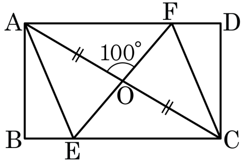
1. 다음 그림에서 직사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 각각 E , F 라고 할 때, 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\angle FAO = \angle EAO$
㉡ $\overline{AF} = \overline{CF}$
㉢ $\overline{AF} = \overline{CE}$
㉣ $\overline{AE} = \overline{AO}$
㉤ $\triangle FAO \equiv \triangle ECO$
㉥ $\angle FOC = \angle EOA$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

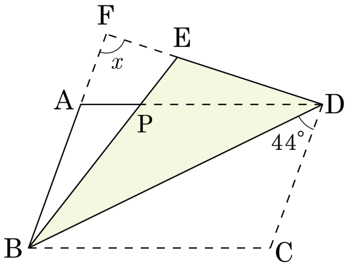
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

$\triangle AFO$ 와 $\triangle OEC$ 에서, $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\angle AOF = \angle EOC$, $\angle OAF = \angle OCE$ 이므로 ASA 합동이다.
그러므로 $\overline{OE} = \overline{OF}$ 이다.
또, □AECF 의 두 대각선은 다른 대각선을 이등분하므로 □AECF 는 평행사변형이다.
㉠. 평행사변형에서 항상 $\angle FAO = \angle EAO$ 는 아니다.
㉡. $\overline{AF} = \overline{EC}$, $\overline{AE} = \overline{FC}$ 이지만 항상 $\overline{AF} = \overline{CF}$ 는 아니다.
㉣. 평행사변형에서 $\overline{AE} = \overline{AO}$는 성립할 필요 없다.

2. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD를 대각선 BD를 따라 접어 $\triangle DBC$가 $\triangle DBE$로 옮겨졌다. $\overline{DE}$, $\overline{BA}$의 연장선의 교점을 F라 하고 $\angle BDC = 44°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 92°

해설

BD를 따라 접었으므로

$\angle CDB = \angle BDE = 44°$(접은각)

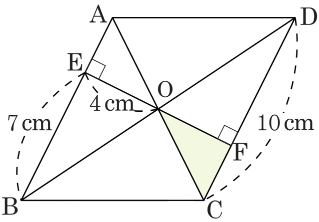
평행사변형에서 $\overline{AB} // \overline{CD}$이므로

$\angle CDB = \angle DBA = 44°$(엇각)

따라서 $\triangle FBD$는 이등변삼각형이므로

$\angle x = 180° - 44° \times 2 = 92°$

3. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{CD}}$와 수직으로 만나는 점을 각각 E, F라 하자. 이 때, $\triangle\mathrm{OCF}$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $6\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle\mathrm{OAE}$와 $\triangle\mathrm{OCF}$에서

평행사변형의 성질에 의하여 $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OC}}$

$\angle\mathrm{AEO} = \angle\mathrm{CFO} = 90°$(엇각)

$\angle\mathrm{AOE} = \angle\mathrm{COF}$(맞꼭지각)

$\therefore \triangle\mathrm{OAE} \equiv \triangle\mathrm{OCF}$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{\mathrm{OE}} = \overline{\mathrm{OF}} = 4(\mathrm{cm})$

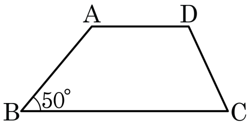
$\overline{\mathrm{AE}} + 7 = 10$, $\overline{\mathrm{AE}} = 3(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{CF}} = \overline{\mathrm{AE}}$이므로

$\therefore\ \overline{\mathrm{CF}} = 3(\mathrm{cm})$

따라서 $\triangle\mathrm{OCF}$의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6(\mathrm{cm}^2)$

4. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BC} = \overline{AB} + \overline{AD}$ 일 때, $\angle D$ 의 크기를 구하면?



① 110° ② 115° ③ 120°

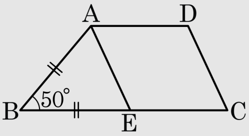
④ 125° ⑤ 130°

해설

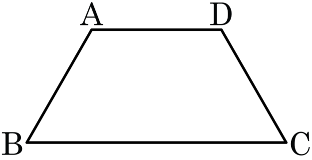
$\overline{AB} = \overline{BE}$ 인 점 E 를 $\overline{BC}$ 위에 잡으면
□AECD 는 평행사변형이다.

$\angle BEA = (180° - 50°) \div 2 = 65°$

$\angle D = \angle AEC = 180° - 65° = 115°$



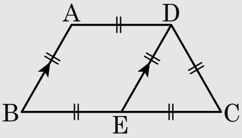
5. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 사다리꼴이다. $\overline{AB}=\overline{AD}=\overline{DC}$, $\overline{BC}=2\overline{AD}$일 때, $\angle B$의 크기는?



① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$ ④ $60°$ ⑤ $70°$

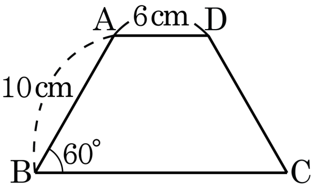
해설

점 D를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선과 $\overline{BC}$가 만나는 점을 E라 하자.



$\overline{AD} /\!/ \overline{BE}$, $\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$이므로 □ABED는 평행사변형이다.
$\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{AD}=\overline{BE}$
$\overline{AD}=\overline{BE}=\overline{EC}$이므로 △DEC는 정삼각형이고, $\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$이므로 $\angle B=\angle DEC=60°$이다.

6. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AD} =$ 6cm, $\overline{AB} =$ 10cm, $\angle ABC = 60°$일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.

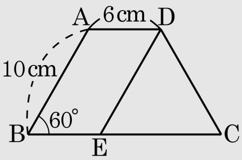


▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

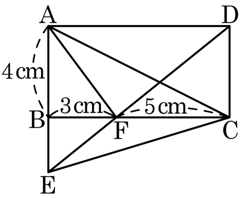
점 D를 지나고 $\overline{AB}$와 평행한 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라고 하면



$\angle ABE = \angle DEC = 60°$이고, □ABCD 는 등변사다리꼴이므로 $\angle B = \angle C = 60°$이다.

따라서 △DEC는 정삼각형므로 $\overline{BC} = 6 + 10 = 16(\text{cm})$이다.

7. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB}$ 의 연장선 위의 점 E 를 잡아 $\overline{BC}$ 와 $\overline{ED}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\triangle FEC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

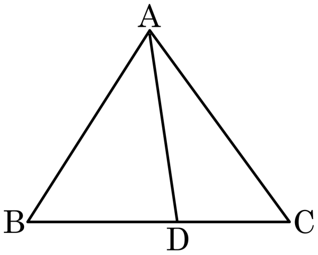
▷ 정답 : $6\ cm^2$

해설

$\overline{BD}$ 를 그으면 $\triangle BFD = \triangle FEC$ 이므로

$\triangle FEC = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6\ (cm^2)$

8. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$의 넓이가 70cm^2이고 $\overline{BD} : \overline{DC} = 4 : 3$일 때, $\triangle ADC$의 넓이는?



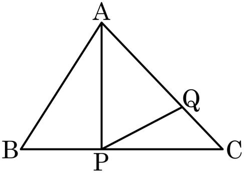
① 15cm^2　② 20cm^2　③ 25cm^2

④ 30cm^2　⑤ 35cm^2

해설

$\triangle ADC$의 넓이는 $= 70 \times \dfrac{3}{4+3} = 30(\text{cm}^2)$

9. 다음 그림에서 $\overline{BP} : \overline{PC} = 2 : 3$, $\overline{CQ} : \overline{QA} = 1 : 2$ 이다. $\triangle ABC = 20\,cm^2$ 일 때, $\triangle APQ$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad cm^2}$

▷ 정답 : 8 $\underline{cm^2}$

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle APC$ 의 높이는 같으므로

$$\triangle ABP = 20 \times \frac{2}{5} = 8(cm^2)$$

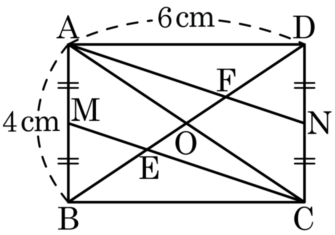
$$\triangle APC = 20 \times \frac{3}{5} = 12(cm^2)$$

$\triangle PCQ$ 와 $\triangle APQ$ 의 높이는 같다.

$$\triangle PCQ = 12 \times \frac{1}{3} = 4(cm^2)$$

$$\triangle APQ = 12 \times \frac{2}{3} = 8(cm^2)$$

10. 다음 그림에서 점 M, N은 직사각형 ABCD의 두 변 AB, CD의 중점이다. □AMEF의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad \text{cm}^2}$

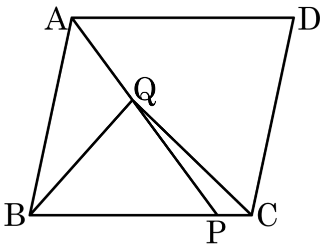
▷ 정답 : $6\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle AOF \equiv \triangle COE$ (ASA 합동)이므로

$$\begin{aligned}\square AMEF &= \triangle AMC = \frac{1}{2}\triangle ABC \\ &= \frac{1}{4}\square ABCD \\ &= \frac{1}{4}\times 6\times 4 = 6\left(\text{cm}^2\right)\end{aligned}$$

11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AP}}$ 위의 임의의 점 Q 에 대하여 $\overline{\mathrm{AQ}} : \overline{\mathrm{QP}} = 5 : 7$, $\square\mathrm{ABCD} = 72\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{QBC}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $21\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

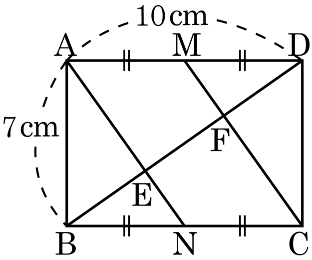
해설

$\overline{\mathrm{QD}}$, $\overline{\mathrm{PD}}$ 를 그으면

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{AQD} &= \frac{5}{12}\triangle\mathrm{APD} \\ &= \frac{5}{12}\times\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} \\ &= \frac{5}{24}\square\mathrm{ABCD} \\ &= \frac{5}{24}\times 72 = 15(\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

따라서 $\triangle\mathrm{QBC}$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} - \triangle\mathrm{AQD} = 36 - 15 = 21(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

12. 다음 그림에서 □ABCD는 직사각형이고, 점 M, N은 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$의 중점이다. $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 7\,\text{cm}$일 때, □ENCF의 넓이는?



① $\frac{33}{2}\,\text{cm}^2$ ② $17\,\text{cm}^2$ ③ $\frac{35}{2}\,\text{cm}^2$
④ $18\,\text{cm}^2$ ⑤ $\frac{37}{2}\,\text{cm}^2$

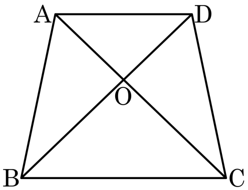
해설

$\overline{MN}$과 $\overline{EF}$의 교점을 O라 하면

$\triangle MOF = \triangle ENO$이므로

$$\square EFCN = \triangle MNC = \triangle ABN$$
$$= \frac{1}{4}\square ABCD = \frac{1}{4} \times 7 \times 10$$

13. 다음 그림에서 $\overline{AD} : \overline{BC} = 2 : 3$ 이고, $\triangle AOD = 24\,cm^2$ 일 때, 사다리꼴 ABCD의 넓이를 구하시오.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad cm^2}$

▷ 정답 : $150\,\underline{cm^2}$

해설

$\triangle AOD$ 와 $\triangle BOC$ 는 닮음이고 닮음비는 $2 : 3$

이때, $\overline{OD} : \overline{OB} = 2 : 3$ 이므로

$\triangle AOD : \triangle AOB = 2 : 3,\ \triangle AOB = 36\,cm^2$

$\triangle DOC = 36\,cm^2$

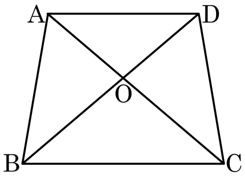
그리고 $\overline{OA} : \overline{OC} = 2 : 3$ 이므로

$\triangle OAB : \triangle BOC = 2 : 3$

$\therefore\ \triangle BOC = 54\,cm^2$

따라서 $\square ABCD = 24 + 36 + 36 + 54 = 150\ (cm^2)$

14. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD}$: $\overline{BC} = 3:4$, $\triangle AOD = 54\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle BOC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $96\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle AOD$ 와 $\triangle BOC$ 는 닮음이고 닮음비는 $3:4$

이때, $\overline{OD} : \overline{OB} = 3:4$ 이므로

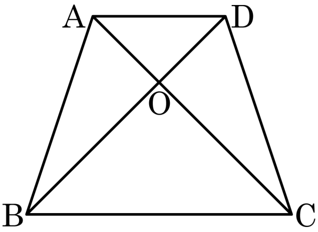
$\triangle AOD : \triangle AOB = 3:4$, $\triangle AOB = 72\,\text{cm}^2$

그리고 $\overline{OA} : \overline{OC} = 3:4$ 이므로

$\triangle OAB : \triangle BOC = 3:4$

따라서 $\triangle BOC = 96\,\text{cm}^2$

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이다. □ABCD 의 넓이가 36 일 때, △BCO 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

(△AOD의 넓이) $=$ A 라 하자.
△AOD : △COD $= 1 : 2$ 이므로
A : △COD $= 1 : 2$ ∴ △COD $=$ 2A
이때 △ABD $=$ △ACD 이므로
△ABO $=$ △COD $=$ 2A
또, △ABO : △BCO $= 1 : 2$ 이므로
2A : △BCO $= 1 : 2$ ∴ △BCO $=$ 4A
□ABCD $=$ A $+$ 2A $+$ 2A $+$ 4A $= 36$ ∴ A $= 4$
따라서 △BCO $=$ 4A $= 16$ 이다.