1. 다음 중 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 <u>없는</u> 것을 모두 골라라.

㉠ $\sqrt{0.81}$	㉡ $\sqrt{0.1}$	㉢ $\sqrt{121}$
㉣ $\sqrt{13}$	㉤ $-\sqrt{\dfrac{4}{25}}$	

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠ $\sqrt{0.81}$은 0.81 의 양의 제곱근이므로 0.9 이다.
㉡ $\sqrt{0.1}$는 0.1 의 양의 제곱근이다. 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.
㉢ $\sqrt{121}$은 121 의 양의 제곱근이므로 11 이다.
㉣ $\sqrt{13}$는 13 의 양의 제곱근이다. 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.
㉤ $-\sqrt{\dfrac{4}{25}}$는 $\dfrac{4}{25}$ 의 음의 제곱근이므로 $-\dfrac{2}{5}$ 이다.

2. $3 < x < 4$ 일 때, $\sqrt{(3-x)^2} - \sqrt{(x-4)^2}$ 을 간단히 하면?

① $2x-1$　② $2x-3$　③ $2x-5$

④ $2x-7$　⑤ $2x-9$

해설

$3-x<0$ 이고 $x-4<0$ 이므로

(준식)$=-(3-x)+(x-4)=2x-7$

3. $\sqrt{17+x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는?

① 4 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 19

해설

$\sqrt{25}$ 이므로 $x=8$ 이다.

4. 다음 중에서 제곱근을 구할 수 없는 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

$$1,\ 0,\ -4,\ -(-2)^2,\ (-\sqrt{3})^2,\ \frac{1}{4}$$

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 2 개

해설

$-(-2)^2 = -4$ 이므로 음수의 제곱근은 구할 수 없다.

5. $\sqrt{3^3 \times 5 \times 7 \times x}$ 가 가장 작은 자연수가 되기 위한 정수 x 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 105

해설

$\sqrt{3^3 \times 5 \times 7 \times x}$ 가 자연수가 되기 위해서는 근호안의 수가 완전제곱수가 되어야 하므로 가장 작은 정수 $x = 3 \times 5 \times 7 = 105$ 이다.

6. $\sqrt{(\sqrt{7}-3)^2}-\sqrt{(3-\sqrt{7})^2}$ 을 간단히 하면?

① 0　　② $6-2\sqrt{7}$　　③ 6

④ $\sqrt{6}$　　⑤ $3+\sqrt{7}$

해설

$\sqrt{7}<3=\sqrt{9}$ 이므로

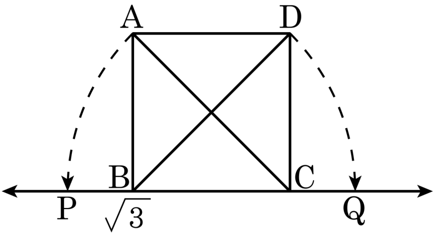
$$\sqrt{(\sqrt{7}-3)^2}-\sqrt{(3-\sqrt{7})^2}$$

$$=\left|\sqrt{7}-3\right|-\left|3-\sqrt{7}\right|$$

$$=-(\sqrt{7}-3)-(3-\sqrt{7})$$

$$=-\sqrt{7}+3-3+\sqrt{7}=0$$

7. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 한 변의 길이가 1 인 정사각형이고, B($\sqrt{3}$) 이다. 이 때, 점 P의 좌표를 구하면?



① $2\sqrt{3}$　② $-1+2\sqrt{2}$　③ $-1+2\sqrt{3}$

④ $2\sqrt{3}-\sqrt{2}$　⑤ $1+\sqrt{3}-\sqrt{2}$

해설

정사각형 한 변의 길이가 1 이므로 점 C 의 좌표는 C($\sqrt{3}+1$) 이다.
정사각형 한 변의 길이가 1 이므로 대각선 길이는 $\sqrt{2}$ 이다.
따라서 점 P 의 좌표는 P($\sqrt{3}+1-\sqrt{2}$) 이다.

8. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 무리수를 소수로 나타내면 순환하지 않는 무한 소수이다.

② 두 무리수 $-\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

③ 두 정수 -1 과 3 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

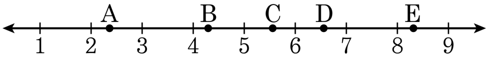
④ (무리수) + (무리수) = (무리수) 이다.

⑤ 수직선 위의 모든 점은 실수에 대응된다.

해설

④ $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$ 이므로 무리수와 무리수의 합은 유리수가 될 수도 있다.

9. 다음 수직선에서 C에 해당하는 실수는?



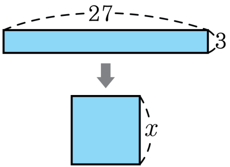
① $\sqrt{12}$ ② $\sqrt{17}$ ③ $\sqrt{31}$ ④ $\sqrt{39}$ ⑤ $\sqrt{52}$

해설

$\sqrt{25} < x < \sqrt{36}$

$\therefore \sqrt{25} < \sqrt{31} < \sqrt{36}$

10. 다음 그림과 같이 가로가 27이고 세로가 3인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 그리려고 한다. 이 정사각형의 한 변 x의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 9$

해설

직사각형의 넓이를 구해보면 $27 \times 3 = 81$이 된다. 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 만들려면 $x^2 = 81$을 만족하여야 한다. 즉, 81의 제곱근을 구하면 되는 것이다. 81 의 제곱근은 ± 9이다. 그러므로 정사각형 한 변 x의 길이는 9 가 된다.

11. $(-\sqrt{0.9})^2-(-\sqrt{(0.4)^2})$ 을 계산하면?

① 0.1　　② 0.4　　③ 0.5　　④ 1.1　　⑤ 1.3

해설

(준식) $=0.9+0.4=1.3$

12. $\sqrt{24+x}=7$ 을 만족하는 x 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① 16　② 25　③ 32　④ 36　⑤ 38

해설

$(\sqrt{24+x})^2=7^2$

$24+x=49$

$\therefore x=25$

13. 다음 중 순환하지 않는 무한소수가 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

$$\sqrt{0.\dot{9}},\ 2\sqrt{6},\ \sqrt{0.04},\ \sqrt{\frac{2}{4}},\ \sqrt{9}-\sqrt{3}$$

▶ 답 : ＿＿＿＿ 개

▷ 정답 : 3 개

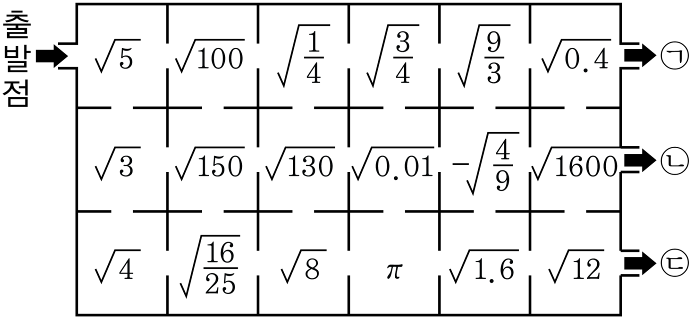
해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

$\sqrt{0.\dot{9}} = \sqrt{\frac{9}{9}} = 1$, $\sqrt{0.04} = 0.2$ 유리수이다.

따라서 $2\sqrt{6}$, $\sqrt{\frac{2}{4}}$, $\sqrt{9}-\sqrt{3}$ 이 무리수이다.

14. 다음 그림에서 출발점부터 시작하여 무리수를 찾아 나가면 어느 문으로 나오게 되는지 말하여라.



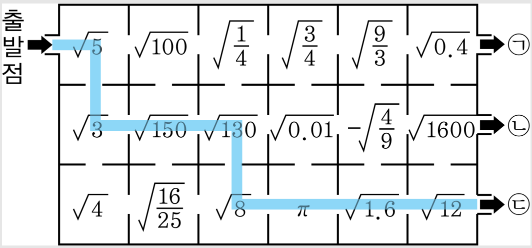
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$\sqrt{5}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{150}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{130}$, $\sqrt{\frac{3}{4}}$, π, $\sqrt{\frac{9}{3}}$, $\sqrt{1.6}$, $\sqrt{0.4}$, $\sqrt{12}$는 무리수이다.

출발점에서 연결하게 되면 다음 그림과 같다.



15. 다음 식을 만족하는 x의 값 중에서 유리수가 아닌 것을 고르면?

① $\frac{\sqrt{x}}{3} = \frac{1}{6}$　　② $\sqrt{2x} = 4$　　③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$

④ $2x + 1 = 1$　　⑤ $2x - 1 = 0.\dot{7}$

해설

③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$ 이면 $x^2 = 2$

$\therefore x = \pm\sqrt{2}$ 이다.

16. 다음 식 중에서 x 의 값이 무리수인 것은?

① $x^2 = 25$　② $x^2 = \frac{81}{49}$　③ $x^2 = 0.0016$

④ $x^2 = \frac{3}{27}$　⑤ $x^2 = \frac{49}{1000}$

해설

⑤ $x^2 = \frac{49}{1000}$

$x = \frac{\pm 7}{10\sqrt{10}}$: 무리수

① $x = \pm 5$: 유리수

② $x = \pm\frac{9}{7}$: 유리수

③ $x = \pm 0.04$: 유리수

④ $x = \pm\sqrt{\frac{3}{27}} = \pm\sqrt{\frac{1}{9}} = \pm\frac{1}{3}$: 유리수

17. $a = -\sqrt{3}$ 일 때, 다음 중 무리수는 모두 몇 개인가?

$$a^2\ ,\ (-a)^2\ ,\ a^3\ ,\ (-a)^3\ ,\ \sqrt{3}a\ ,\ \sqrt{3}+a\ ,\ \frac{a}{\sqrt{3}}\ ,\ \sqrt{3}-a\ ,\ 3a$$

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$a^2 = (-\sqrt{3})^2 = 3$: 유리수

$(-a)^2 = \left\{-(-\sqrt{3})\right\}^2 = 3$: 유리수

$a^3 = \left(-\sqrt{3}\right)^3 = -3\sqrt{3}$: 무리수

$(-a)^3 = (\sqrt{3})^3 = 3\sqrt{3}$: 무리수

$\sqrt{3}a = \sqrt{3}\times(-\sqrt{3}) = -3$: 유리수

$\sqrt{3}+a = \sqrt{3}+(-\sqrt{3}) = 0$: 유리수

$\frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -1$: 유리수

$\sqrt{3}-a = \sqrt{3}-(-\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$: 무리수

$3a = 3\times(-\sqrt{3}) = -3\sqrt{3}$: 무리수

18. 다음 중 옳은 것은?

① 무한소수는 무리수이다.

② 유리수는 유한소수이다.

③ 순환소수는 유리수이다.

④ 유리수가 되는 무리수도 있다.

⑤ 근호로 나타내어진 수는 무리수이다.

해설

① 무한소수 중 순환하는 소수는 유리수이다.
② 유리수 중에는 유한소수도 있고, 무한소수(순환소수)도 있다.
④ 유리수이면서 무리수가 되는 수는 없다.
⑤ $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$ 같은 수는 근호로 나타내었어도 유리수이다.

19. a, b 는 정수일 때, 다음 중에서 무리수의 뜻으로 옳은 것은?

① $\frac{b}{a}$ $(a \neq 0)$ 으로 나타낼 수 없는 수

② $\frac{b}{a}$ $(a \neq 0)$ 으로 나타낼 수 있는 수

③ $\frac{b}{a}$ 으로 나타낼 수 없는 수

④ $\frac{b}{a}$ 으로 나타낼 수 있는 수

⑤ $\frac{b}{a}$ $(b \neq 0)$ 으로 나타낼 수 없는 소수

해설

무리수는 유리수가 아닌 수이므로 $\frac{b}{a}$ $(a \neq 0)$ 으로 나타낼 수 없는 수이다.

20. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.

④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.

⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

③ $\sqrt{4}$와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.
예) $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$

21. 다음 세 실수 $a = 3\sqrt{2}-2$, $b = 2\sqrt{3}-2$, $c = 2$ 의 대소를 비교하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $b < c < a$

해설

$a = \sqrt{18} - 2$, $b = \sqrt{12} - 2$, $c = 2$

$a - c = \sqrt{18} - 2 - 2 = \sqrt{18} - 4 = \sqrt{18} - \sqrt{16} > 0$

$\therefore a > c$

$c - b = 2 - (\sqrt{12} - 2) = 4 - \sqrt{12} > 0$

$\therefore c > b$

$\therefore a > c > b$

22. $(-9)^2$ 의 양의 제곱근을 a, $\sqrt{625}$ 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=4$

해설

$(-9)^2 = 81 = (\pm 9)^2$

$\therefore\ a = 9$

$\sqrt{625} = 25 = (\pm 5)^2$

$\therefore\ b = -5$

$\therefore\ a+b = 9-5 = 4$

23. $a<0$ 일 때, $\sqrt{81a^2} \div (-\sqrt{3a})^2 + \sqrt{(-0.5a)^2} \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}a}\right)^2$ 을 계산하면?

① $0.1a^2-3$ ② $0.1a^2+3$ ③ $0.5a^2-3$

④ $0.5a^2+3$ ⑤ a^2-3

해설

$$\sqrt{81a^2} \div (-\sqrt{3a})^2 + \sqrt{(-0.5a)^2} \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}a}\right)^2$$

$$= -9a \times \left(-\frac{1}{3a}\right) + (-0.5a) \times \left(-\frac{1}{5}a\right)$$

$$= 3 + 0.1a^2$$

24. $\sqrt{120-x}-\sqrt{5+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=20$

해설

$\sqrt{120-x}$, $\sqrt{5+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{120-x}$ 가 최대 $\sqrt{5+x}$ 가 최소가 되려면 $x=20$ 이어야 한다.

25. 다음 수 중 가장 작은 수를 x, 가장 큰 수를 y 라고 할 때 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

보기

$\sqrt{5}, -\sqrt{2}, \dfrac{\sqrt{7}}{2}, \sqrt{6}, -\sqrt{\dfrac{3}{4}}$

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

가장 큰 수는 $\sqrt{6}$

가장 작은 수는 $-\sqrt{2}$

$\therefore x^2 + y^2 = (-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{6})^2 = 2 + 6 = 8$

26. $\sqrt{2}$ 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 무리수이다.

㉡ 2 의 양의 제곱근이다.

㉢ 소수로 나타내면 순환하는 무한소수이다.

㉣ 기약분수로 나타낼 수 없다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉢ 순환하는 무한소수는 유리수이다.
무리수를 소수로 나타내면 순환하지 않는 무한소수로 나타내어 진다.

27. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{7}-6$, $b = \sqrt{3}+\sqrt{7}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

ㄱ $b-a>0$　　ㄴ $a-b<0$　　ㄷ $ab<0$

ㄹ $a+3<0$　　ㅁ $b-\sqrt{7}<2$

① ㄱ　　② ㄱ, ㄴ

③ ㄴ, ㄷ, ㅁ　　④ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㅁ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ

해설

ㄱ
$$\begin{aligned} b-a &= \sqrt{3}+\sqrt{7}-\left(\sqrt{7}-6\right) \\ &= \sqrt{3}+6 \\ &= \sqrt{36}+\sqrt{9}>0 \end{aligned}$$

$\therefore\ b-a>0$

ㄴ
$$\begin{aligned} a-b &= \sqrt{7}-6-\left(\sqrt{3}+\sqrt{7}\right) \\ &= -6-\sqrt{3} \\ &= -\sqrt{36}-\sqrt{3}<0 \end{aligned}$$

$\therefore\ a-b<0$

ㄷ $a=\sqrt{7}-6=\sqrt{7}-\sqrt{36}<0$

$b=\sqrt{3}+\sqrt{7}>0$

$\therefore\ ab<0$

ㄹ $a+3=\left(\sqrt{7}-6\right)+3=\sqrt{7}-3=\sqrt{7}-\sqrt{9}<0$

$\therefore a+3<0$

ㅁ (좌변)$=b-\sqrt{7}=\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{7}=\sqrt{3}$

(우변)$=2=\sqrt{4}$

$\therefore b-\sqrt{7}<2$

28. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$　　② $\sqrt{9}$　　③ $\sqrt{\frac{1}{3}(3)^3}$

④ $\sqrt{3\sqrt{3^4}}$　　⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

29. $x^2 - x + 3 = 4$이고 $x = \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \cdots}}}$일 때, a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

해설

$x = \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \cdots}}}$에서

$\sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \cdots}}} = \sqrt{a + x} = x$ 이므로

$a + x = x^2$, $x^2 - x = a$

$x^2 - x + 3 = 4$ 이므로

$a + 3 = 4$

$\therefore a = 1$

30. $2 < \sqrt{|5-2x|} < 4$ 를 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$2 < \sqrt{|5-2x|} < 4$ 에서

각 변을 제곱하면 $4 < |5-2x| < 16$

(1) $5-2x \geq 0$, 즉 $x \leq \dfrac{5}{2}$ 일 때,

$4 < 5-2x < 16 \therefore -\dfrac{11}{2} < x < \dfrac{1}{2}$

이를 만족하는 정수 x 는 $-5, -4, -3, -2, -1, 0$ 이다.

(2) $5-2x < 0$, 즉 $x > \dfrac{5}{2}$ 일 때,

$4 < 2x-5 < 16 \therefore \dfrac{9}{2} < x < \dfrac{21}{2}$

이를 만족하는 정수 x 는 $5, 6, 7, 8, 9, 10$ 이다.

따라서, (1), (2) 에 의하여 정수 x 의 개수는 12 개이다.