2) < 0$
 $\therefore -2 < x < 4$
 $b - a = 6$

3. 연립부등식 $\begin{cases} 2x^2 + 3x - 2 \leq 0 \\ 2x^2 + x - 3 < 0 \end{cases}$ 을 풀면?

- ① $-2 < x \leq \frac{1}{2}$ ② $-2 < x \leq 1$ ③ $-\frac{3}{2} < x \leq 1$
④ $-\frac{3}{2} < x \leq \frac{1}{2}$ ⑤ $1 < x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} 2x^2 + 3x - 2 \leq 0 & \cdots (가) \\ 2x^2 + x - 3 < 0 & \cdots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(2x - 1)(x + 2) \leq 0$

$$\therefore -2 \leq x \leq \frac{1}{2}$$

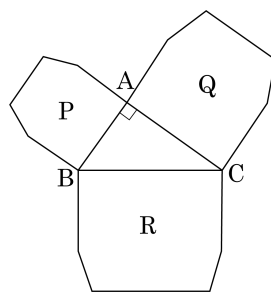
(나)에서 $(2x + 3)(x - 1) < 0$

$$\therefore -\frac{3}{2} < x < 1$$

따라서 공통 범위를 구하면

$$-\frac{3}{2} < x \leq \frac{1}{2}$$

4. 다음 그림과 같이, 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 닮은 도형 P, Q, R가 있다. 도형 P, Q, R의 넓이를 각각 x , y , z 라고 할 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?



- ① $xy = z$
- ② $x + y = z$
- ③ $x^2 + y^2 = z^2$
- ④ $x^3 + y^3 = z^3$
- ⑤ 위에는 정답이 없다.

해설

도형 P,Q,R 가 닮은 도형들이고 그들의 닮음비가 $\overline{AB} : \overline{AC} : \overline{BC}$ 이므로 도형 P,Q,R의 넓이의 비는 닮음비의 제곱인 $\overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 : \overline{BC}^2$ 이 된다. 그런데 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$ 따라서, 도형 P,Q,R의 넓이를 각각 x, y, z라 하면 $x + y = z$

5. x 에 대한 부등식 $(a+b)x+a-2b>0$ 의 해가 $x<1$ 일 때, x 에 대한 부등식 $(b-3a)x+a+2b>0$ 의 해는?

① $x<-10$

② $x<-5$

③ $x>-5$

④ $x<5$

⑤ $x>5$

해설

$(a+b)x+a-2b>0$ 에서 $(a+b)x>-a+2b\cdots㉠$

㉠의 해가 $x<1$ 이려면 $a+b<0\cdots㉡$

㉠이 양변을 $a+b$ 로 나누면 $x<\frac{-a+2b}{a+b}$ 이므로

$$\frac{-a+2b}{a+b}=1, \quad -a+2b=a+b$$

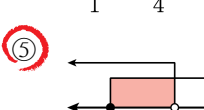
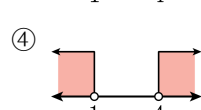
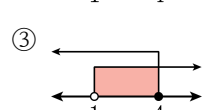
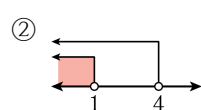
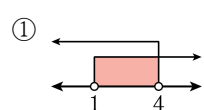
$$\therefore 2a=b\cdots㉢$$

㉢을 ㉡에 대입하면 $a+2a=3a<0\therefore a<0$

㉢을 부등식 $(b-3a)x+a+2b>0$ 에 대입하면

$$(2a-3a)x+a+4a>0, \quad -ax>-5a \quad \therefore x>5$$

6. 연립부등식 $\begin{cases} 3-x > -1 \\ 3x-1 \geq 2 \end{cases}$ 의 해를 수직선에 바르게 나타낸 것은?



해설

$3-x > -1, x < 4$ 이고
 $3x-1 \geq 2, 3x \geq 3, x \geq 1$ 이므로
 $1 \leq x < 4$ 이다.

7. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) > 5x+2 \\ -2(x+7) \leq 3x+21 \end{cases}$ 을 만족하는 해 중에서 가장 작은 정수와 가장 큰 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

$3x - 6 > 5x + 2$, $x < -4$ 이고 $-2x - 14 \leq 3x + 21$, $5x \geq -35$, $x \geq -7$ 이므로 $-7 \leq x < -4$ 이다.
따라서 가장 작은 정수는 -7 이고 가장 큰 정수는 -5 이므로 -12 이다.

8. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{x-1}{2} > 1 \\ 0.7x + 0.5 < 0.2x + 1 \end{cases}$ 의 해는?

① $-3 < x < 3$

② $x < -3$

③ $x > 3$

④ 해가 없다.

⑤ $-3 < x < 5$

해설

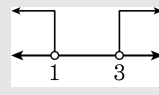
$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x-1}{2} > 1 \\ 0.7x + 0.5 < 0.2x + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1 > 2 \\ 7x+5 < 2x+10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ 5x < 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 1 \end{cases}$$

따라서 해가 없다.



9. x 의 범위가 $-1, 0, 1, 2$ 일 때, 다음 부등식 중 해가 없는 것은?

- ① $2x < -4$ ② $x + 3 < 4$ ③ $3x - 2 \leq 1$
④ $-x + 6 \geq 7$ ⑤ $2x - 3 \geq -1$

해설

- ① $x < -2$
② $x < 1$
③ $x \leq 1$
④ $x \leq -1$
⑤ $x \geq 1$

10. 연립부등식

$$\begin{cases} 4x - a < 3x \\ 3(x - 2) \geq 2x - 1 \end{cases} \quad \text{의 해가 없을 때, 상수 } a \text{ 의 값의 범위는?}$$

① $a < 10$

② $a \leq 10$

③ $a > 5$

④ $a \leq 5$

⑤ $a > 3$

해설

$4x - a < 3x, \quad x < a, \quad 3(x - 2) \geq 2x - 1, \quad x \geq 5$, 해가 없으려면
 $a \leq 5$

11. 부등식 $x^2 - 4|x| - 5 < 0$ 을 풀면?

- ① $-5 < x < 5$ ② $-5 < x < 0$ ③ $-5 < x < 1$
④ $-1 < x < 5$ ⑤ $-1 < x < 6$

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때, $|x| = x$ 이므로
 $x^2 - 4x - 5 < 0$, $(x - 5)(x + 1) < 0$
 $-1 < x < 5$
이 때 $x \geq 0$ 과의 공통범위는 $0 \leq x < 5$
(ii) $x < 0$ 일 때
 $x^2 + 4x - 5 < 0$, $(x + 5)(x - 1) < 0$
 $-5 < x < 1$
이 때 $x < 0$ 과 공통 범위는 $-5 < x < 0$
(i), (ii)에서 $-5 < x < 5$

12. x 에 대한 이차부등식 $x^2 + ax + b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 또는 $x > 4$ 일 때 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + ax + b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 또는 $x > 4$ 이라면
 $(x - 1)(x - 4) > 0$ 에서 $x^2 - 5x + 4 > 0$ 이므로
 $a = -5, b = 4$ 따라서 $a + b = -1$

13. 세 변의 길이가 $x-1$, x , $x+1$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 x 의 값의 범위가 $a < x < b$ 라 할 때, 방정식 $ax^2 - 3x + b = 0$ 의 두 근의 곱은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

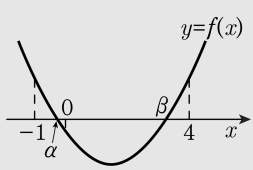
$x-1$, x , $x+1$ 은 삼각형의 세 변이므로
 $x-1 > 0$, $x > 0$, $x+1 > 0$, $x-1+x > x+1 \therefore x > 2 \dots\dots ㉠$
한편, 둔각삼각형이 되려면
 $(x-1)^2 + x^2 < (x+1)^2$
 $x^2 - 4x < 0$ 에서 $0 < x < 4 \dots\dots ㉡$
㉠, ㉡에서 $2 < x < 4$
 $\therefore a = 2$, $b = 4$
따라서 $ax^2 - 3x + b = 0$ 의 두 근의 곱은
 $\frac{b}{a} = \frac{4}{2} = 2$

14. 이차방정식 $x^2 - 4kx + k^2 - 1 = 0$ 의 해를 α, β 라 할 때, $-1 < \alpha < 0 < \beta < 4$ 를 만족시키는 실수 k 의 값의 범위는?

- ① $-1 \leq k < 1$ ② $-1 < k < 1$ ③ $-1 < k < 5$
 ④ $0 < k < 1$ ⑤ $0 < k < 5$

해설

$f(x) = x^2 - 4kx + k^2 - 1$ 이라 하면
 $f(x) = 0$ 의 근 α, β 가
 $-1 < \alpha < 0 < \beta < 4$ 를 만족시키므로
 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



- (i) $f(-1) > 0$ 에서 $k^2 + 4k > 0$
 $\therefore k < -4$ 또는 $k > 0 \dots \textcircled{A}$
 (ii) $f(0) < 0$ 에서 $k^2 - 1 < 0$
 $\therefore -1 < k < 1 \dots \textcircled{B}$
 (iii) $f(4) > 0$ 에서 $k^2 - 16k + 15 > 0$
 $\therefore k < 1$ 또는 $k > 15 \dots \textcircled{C}$
 $\textcircled{A}, \textcircled{B}, \textcircled{C}$ 의 공통 범위를 구하면
 $0 < k < 1$

15. 좌표평면 위를 움직이는 두 점 $P(a+1, -3)$, $Q(3, -a+1)$ 에 대하여 P , Q 사이의 거리의 최솟값은?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 2

⑤ $\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{PQ} &= \sqrt{(3-a-1)^2 + (-a+1+3)^2} \\ &= \sqrt{(2-a)^2 + (4-a)^2} \\ &= \sqrt{2a^2 - 12a + 20} \\ &= \sqrt{2(a-3)^2 + 2}\end{aligned}$$

따라서, $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 $a = 3$ 일 때, $\sqrt{2}$ 이다.

16. 두 점 A(4, -2), B(3, 5)로부터 같은 거리에 있는 y축 위의 점 P의 좌표를 구하면?

- ① P(-2, -1) ② P(-1, 0) ③ P(0, 1)
④ P(1, 2) ⑤ P(2, 3)

해설

점 P의 좌표를 P(0, b)라고 하면

$$\overline{PA} = \sqrt{(0-4)^2 + (b+2)^2} = \sqrt{b^2 + 4b + 20}$$

$$\overline{PB} = \sqrt{(0-3)^2 + (b-5)^2} = \sqrt{b^2 - 10b + 34}$$

이 때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로

$$\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$$

$$b^2 + 4b + 20 = b^2 - 10b + 34$$

$$14b = 14$$

$$\therefore b = 1$$

따라서 구하는 점 P의 좌표는 P(0, 1)

17. $\triangle ABC$ 에서 A(6, 1), B(-1, 2), C(2, 3)이라 한다. 이 삼각형의 외접원의 반지름을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

외심을 P(a , b)라 하면

$$(1) \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 \Leftrightarrow (a-6)^2 + (b-1)^2 = (a+1)^2 + (b-2)^2 \dots\dots\textcircled{A}$$

$$\overline{PA}^2 = \overline{PC}^2 \Leftrightarrow (a-6)^2 + (b-1)^2 = (a-2)^2 + (b-3)^2 \dots\dots\textcircled{B}$$

①, ②를 각각 전개하여 정리하면

$$7a - b - 16 = 0, \quad 2a - b - 6 = 0$$

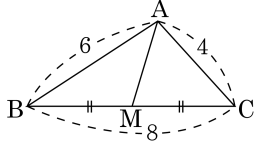
연립하여 풀면 $a = 2, b = -2$

따라서 외심은 (2, -2)이다.

$$(2) \overline{PA}^2 = (2-6)^2 + (-2-1)^2 = 25$$

$$\therefore PA = 5$$

18. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{AC} = 4$ 이고, $\overline{BC}$ 의 중점이 M일 때, $\overline{AM}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

중선정리에 의하여
 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$ 이므로
 $6^2 + 4^2 = 2(\overline{AM}^2 + 4^2)$
 $36 + 16 = 2\overline{AM}^2 + 32$
 $\therefore \overline{AM}^2 = 10$

19. 좌표평면 위의 네 점 A(1,2), P(0,b), Q(a,0), B(5,1)에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB}$ 의 최솟값을 k 라 할 때, k^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

점 A (1,2)의 y축에 대하여 대칭인 점을 A'(-1,2), 점 B(5,1)의 x축에 대하여 대칭인 점을 B'(5,-1)이라 하면
 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QB} = \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QB'}$
 $\geq \overline{A'B'} = \sqrt{(5+1)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{45}$
따라서 $k = \sqrt{45}$ 이므로 $k^2 = 45$

20. 다음은 11 세기 경 아라비아의 수학책에 나오는 내용을 변형한 것이다. 강을 사이에 두고 두 그루의 나무가 서 있었는데 두 나무의 높이는 각각 20m, 30m 이고 두 나무 사이의 거리는 50m 이다. 각각의 나무 꼭대기에 새가 앉아서 수면에 있는 한 마리의 물고기를 노리고 있었다. 이 두 마리의 새가 동시에 날아서 일직선 위로 그 물고기에게 덤벼들어 똑같이 그 물고기가 있는 수면에 당도하였다. 두 마리의 새의 속도가 같다고 하였을 때, 높이가 20m 인 나무 밑에서 물고기까지의 거리는 몇 m 인지 구하여라.

▶ 답: m

▶ 정답 : 30m

해설

20m, 30m 나무 위의 두 마리의 새의 위치를 각각 A, B 라 하고, 높이가 20m 인 나무 밑으로부터 물고기가 있는 P 까지의 거리를 a 라 하면 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $a^2 + 20^2 = (50 - a)^2 + 30^2$
 $\therefore a = 30(\text{m})$