

1. 다음 등식 중에서 이차방정식은?

① $2(x+4)^2 = (x-1)^2 + (x+1)^2$

② $x^2 - 3x = x^2 + 7x$

③ $(x-2)^2 + 1 = x^2$

④ $(x-4)(x+3) = x^2 - 5$

⑤ $5x^2 = 4x - 1$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 꼴이므로

① $16x + 30 = 0$: 일차방정식

② $10x = 0$: 일차방정식

③ $4x - 5 = 0$: 일차방정식

④ $x + 7 = 0$: 일차방정식

2. $7x - 5 < 4(x + 1)$ 이고 x 는 자연수일 때, $x^2 - 5x + 6 = 0$ 를 풀면?

① $x = 0, x = 1$

② $x = 2$

③ $x = 2, x = 3$

④ $x = 3$

⑤ $x = -2, x = 3$

해설

$7x - 5 < 4(x + 1)$ 에서 $7x - 4x < 4 + 5$, $3x < 9 \therefore x < 3$

따라서 x 의 값은 1, 2이다.

$x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해는 $x = 2, x = 3$ 이므로 해는 $x = 2$ 가 된다.

3. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 + px + ap + q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 2$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = 2$ 를 대입하면

$$4a + 2p + ap + q = 0$$

$$(4 + p)a + 2p + q = 0$$

a 의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$$4 + p = 0, 2p + q = 0$$

$$p = -4, 2p + q = 0, q = 8$$

$$\therefore p + q = -4 + 8 = 4$$

4. 이차방정식 $ax^2 + bx + 4 = 0$ 의 한 근을 k 라고 할 때, $ak^2 + bk + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$ax^2 + bx + 4 = 0$ 의 한 근이 k 이므로 $ak^2 + bk + 4 = 0$,

$ak^2 + bk = -4$ 이므로

$ak^2 + bk + 1 = -4 + 1 = -3$

5. 다음 중 $AB = 0$ 이 아닌 것을 고르면?

① $A = 0, B = 0$

② $A \neq 0, B \neq 0$

③ $A = 0, B \neq 0$

④ $-A = B = 0$

⑤ $A \neq 0, B = 0$

해설

$AB = 0$ 이면 $A = 0$ 또는 $B = 0$

6. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 3ax - 2a = 0$ 의 한 근이 1 일 때, 다른 한 근은?(단, a 는 상수)

① -3

② -2

③ -1

④ 2

⑤ 3

해설

$x^2 + 3ax - 2a = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$$1 + 3a - 2a = 0, a = -1$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0, (x - 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 1$$

7. $x > 0$ 일 때, 이차방정식 $\frac{4}{x^2} + \frac{1}{x} - 14 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{7}$

해설

$\frac{4}{x^2} + \frac{1}{x} - 14 = 0$ 에서 $\frac{1}{x} = A$ 라 하면

$$4A^2 + A - 14 = 0$$

$$(A + 2)(4A - 7) = 0$$

$$A = \frac{7}{4} \left(\because \frac{1}{x} > 0 \right)$$

$$\therefore x = \frac{4}{7}$$

8. 두 이차방정식 $2x^2 + 3x - 2 = 0$, $2x^2 + 7x + 6 = 0$ 의 공통인 해를 구하면?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ 1

해설

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 2) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -2$$

$$2x^2 + 7x + 6 = 0$$

$$(2x + 3)(x + 2) = 0$$

$$x = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = -2$$

따라서 두 이차방정식의 공통인 해는 -2이다.

9. 방정식 ㉠의 해가 ㉡의 해 사이에 있을 때, 정수 m 의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

$$\textcircled{㉠} \quad 4(x+1) = m+3$$

$$\textcircled{㉡} \quad 4x^2 + 4x - 11 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\textcircled{㉡} \quad 4x^2 + 4x - 11 = 0$$

$$x^2 + x - \frac{11}{4} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 3$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$$\textcircled{㉠} \quad 4(x+1) = m+3 \quad \therefore x = \frac{m-1}{4}$$

$$\frac{-1-2\sqrt{3}}{2} < \frac{m-1}{4} < \frac{-1+2\sqrt{3}}{2}$$

$$-2-4\sqrt{3} < m-1 < -2+4\sqrt{3}$$

$$-1-4\sqrt{3} < m < -1+4\sqrt{3}$$

정수 m 의 최솟값은 -7, 최댓값은 5 이다.

$$\therefore -7 + 5 = -2$$

10. 이차방정식 $3x^2 + ax + 12 = 0$ 이 음수의 중근을 가질 때, a 의 값을 구하면?

① -12

② -9

③ 4

④ 9

⑤ 12

해설

$$3x^2 + ax + 12 = 0$$

$$x^2 + \frac{a}{3}x + 4 = 0, (x + 2)^2 = 0$$

$$\frac{a}{3} = 4$$

$$\therefore a = 12$$

11. 이차방정식 $-3(x+b)^2 = 0$ 의 근의 개수가 m 개이고 근이 $m+2$ 일 때, b 의 값은?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

해설

$-3(x+b)^2 = 0$ 은 $x = -b$ 의 중근이므로 근의 개수 $m = 1$ 이다.
근이 $m+2 = 1+2 = 3$ 이므로 $b = -3$ 이다.

12. 이차방정식 $x^2 + 6x + 7 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 꼴로 고칠 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 + 6x + 7 = 0$$

$$(x + 3)^2 = 2$$

$$(x + a)^2 = b$$

$$a = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

13. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2 개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 2$ 이면 근이 1 개이다.
- ⑤ $k = 4$ 이면 근이 없다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, \quad x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0 개

$k = 3$: 근이 1 개

$3 < k$: 근이 2 개

14. 기호 $[a]$ 는 a 의 값을 넘지 않는 최대 정수를 나타낸다. 예를 들면 $[1.2] = 1$, $[\sqrt{5}] = 2$ 이다. 이차방정식 $x^2 - 4x - 7 = 0$ 의 근 중 양수인 것을 a 라 할 때, $(a - [a] + 3)^2$ 의 값을 구하면?

① 5

② 7

③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

$$x^2 - 4x - 7 = 0 \text{ 에서}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 28}}{2} = 2 \pm \sqrt{11}$$

따라서 양수인 근 a 는 $2 + \sqrt{11}$

$$3 < \sqrt{11} < 4 \text{ 이므로 } 5 < 2 + \sqrt{11} < 6$$

$$\therefore [a] = 5$$

$$\begin{aligned} \therefore (a - [a] + 3)^2 &= (2 + \sqrt{11} - 5 + 3)^2 \\ &= (\sqrt{11})^2 = 11 \end{aligned}$$

15. 다음 이차방정식의 근을 구하면?

$$0.5(x-2)(x+1) = \frac{1}{3}(x-2)^2$$

① 1, -7

② -7, 2

③ -4, 9

④ 3, -5

⑤ 14, 1

해설

양변에 6을 곱하면

$$3(x-2)(x+1) = 2(x-2)^2$$

$$3x^2 - 3x - 6 = 2x^2 - 8x + 8$$

$$x^2 + 5x - 14 = 0$$

$$(x+7)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -7 \text{ 또는 } x = 2$$

16. $(x^2 + y^2 - 2)(x^2 + y^2 - 3) - 2 = 0$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x^2 + y^2 = 1$

▷ 정답 : $x^2 + y^2 = 4$

해설

$x^2 + y^2 = A$ 라고 하면

$$(A - 2)(A - 3) - 2 = 0$$

$$A^2 - 5A + 4 = 0$$

$$(A - 1)(A - 4) = 0$$

$$A = 1 \text{ 또는 } A = 4$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 1 \text{ 또는 } x^2 + y^2 = 4$$

17. 두 자리 자연수인 상수 m, n 에 대하여 이차방정식 $x^2 + mx + 9n = 0$ 이 중근을 가질 때, m 의 값을 최대로 하는 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 81

해설

$$D = m^2 - 4 \times 9n = 0$$

$$m^2 = 36n$$

$$\therefore m = 6\sqrt{n} \quad (\because m, n \text{ 은 자연수이다.})$$

따라서 m 이 최대가 되는 두 자리의 자연수 $n = 81$ 이다.

$\therefore m = 54$ 의 최댓값을 가질 때, $n = 81$ 이다.

18. 이차방정식 $kx^2 + 4x + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖게 될 k 의 범위는?

① $k > 4$

② $k < 4$

③ $k \geq 4$

④ $k \leq 4$

⑤ $-4 \leq k \leq 4$

해설

$$\frac{D}{4} = 2^2 - k > 0$$

$$\therefore k < 4$$

19. 세 변의 길이가 a, b, c 인 삼각형 ABC 에 대하여 x 에 관한 이차식 $3x^2 + 2ax + 2bx + 2cx + ab + bc + ca$ 가 완전제곱식일 때, 삼각형 ABC 는 어떤 삼각형인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 정삼각형

해설

$3x^2 + 2(a + b + c)x + ab + bc + ca$ 이 완전제곱식이므로

$$\frac{D}{4} = (a + b + c)^2 - 3(ab + bc + ca) = 0$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

양변에 2를 곱하면

$$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca = 0$$

$$(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2) = 0$$

$$(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

따라서 삼각형 ABC 의 세 변의 길이가 같으므로 정삼각형이다.

20. 차가 4 인 두 양의 정수의 곱이 117 일 때, 이 두 양의 정수의 합은?

① 20

② 21

③ 22

④ 23

⑤ 24

해설

두 양의 정수를 x , $x - 4$ 라 하면

$$x(x - 4) = 117$$

$$x^2 - 4x - 117 = 0$$

$$(x - 13)(x + 9) = 0$$

$$\therefore x = 13 \quad (\because x > 4)$$

두 양의 정수는 13, 9이다.

따라서 양의 정수의 합은 22 이다.

21. 꿀 360 개를 학생들에게 똑같이 나누어 주었다. 그 후에 학생 2 명이 더 와서 학생들에게 이미 나누어 준 꿀을 2 개씩 받아서(회수하여), 나중에 온 2 명의 학생들에게 똑같이 주었더니 모든 학생들에게 돌아간 꿀의 수가 같게 되었다. 처음 학생 수를 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 18명

해설

처음 학생 수: x 명이라고 하면,

→ 처음 한 사람당 받은 꿀 수: $\frac{360}{x}$ 개

나중 학생 수: $(x+2)$ 명

→ 나중에 한 사람당 받은 꿀 수: $\left(\frac{360}{x} - 2\right)$ 개 이므로

$$\left(\frac{360}{x} - 2\right)(x+2) = 360$$

정리하면 $x^2 + 2x - 360 = (x+20)(x-18) = 0$

$\therefore x = 18$

22. 높이가 20m 인 건물에서 물체를 떨어뜨렸을 때, x 초 후의 물체를 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 30x + 20$ 인 관계가 있다고 한다. 물체가 지상에 떨어진 것은 떨어뜨린 지 몇 초 후인가?

① $(3 + 2\sqrt{5})$ 초

② 6 초

③ $(3 + \sqrt{13})$ 초

④ $(5 - 2\sqrt{5})$ 초

⑤ 13 초

해설

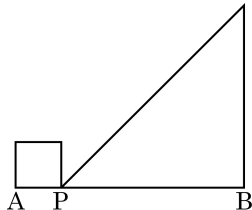
물체가 땅에 떨어질 때는 높이 $y = 0$ 일 때이다.

$$-5x^2 + 30x + 20 = 0 \rightarrow x^2 - 6x - 4 = 0$$

근의 짝수공식으로 풀면 $x = 3 \pm \sqrt{13}$

$\therefore x > 0$ 이므로 $x = 3 + \sqrt{13}$

23. 길이가 10 cm 인 선분 AB 위에 점 P 를 잡아서 다음 그림과 같이 정사각형과 직각이등변삼각형을 만들어 넓이의 합이 36 cm^2 가 되게 하려고 한다. 선분 AP 의 길이를 구하여라. (단, 선분 AP 의 길이는 자연수이다.)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

선분 AP 의 길이를 x cm 라고 하면

(정사각형의 넓이) $= x^2$

(직각이등변삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2}(10 - x)^2$

$$x^2 + \frac{1}{2}(10 - x)^2 = 36$$

$$\frac{3}{2}x^2 - 10x + 50 - 36 = 0$$

$$3x^2 - 20x + 28 = 0$$

$$(3x - 14)(x - 2) = 0$$

선분 AP 의 길이는 자연수이므로 $x = 2$ (cm)

24. 어떤 정사각형에서 각 변의 길이를 2cm 씩 늘인 정사각형의 넓이는 2cm 씩 줄인 정사각형의 넓이의 9 배가 된다고 한다. 처음 정사각형의 한 변의 길이는?

- ① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm 라고 하면

$$(x+2)^2 = 9(x-2)^2$$

$$8x^2 - 40x + 32 = 0$$

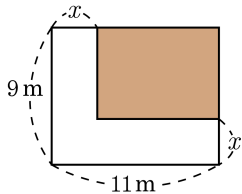
$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x-1)(x-4) = 0$$

$$x = 1, 4$$

$x > 2$ 이므로 $x = 4$ (cm) 이다.

25. 가로, 세로의 길이가 각각 11m, 9m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 세로로 x m, 가로로 x m 의 길을 내어 남은 땅의 넓이가 48m^2 가 되도록 할 때, x 의 값은?



- ① 1m ② 2m ③ 3m
④ 4m ⑤ 5m

해설

$$(11 - x)(9 - x) = 48$$

$$x^2 - 20x + 51 = 0$$

$$(x - 3)(x - 17) = 0$$

$$x < 9 \text{ 이므로 } x = 3(\text{m})$$