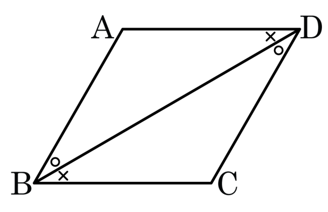
1. 다음 중 평행사변형의 정의인 것은?

① 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형이다.
② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 다른 사각형이다.
③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형이다.
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하지 않는 사각형이다.
⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형이다.

해설

평행사변형은 두 쌍의 대변이 평행한 사각형이다.

2. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 말로 알맞은 것은?



평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D를 이으면 $\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) $\cdots$ ㉠

$\angle ADB = \angle CBD$ (엇각) $\cdots$ ㉡

$\boxed{}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{AB} = \overline{CD},\ \overline{AD} = \overline{BC}$

① $\overline{AB}$ ② $\overline{BC}$ ③ $\overline{BD}$ ④ $\overline{DC}$ ⑤ $\overline{DA}$

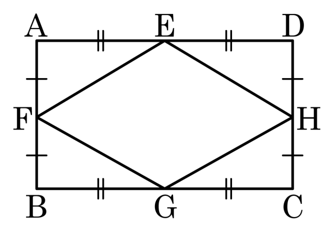
해설

$\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각), $\angle ADB = \angle CBD$ (엇각), $\overline{BD}$는 공통이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (ASA 합동)이다.

3. 다음은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 $\boxed{\quad}$ 임을 증명하는 과정이다. $\boxed{\quad}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?

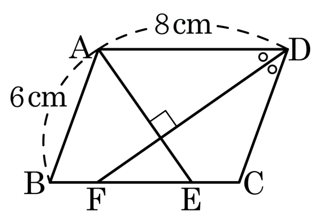


$\triangle AEF \equiv \triangle BGF \equiv \triangle CGH \equiv \triangle DEH$ (SAS 합동)
$\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{EH}$
따라서 □EFGH 는 $\boxed{\quad}$ 이다.

① 등변사다리꼴 ② 직사각형 ③ 마름모
④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설
네 변의 길이가 모두 같은 사각형은 마름모이다.

4. 다음 그림의 □ABCD 는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 인 평행사변형이고, $\overline{DF}$ 는 $\angle D$ 의 이등분선, $\overline{AE} \perp \overline{DF}$ 이다. 이 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?

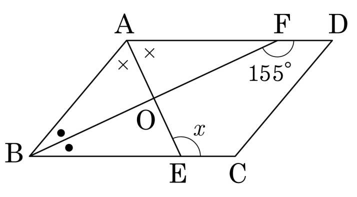


① 2cm　② 2.5cm　③ 3cm
④ 3.5cm　⑤ 4cm

해설

$\angle ADF = \angle DFC$(엇각)
$\overline{CD} = \overline{CF} = 6(\text{cm})$
따라서 $\overline{BF} = 8 - 6 = 2(\text{cm})$
$\overline{AB} = \overline{BE}$ 이므로 $\overline{BE} = 6\text{cm}$
$\therefore \overline{EF} = 6 - 2 = 4(\text{cm})$

5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle$A, $\angle$B의 이등분선의 교점을 O라 하자 $\angle$BFD $= 155°$ 일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ___°

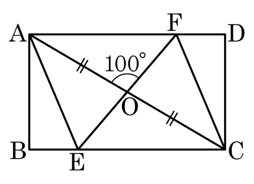
▷ 정답 : 115°

해설

$\overline{AE}$에 의하여 이등분되는
$\angle A$를 $\angle DAE = \angle BAE = a$라 하고
$\overline{BF}$에 의하여 이등분되는
$\angle B$를 $\angle ABF = \angle EBF = b$라 하면
평행사변형에서 이웃하는 각의 크기의 합이 $180°$이므로
$2a + 2b = 180°$
$a + b = 90°$

$\angle AFB = 180° - 155° = 25°$이고 $\overline{AD} // \overline{BC}$이므로 엇각의 성질에 의하여 $b = 25°$
$a + b = 90°$이므로 $a + 25° = 90°$
$\therefore\ a = 65°$
$\triangle ABE$에서 두 내각의 합은 이웃하지 않은 외각의 크기와 같으므로 $a + 2b = \angle x$
$\therefore\ \angle x = 65° + 50° = 115°$

6. 다음 그림에서 직사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC}$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 각각 E , F 라고 할 때, 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\angle FAO = \angle EAO$ ㉡ $\overline{AF} = \overline{CF}$

㉢ $\overline{AF} = \overline{CE}$ ㉣ $\overline{AE} = \overline{AO}$

㉤ $\triangle FAO \equiv \triangle ECO$ ㉥ $\angle FOC = \angle EOA$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

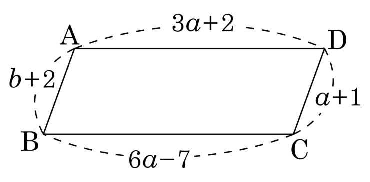
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

$\triangle AFO$ 와 $\triangle OEC$ 에서, $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\angle AOF = \angle EOC$, $\angle OAF = \angle OCE$ 이므로 ASA 합동이다.
그러므로 $\overline{OE} = \overline{OF}$ 이다.
또, □AECF 의 두 대각선은 다른 대각선을 이등분하므로 □AECF 는 평행사변형이다.
㉠. 평행사변형에서 항상 $\angle FAO = \angle EAO$ 는 아니다.
㉡. $\overline{AF} = \overline{EC}$, $\overline{AE} = \overline{FC}$ 이지만 항상 $\overline{AF} = \overline{CF}$ 는 아니다.
㉣. 평행사변형에서 $\overline{AE} = \overline{AO}$는 성립할 필요 없다.

7. 다음과 같은 사각형 ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 a, b의 합 $a+b$의 값을 구하여라.



▶ 답:

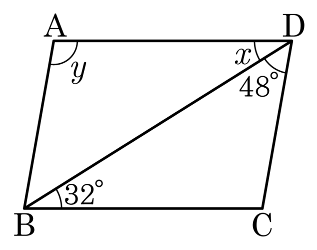
▷ 정답: 5

해설

평행사변형이 되려면
$\overline{AD}=\overline{BC}$이어야 하므로
$3a+2=6a-7$
$3a=9$
$\therefore\ a=3$

또한, $\overline{AB}=\overline{DC}$이어야 하므로
$b+2=a+1$
$b+2=4$
$\therefore\ b=2$
$\therefore\ a+b=5$

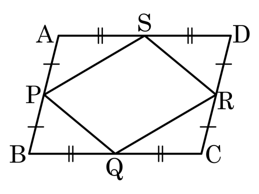
8. 다음 그림에서 □ABCD 가 평행사변형이 되도록 $\angle x, \angle y$ 의 크기를 차례로 구한 것은?



① $32°, 48°$ ② $48°, 100°$ ③ $32°, 100°$
④ $100°, 48°$ ⑤ $100°, 32°$

해설
$\angle x = \angle DBC = 32°$ (엇각)
$\angle D = 32° + 48° = 80°$
$\angle y = 180° - \angle D = 180° - 80° = 100°$

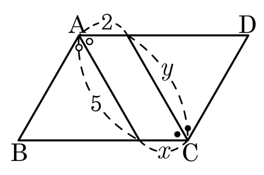
9. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 P, Q, R, S 라고 할 때, □PQRS 는 어떤 도형이 되는가?



① 정사각형 ② 마름모
③ 직사각형 ④ 평행사변형
⑤ 사다리꼴

해설
두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

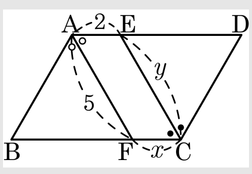
10. 평행사변형 ABCD 에서 ∠A 와 ∠C 의 이등분선을 그었을 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

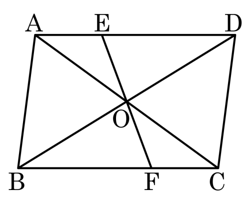
▷ 정답 : 7

해설



두 점을 E, F 라고 하면
□ABCD 가 평행사변형이므로
$\angle\mathrm{BAD} = \angle\mathrm{BCD}$ 이므로 $\dfrac{\angle\mathrm{BAD}}{2} = \dfrac{\angle\mathrm{BCD}}{2}$
$\angle\mathrm{ECF} = \angle\mathrm{CED}$ ($\because$ 엇각)
$\angle\mathrm{AFB} = \angle\mathrm{FAE}$ ($\because$ 엇각)
$\therefore \angle\mathrm{AEC} = \angle\mathrm{AFC}$
두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 □AFCE 는 평행사변형이다.
따라서 $x = 2,\ y = 5$ 이므로 $x + y = 7$ 이다.

11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE} : \overline{ED} = 1 : 2$, $\triangle OFC = 5\text{cm}^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는 (　　　)cm^2 이다. (　　　)안에 알맞은 수를 구하여라.



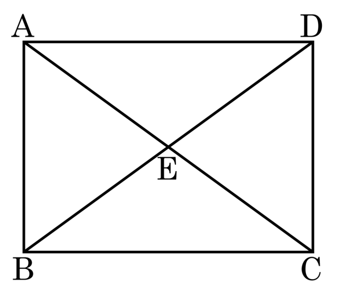
▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle EAO = \angle FCO$,
$\angle EOA = \angle FOC$, $\overline{AO} = \overline{CO}$ 이므로
$\triangle AOE \equiv \triangle COF$ (ASA 합동)
$\therefore \triangle AOE = \triangle COF = 5(\text{cm}^2)$
$\triangle AOE$ 와 $\triangle DOE$ 에서 높이는 같고 밑변이 $1 : 2$ 이므로 $\triangle AOE : \triangle DOE = 1 : 2$
$\therefore \triangle DOE = 2\triangle AOE = 10(\text{cm}^2)$
$\triangle AOD = 5 + 10 = 15(\text{cm}^2)$
$\overline{AO} = \overline{CO}$ 이므로
$\triangle AOD = \triangle DOC,\ \triangle AOB = \triangle COB$,
$\overline{BO} = \overline{DO}$ 이므로
$\triangle ABO = \triangle ADO,\ \triangle CBO = \triangle CDO$
$\rightarrow \triangle AOB = \triangle BOC = \triangle COD = \triangle DOA = 15(\text{cm}^2)$
$\therefore \square ABCD = 15 \times 4 = 60(\text{cm}^2)$ 이다.

12. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BE} = 7x - 1$, $\overline{ED} = 5x + 5$ 일 때, 대각선 AC 의 길이는?

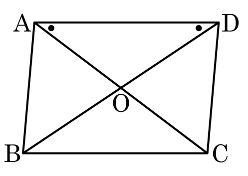


① 38 cm ② 40 cm ③ 42 cm ④ 44 cm ⑤ 46 cm

해설

직사각형은 두 대각선의 길이가 서로 같으므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이고, $\overline{BE} = \overline{DE}$ 이므로
$7x-1 = 5x+5, 2x = 6, x = 3$ 이다. 따라서 $\overline{AC} = 2(5\times3+5) = 40(\text{cm})$ 이다.

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 다음 조건을 추가할 때, 직사각형이 되지 <u>않는</u> 것은?



① $\angle A = \angle B$　　② $\overline{AC} = \overline{BD}$

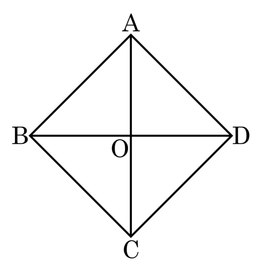
③ $\overline{AO} = \overline{DO}$　　④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

⑤ $\angle DAO = \angle ADO$

해설

④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 는 평행사변형이 마름모가 되는 조건

14. 다음 그림의 마름모 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\angle BAC = \angle DAC$

② $\angle ABD = \angle CBD$

③ $\angle DAB = \angle ABC$

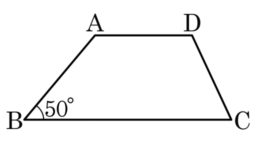
④ $\overline{AO} = \overline{CO}$

⑤ $\overline{AO} = \overline{BO}$

해설

③ 평행사변형에서 이웃하는 두 각의 합은 $180°$ 인데 $\angle DAB = \angle ABC$ 이면,
$\angle DAB = \angle ABC = 90°$ 가 되어 □ABCD 는 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이 된다.
⑤ 평행사변형에서 $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 인데 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 가 되면 $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$ 가 되어 □ABCD 는 직사각형이 된다. 따라서 □ABCD 는 네 변의 길이가 모두 같고 네 내각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이 된다.

15. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BC} = \overline{AB} + \overline{AD}$ 일 때, $\angle D$ 의 크기를 구하면?



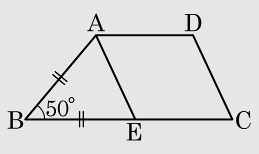
① 110° ② 115° ③ 120°
④ 125° ⑤ 130°

해설

$\overline{AB} = \overline{BE}$ 인 점 E 를 $\overline{BC}$ 위에 잡으면 □AECD 는 평행사변형이다.

$\angle BEA = (180° - 50°) \div 2 = 65°$

$\angle D = \angle AEC = 180° - 65° = 115°$

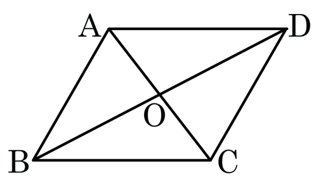


16. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 평행사변형은 사각형이다.
② 사다리꼴은 평행사변형이다.
③ 정사각형은 마름모이다.
④ 직사각형은 정사각형이다.
⑤ 사다리꼴은 직사각형이다.

해설
② 평행사변형은 사다리꼴이다.
③ 정사각형은 마름모이고, 직사각형이다.
④ 정사각형은 마름모이고, 직사각형이다.
⑤ 직사각형은 사다리꼴이다.

17. 다음 평행사변형 ABCD가 마름모가 되려면 다음 중 어떤 조건이 더 있어야 하는지 모두 골라라.



① $\overline{AB} = \overline{AD}$

② $\angle A = 90°$

③ $\overline{AC} = \overline{BD}$

④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

⑤ $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$

해설

평행사변형의 이웃하는 두 변의 길이가 같거나, 두 대각선이 직교하면 마름모이다.

18. 직사각형의 중점을 연결했을 때 나타나는 사각형의 성질을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 네 변의 길이가 모두 같다.

② 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.

③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

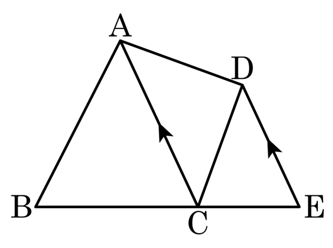
④ 네 각의 크기가 모두 직각이다.

⑤ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

해설

직사각형의 중점을 연결해 생기는 사각형은 마름모이다. 마름모는 네 각의 크기가 모두 직각이 아니다.

19. 다음 그림에서 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$ 이고, $\triangle ABC$ 의 넓이가 12 이고 $\triangle ACD$ 의 넓이가 8 일 때, $\triangle ABE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

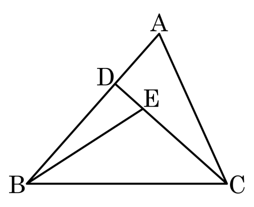
▷ 정답 : 20

해설

$\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ACE = \triangle ACD = 8$

$\therefore \triangle ABE = \triangle ABC + \triangle ACE = 12 + 8 = 20$

20. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $24\,cm^2$ 이고 $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 2$, $\overline{DE} : \overline{EC} = 1 : 3$ 일 때, $\triangle EBC$ 의 넓이는?



① $4\,cm^2$　② $8\,cm^2$　③ $12\,cm^2$　④ $16\,cm^2$　⑤ $20\,cm^2$

해설

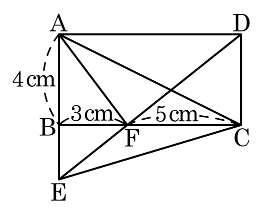
$\triangle DAC$ 와 $\triangle DBC$ 의 높이는 같으므로

$\triangle DBC = 24 \times \frac{2}{3} = 16(\,cm^2)$

$\triangle DBE$ 와 $\triangle EBC$ 의 높이는 같으므로

$\triangle BEC = 16 \times \frac{3}{4} = 12(\,cm^2)$

21. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 연장선 위의 점 E 를 잡아 $\overline{\mathrm{BC}}$ 와 $\overline{\mathrm{ED}}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\triangle\mathrm{FEC}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답： ______ cm^2

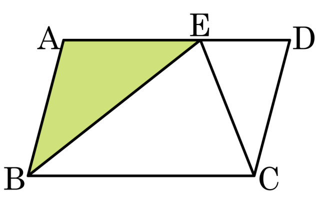
▷ 정답： $6\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{BD}}$ 를 그으면 $\triangle\mathrm{BFD} = \triangle\mathrm{FEC}$ 이므로

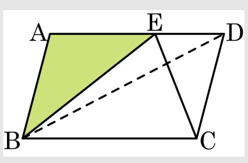
$\triangle\mathrm{FEC} = \dfrac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6\ (\mathrm{cm}^2)$

22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE} : \overline{ED} = 3 : 2$이고 $\square ABCD = 60\text{cm}^2$일 때, $\triangle ABE$의 넓이는?



① 18cm^2　② 22cm^2　③ 26cm^2　④ 30cm^2　⑤ 34cm^2

해설



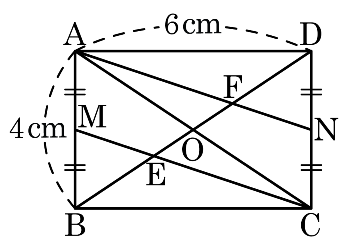
$\triangle BEC = \triangle BDC = \frac{1}{2}\square ABCD = 30(\text{cm}^2)$

$\triangle ABE + \triangle CED = \square ABCD - \triangle BEC = 60 - 30 = 30(\text{cm}^2)$

또, $\triangle ABE : \triangle DCE = 3 : 2$이므로

$\triangle ABE = \frac{3}{5} \times 30 = 18(\text{cm}^2)$

23. 다음 그림에서 점 M, N은 직사각형 ABCD의 두 변 AB, CD의 중점이다. □AMEF의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

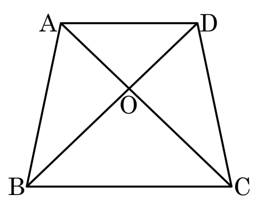
▷ 정답: $6\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\triangle AOF \equiv \triangle COE$ (ASA 합동)이므로

$$\square AMEF = \triangle AMC = \frac{1}{2}\triangle ABC$$
$$= \frac{1}{4}\square ABCD$$
$$= \frac{1}{4} \times 6 \times 4 = 6\,(\mathrm{cm}^2)$$

24. 다음 그림에서 $\overline{AD} : \overline{BC} = 2 : 3$ 이고, $\triangle AOD = 24\,cm^2$ 일 때, 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 구하시오.



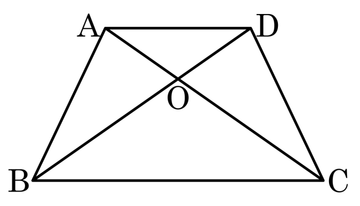
▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\quad cm^2}$

▷ 정답: $\underline{150\,cm^2}$

해설

$\triangle AOD$ 와 $\triangle BOC$ 는 닮음이고 닮음비는 $2 : 3$
이때, $\overline{OD} : \overline{OB} = 2 : 3$ 이므로
$\triangle AOD : \triangle AOB = 2 : 3,\ \triangle AOB = 36\,cm^2$
$\triangle DOC = 36\,cm^2$
그리고 $\overline{OA} : \overline{OC} = 2 : 3$ 이므로
$\triangle OAB : \triangle BOC = 2 : 3$
$\therefore\ \triangle BOC = 54\,cm^2$
따라서 $\square ABCD = 24 + 36 + 36 + 54 = 150\ (cm^2)$

25. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BO} = 2\overline{DO}$ 이다. $\triangle DOC = 12\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $36\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle DOC$ 와 $\triangle OBC$ 는 높이가 같음으로, $\triangle DOC : \triangle OBC = 1 : 2 = 12\text{cm}^2 : \triangle OBC$ 이다. $\therefore \triangle OBC = 24\text{cm}^2$
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로, $\triangle ABC = \triangle DBC$ 이고 $\triangle ABO = \triangle DOC = 12\text{cm}^2$ 이다.
$\therefore\ \triangle ABC = \triangle ABO + \triangle OBC = 12 + 24 = 36\text{cm}^2$