

1. 음이 아닌 한 자리의 정수 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 에 대하여 $\frac{13}{7} = a_1 + \frac{a_2}{10} + \frac{a_3}{10^2} + \dots + \frac{a_n}{10^{n-1}} + \dots$ 일 때, $a_4 + a_{10} + a_{16} + a_{22} + \dots + a_{58} + a_{64}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 77

해설

$\frac{13}{7} = 1.857142\dot{}$ 이므로 $a_1 = 1$ 이고 $a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$ 은 순서대로 소수점 아래 순환마디 8, 5, 7, 1, 4, 2 이다.

따라서 $a_4 = a_{10} = a_{16} = \dots = a_{64} = 7$ 이고, $64 = 6 \times 11 - 2$ 이므로

$$a_4 + a_{10} + a_{16} + a_{22} + \dots + a_{58} + a_{64} = 7 \times 11 = 77$$

2. $x = -2$, $y = 5$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$\frac{6x^2y - 9x^5y^4}{3xy}$$

▶ 답:

▷ 정답: -6004

해설

$$(\text{준식}) = \frac{6x^2y}{3xy} - \frac{9x^5y^4}{3xy} = 2x - 3x^4y^3$$

$2x - 3x^4y^3$ 에 $x = -2$, $y = 5$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} 2 \times (-2) - 3 \times (-2)^4 \times 5^3 &= -4 - 6000 \\ &= -6004 \end{aligned}$$

3. $-1 < x \leq 5$ 일 때, $-2x + 7$ 의 최솟값을 p , 최댓값을 q 라 하자. 이 때, pq 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -24

해설

$-1 < x \leq 5$ 의 각각의 변에 -2 를 곱하면 $-10 \leq -2x < 2$, 각각의 변에 7 을 더하면 $-3 \leq -2x + 7 < 9$ 이다.

p, q 는 정수이므로 $p = -3, q = 8$ 이다.

$\therefore pq = -24$

4. 부등식 $ax < b$ 의 해가 $x > -3$ 이라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라. (단, $a \neq 0$, $b \neq 0$)

㉠ $a > b$

㉡ $a > 0$, $b < 0$

㉢ $a < 0$, $b > 0$

㉤ $3a + b = 0$

㉥ $-\frac{a}{b} < 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

$ax < b$ 의 해가 $x > -3$ 이므로 $a < 0$

양변을 a 로 나누면 $x > \frac{b}{a}$, $\frac{b}{a} = -3$, $b = -3a$

$\therefore 3a + b = 0$

$a < 0$ 이므로 $b > 0$

㉠. $a < b$

㉡. $a < 0$, $b > 0$

㉥. $-\frac{a}{b} > 0$

5. 부등식 $3x \leq 2x + a$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수가 3개일 때, 상수 a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 \leq a < 4$

해설

$3x \leq 2x + a$ 를 정리하면 $x \leq a$

만족하는 범위 내의 자연수는 1, 2, 3이므로

$3 \leq a < 4$ 가 되어야 한다.

6. 밑면의 반지름이 3cm 인 원뿔이 있다. 이 원뿔의 부피가 $45\pi\text{cm}^3$ 이상이 되려면 원뿔의 높이는 몇 cm 이상이어야 하는지 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 15 cm

해설

원뿔의 높이를 $x\text{cm}$ 라고 하면,

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times x \geq 45\pi$$

$$3x\pi \geq 45\pi$$

$$\therefore x \geq 15$$

원뿔의 높이는 15cm 이상이어야 한다.

7. 미진이가 6km 떨어진 고모택에 심부름을 다녀오는데 2시간 이내에 돌아와야 한다고 할 때, 최소 시속 몇 km로 가야하는가?

① 2km

② 3km

③ 4km

④ 5km

⑤ 6km

해설

시속을 x 라 하면 왕복이므로 이동 거리는 12km이므로 $\frac{12}{x} \leq 2$

이다.

따라서 $x \geq 6$ 이므로 최소 시속 6km로 가야한다.

8. $\frac{173}{300}$ 을 소수로 나타내면 $0.ab\dot{c}$ 이다. $a + b + c$ 의 값은?

- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

해설

$$\frac{173}{300} = \frac{519}{900} = 0.57\dot{6} \text{ 이므로}$$

$a = 5, b = 7, c = 6$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 18$$

9. $x + y = 3$ 이고, $A = 2^{2x}$, $B = 2^{2y}$ 일 때, AB 의 값은?

① 2^2

② 2^4

③ 2^6

④ 2^8

⑤ 2^{10}

해설

$$AB = 2^{2x} \times 2^{2y} = 2^{2x+2y} = 2^{2(x+y)} = 2^{2 \times 3} = 2^6 \text{ 이다.}$$

10. $180^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$ 일 때, $x + y + z$ 값을 구하면?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$$180^3 = (2^2 \times 3^2 \times 5)^3 = 2^6 \times 3^6 \times 5^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$$

$$x = 6, y = 6, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 15$$

11. 어떤 다항식을 $2x^2$ 으로 나누었더니, 몫은 $2x^2 - 4x + 3$ 이고, 나머지가 $2x - 5$ 이었다. 이 다항식의 x^2 항의 계수를 구하면?

① -5

② -3

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

어떤 다항식을 A 라 하면

$$A = 2x^2 \times (2x^2 - 4x + 3) + 2x - 5$$

$$= 4x^4 - 8x^3 + 6x^2 + 2x - 5$$

$\therefore x^2$ 의 계수는 6

12. $A = (24a^4b^5 - 12a^5b^4) \div (-2a^2b)^2$, $B = (8a^3b^4 - 4a^2b^2) \div (-ab)^2$ 일 때, $A - (B + 3C) = ab^2 + 1$ 을 만족하는 식 C 를 구하면?

① $C = b^3 - 2ab^2 - 1$

② $C = b^3 - 4ab^2 - 2$

③ $C = 2b^3 - ab^2 - 1$

④ $C = 2b^3 - 4ab^2 + 1$

⑤ $C = b^3 - ab^2 - 4$

해설

주어진 식 A, B 를 정리하면

$$A = 6b^3 - 3ab^2, B = 8ab^2 - 4$$

$$A - (B + 3C) = ab^2 + 1 \text{ 에서}$$

$$A - B - 3C = ab^2 + 1 \text{ 이고,}$$

$$3C = A - B - ab^2 - 1$$

$$\begin{aligned} 3C &= 6b^3 - 3ab^2 - 8ab^2 + 4 - ab^2 - 1 \\ &= 6b^3 - 12ab^2 + 3 \end{aligned}$$

양변을 3으로 나누면

$$C = 2b^3 - 4ab^2 + 1$$

13. $\frac{2x-1}{3} - \frac{5x-3}{4} > 1$ 을 만족하는 x 의 값 중에서 가장 큰 정수는?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

$$\frac{2x-1}{3} - \frac{5x-3}{4} > 1, \quad 4(2x-1) - 3(5x-3) > 12, \quad -7x+5 > 12, \quad -7x > 7 \quad \therefore x < -1$$

14. $a < 3$ 일 때, $(a - 3)x + 3 > a$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < 1$

해설

$a < 3$ 이므로 $a - 3 < 0$ 이 되어 $(a - 3)x > a - 3$, $x < \frac{a - 3}{a - 3} = 1$ 이다.

15. x, y 에 관한 일차방정식 $4a^2 - 4a(x - 1) + x - y = 0$ 은 두 점 $\left(a, \frac{5}{2}\right), (b, 6)$ 을 해로 가질 때, 상수 a, b 에 대하여 $4a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$4a^2 - 4a(x - 1) + x - y = 0$ 에 $\left(a, \frac{5}{2}\right)$ 를 대입하면

$$4a^2 - 4a(a - 1) + a - \frac{5}{2} = 0$$

$$5a = \frac{5}{2}$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

$4a^2 - 4a(x - 1) + x - y = 0$ 에 $(b, 6)$ 을 대입하면

$$4 \times \frac{1}{4} - 4 \times \frac{1}{2}(b - 1) + b - 6 = 0$$

$$1 - 2b + 2 + b - 6 = 0$$

$$\therefore b = -3$$

따라서 $4a + b = -1$ 이다.

16. 배를 타고 강을 8km 올라가는 데 40 분, 내려가는 데 20 분 걸렸다. 이때 배의 속력을 x km/h, 강물의 속력을 y km/h 라고 할 때, 다음 중 x, y 를 구하기 위한 연립방정식으로 옳은 것은? (정답 2 개)

$$\textcircled{1} \begin{cases} \frac{8}{x+y} = \frac{2}{3} \\ \frac{x-y}{8} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} \frac{x-y}{8} = \frac{3}{2} \\ \frac{x+y}{8} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} x-y = 12 \\ x+y = 24 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} \frac{8}{x-y} = 40 \\ \frac{x+y}{8} = 20 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} x+y = 12 \\ x-y = 24 \end{cases}$$

해설

배의 속력을 x km/h, 강물의 속력을 y km/h 라고 하면 거슬러 올라갈 때의 속력은 $(x-y)$ km/h, 내려올 때의 속력은 $(x+y)$ km/h 이므로

$$\begin{cases} \frac{8}{x-y} = \frac{2}{3} \\ \frac{x+y}{8} = \frac{1}{3} \end{cases} \quad \text{에서} \quad \begin{cases} x-y = 12 \\ x+y = 24 \end{cases} \quad \text{의 관계식이 나온다.}$$

17. 순서쌍 $(m, m + 10)$ 이 연립방정식 $x + 2y = 11$, $nx - 2y = 1$ 의 해일 때, 상수 m, n 의 곱 mn 의 값은?

① -15

② 2

③ 8

④ 13

⑤ 15

해설

$(m, m + 10)$ 을 $x + 2y = 11$ 에대입하면

$$m + 2m + 20 = 11$$

따라서 $m = -3$ 이고, $x = m = -3$, $y = m + 10 = -3 + 10 = 7$ 이 나온다.

$x = -3$, $y = 7$ 을 $nx - 2y = 1$ 에 대입하면 $-3n - 14 = 1$

따라서 $n = -5$ 가 된다.

$$\therefore mn = (-3) \times (-5) = 15$$

18. 자연수 x 에 대하여 $\frac{7x}{60}$ 은 유효소수이고, $7x \leq 100$ 이다. 이것을 만족하는 x 들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\frac{7x}{60} = \frac{7x}{2^2 \times 3 \times 5}$ 이므로 x 는 3 의 배수이어야 한다.

분자인 $7x$ 는 100 이하의 자연수이므로
조건에 맞는 x 값은 3, 6, 9, 12 이다.

따라서 x 값들의 합은 30 이다.

19. 분수 $\frac{a}{440}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 고치면 $\frac{1}{b}$ 이 된다. 이때, a 의 값은 모두 몇 개인가? (단, $b > 1$)

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$\frac{a}{2^3 \times 5 \times 11}$ 가 유한소수가 되려면 a 의 값은 11의 배수가 되어야 한다. 또한 기약분수로 고쳤을 때 분자의 값이 1이 되어야 하므로 a 의 값은 분모의 인수 11의 값을 반드시 포함하되 2와 5를 적절히 조합하여야 한다. 따라서 가능한 a 의 값은 11, 2×11 , $2^2 \times 11$, $2^3 \times 11$, 5×11 , $2 \times 5 \times 11$, $2^2 \times 5 \times 11$ 의 총 7개다. ($b > 1$ 이므로 $2^3 \times 5 \times 11$ 은 해당되지 않는다.)

20. 한자리 자연수 a, b, c 는 $a < b < c$ 이고 차례로 1 씩 증가한다고 한다. 이 a, b, c 에 대하여 $0.\dot{a}, 0.\dot{c}\dot{a}, 1.\dot{0}\dot{b}$ 가 차례로 일정한 크기의 수만큼 증가하여 만들어진다고 할 때, a, b, c 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 6$

▷ 정답 : $b = 7$

▷ 정답 : $c = 8$

해설

$0.\dot{a}, 0.\dot{c}\dot{a}, 1.\dot{0}\dot{b}$ 에 대해 차례로 증가하는 일정한 크기의 수를 k 라고 하면,

$$k = \frac{10c + a}{99} - \frac{a}{9} = \frac{100 + b - 1}{99} - \frac{10c + a}{99} \text{ 이므로}$$

$$20c = 9a + b + 99 \cdots \textcircled{㉠}$$

$a < b < c$ 이고 차례로 1 씩 증가하므로 $b = a + 1 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉡}$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면

$$20c = 9a + a + 1 + 99 = 10(a + 10)$$

$$2c = a + 10 \text{ 이고}$$

a, c 는 한자리 자연수이고 $c = a + 2$ 이므로, $a = 6, c = 8$ 따라서 $a = 6, b = 7, c = 8$ 이다.

21. 어떤 자연수에 $1.0\dot{4}$ 를 곱해야 할 것을 잘못하여 1.04 를 곱했더니 정답과 오답의 차가 $0.\dot{4}$ 가 되었다. 그 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

$$x \times 1.0\dot{4} - x \times 1.04 = 0.\dot{4}$$

$$x \times \left(\frac{94}{90} - \frac{104}{100} \right) = \frac{4}{9}$$

$$x \times \frac{4}{900} = \frac{4}{9}$$

$$\therefore x = 100$$

22. 다음을 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

$$2^{x+2} + 2^{x+1} + 2^x = 112$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} 2^{x+2} + 2^{x+1} + 2^x &= 2^x(2^2 + 2 + 1) \\ &= 2^x \cdot 7 = 112 \end{aligned}$$

$$2^x = 16$$

$$\therefore x = 4$$

23. 밑면의 반지름의 길이가 r 이고, 높이가 h 인 원뿔이 있다. 이 원뿔의 밑면의 반지름은 10% 늘리고, 높이는 10% 줄이면 부피는 원래 부피보다 몇 % 변화하는지 구하여라.

▶ 답 : %

▷ 정답 : 8.9 %

해설

$$(\text{처음 원뿔의 부피}) = \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

(변화된 원뿔의 부피)

$$= \frac{1}{3} \times \pi \left(\frac{110}{100} \times r \right)^2 \times \left(\frac{90}{100} \times h \right)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{11^2}{10^2} \times \frac{9}{10} \times \pi r^2 h$$

$$= \frac{1089}{1000} \times \left(\frac{1}{3} \pi r^2 h \right)$$

변화된 원뿔의 부피는 처음 원뿔의 부피의 $\frac{1089}{1000}$ 배이므로 변화된 부피는

$$\left(\frac{1089}{1000} - 1 \right) \times 100 = 8.9(\%) \text{ 이다.}$$

24. 어떤 식 A 에 $2x^2 - 5x + 7$ 을 빼야 할 것을 잘못하여 더하였더니, 답이 $7x^2 - 2x + 3$ 이 되었다. 바르게 계산한 답은?

① $5x^2 + 3x - 4$

② $5x^2 - 3x - 4$

③ $3x^2 - 2x + 17$

④ $3x^2 + 8x - 11$

⑤ $3x^2 - 12x + 3$

해설

$$\begin{aligned} A &= 7x^2 - 2x + 3 - (2x^2 - 5x + 7) \\ &= 5x^2 + 3x - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{바른계산}) &= 5x^2 + 3x - 4 - (2x^2 - 5x + 7) \\ &= 3x^2 + 8x - 11 \end{aligned}$$

25. x, y 가 자연수일 때, 방정식 $\frac{x+3}{2} = \frac{7-y}{3}$ 의 해가 $ax + by = 5$ 를 만족한다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\frac{x+3}{2} = \frac{7-y}{3} \text{ 의 양변에 6 을 곱하면}$$

$$3(x+3) = 2(7-y)$$

$$3x + 9 = 14 - 2y$$

$$3x + 2y = 5$$

$$x = 1, y = 1$$

$ax + by = 5$ 에 $x = 1, y = 1$ 을 대입하면 $a + b = 5$ 이다.