1. 다음 두 식을 모두 만족하는 상수 x, y 의 값을 구하여라.

$$\left(\frac{a}{b^4}\right)^2 = \frac{a^2}{b^x}, \quad \left(\frac{b}{a^x}\right)^2 = \frac{b^2}{a^y}$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 8$

▷ 정답: $y = 16$

해설

$$\left(\frac{a}{b^4}\right)^2 = \frac{a^2}{b^8} \text{ 이므로 } x = 8$$

$$\left(\frac{b}{a^x}\right)^2 = \frac{b^2}{a^{16}} \text{ 이므로 } y = 16$$

2. 다음 안에 알맞은 식을 구하여라.

$$\frac{3}{5}a^2 - \frac{1}{3}a + \frac{1}{7} + \boxed{} = a^2 - \frac{3}{4}a + \frac{1}{2}$$

① $\frac{2}{5}a^2 - \frac{5}{12}a + \frac{5}{14}$

② $\frac{3}{5}a^2 - \frac{3}{4}a - \frac{5}{7}$

③ $-\frac{2}{5}a^2 - \frac{1}{6}a + \frac{5}{7}$

④ $\frac{2}{5}a^2 + \frac{5}{12}a + \frac{5}{14}$

⑤ $\frac{3}{5}a^2 + \frac{3}{4}a - \frac{5}{7}$

해설

$$\begin{aligned}\boxed{} &= a^2 - \frac{3}{4}a + \frac{1}{2} - \left(\frac{3}{5}a^2 - \frac{1}{3}a + \frac{1}{7} \right) \\ &= a^2 - \frac{3}{4}a + \frac{1}{2} - \frac{3}{5}a^2 + \frac{1}{3}a - \frac{1}{7} \\ &= \frac{2}{5}a^2 - \frac{5}{12}a + \frac{5}{14}\end{aligned}$$

3. $(12x^2 - 4x) \div (-2x) = -4$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$(12x^2 - 4x) \div (-2x) = -6x + 2 = -4$ 이므로 $x = 1$ 이다.

4. $2x(x-1) - 3x(2x-3) - (-7x^2 + x - 2)$ 를 간단히 하면?

① $3x^2 + 6x + 2$

② $3x^2 - 6x + 2$

③ $3x^2 + 6x - 2$

④ $-3x^2 + 6x + 2$

⑤ $3x^2 - 6x - 2$

해설

$$2x(x-1) - 3x(2x-3) - (-7x^2 + x - 2)$$

$$= 2x^2 - 2x - 6x^2 + 9x + 7x^2 - x + 2$$

$$= 3x^2 + 6x + 2$$

5. 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각 $3a$, $2b$ 인 사각기둥이 있다.
이 사각기둥의 부피가 $60ab^2$ 일 때, 이 사각기둥의 높이는?

① $5a$

② $5b$

③ $10a$

④ $10ab$

⑤ $10b$

해설

사각기둥의 높이를 h 라 할 때

$$3a \times 2b \times h = 60ab^2$$

$$6ab \times h = 60ab^2$$

$$\therefore h = 10b$$

6. $x = -2$, $y = 3$ 일 때, 다음 식의 값은?

$$(4x + 3y - 1) - (-2x + 4y + 5)$$

① -21

② -15

③ -9

④ 15

⑤ 21

해설

$$\begin{aligned}4x + 3y - 1 + 2x - 4y - 5 &= 6x - y - 6 \\ &= -12 - 3 - 6 \\ &= -21\end{aligned}$$

7. $n = \frac{st - p}{pr}$ 를 t 에 관하여 풀면?

① $t = \frac{p(nr - 1)}{s}$

② $t = \frac{pnr + 1}{s}$

③ $t = \frac{nr + 1}{sp}$

④ $t = \frac{p(nr + 1)}{s}$

⑤ $t = \frac{s(nr + 1)}{p}$

해설

$$n = \frac{st - p}{pr}, \quad npr = st - p, \quad st = npr + p, \quad st = p(nr + 1)$$

$$\therefore t = \frac{p(nr + 1)}{s}$$

8. $3x + 2y = 4x - y + 2$ 임을 이용하여 $y^2 + 2xy - 1$ 을 y 에 관한 식으로 나타내면?

① $3y - 3$

② $y^2 + y - 3$

③ $6y^2 + 6y - 3$

④ $7x^2 + 7x - 3$

⑤ $7y^2 - 4y - 1$

해설

$3x + 2y = 4x - y + 2$ 를 x 로 정리하면 $x = 3y - 2$ 이다.

주어진 식에 대입하면

$$\begin{aligned} y^2 + 2y(3y - 2) - 1 &= y^2 + 6y^2 - 4y - 1 \\ &= 7y^2 - 4y - 1 \end{aligned}$$

9. $(x^3y^az)^b = x^{12}y^{16}z^c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

$$x^{3b}y^{ab}z^b = x^{12}y^{16}z^c$$

i) $3b = 12, b = 4$

ii) $ab = 16, 4a = 16, a = 4$

iii) $b = c, c = 4$

따라서 $a + b + c = 12$ 이다.

10. $\left(\frac{3}{2}ab^{\square}\right)^2 \div (3a^{\square}b^2)^3 = \frac{b^2}{12a^{10}}$ 일 때, 안에 들어갈 두 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{3}{2}ab^{\square}\right)^2 \div (3a^{\square}b^2)^3 &= \frac{9}{4}a^2b^{2\square} \times \frac{1}{27a^{3\square}b^6} \\ &= \frac{b^2}{12a^{10}}\end{aligned}$$

이므로 안에 들어갈 수는 각각 4, 4 이다.
따라서 두 수의 합은 8 이다.

11. 다음 중에서 옳게 계산한 것의 개수는?

$$(a) (-x)^2 \times 4xy = -4x^3y$$

$$(b) 6ab \div 3a \times 2b = 4b^2$$

$$(c) -8a^2 \div 4a \div a = -2a^2$$

$$(d) (9xy - 6y) \div (-3y) = -3x - 2$$

$$(e) -8a^2b \times 3ab^2 \div (-12ab) = 2a^2b^2$$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$$(a) (-x)^2 \times 4xy = 4x^2y$$

$$(c) (-8a^2) \div 4a \div a = -2$$

$$(d) (9xy - 6y) \div (-3y) = -3x + 2$$

옳은 계산은 (b),(e) 2 개이다.

12. $-16x^2y^3 \times \square \div 8xy^2 = -4x^3y^2$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 식은?

① $-2xy^2$

② $2xy^2$

③ $-2x^2y$

④ $2x^2y$

⑤ $-2xy$

해설

$$-2xy \times \square = -4x^3y^2$$

$$\square = 2x^2y$$

13. $2^{10} = X$ 라 할 때, 다음 중 $\frac{1}{16^{10}}$ 과 같은 것은?

① $\frac{1}{X^4}$

② $\frac{1}{X^2}$

③ $\frac{1}{X}$

④ X^2

⑤ X^4

해설

$$\frac{1}{16^{10}} = \frac{1}{(2^4)^{10}} = \frac{1}{(2^{10})^4} = \frac{1}{X^4}$$

14. $-2(2x - y - \square + 4) - 4y = -2x - 4y - 4$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식의 y 항의 계수와 상수항의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

양변에 $4y$ 를 더하면

$$-2(2x - y - \square + 4) - 4y = -2x - 4y - 4$$

$$\therefore 2x - y - \square + 4 = x + 2$$

$$\therefore \square = x - y + 2$$

따라서 $-1 + 2 = 1$ 이다.

15. 다음 식을 간단히 하여라.

$$2a - [a - \{3b - (5a - b)\} + b]$$

▶ 답:

▷ 정답: $-4a + 3b$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2a - \{a - (3b - 5a + b) + b\} \\ &= 2a - (a - 3b + 5a - b + b) \\ &= 2a - (6a - 3b) \\ &= -4a + 3b\end{aligned}$$

16. $4x^2+x+3$ 에 어떤 식을 더해야 할 것을 잘못하여 빼었더니 $-2x^2+2x+3$ 이 되었다. 옳게 계산한 식을 구하면?

① $10x^2 + 3$

② $10x^2 + x - 3$

③ $6x^2 + 2x + 3$

④ $6x^2 + x - 3$

⑤ $6x^2 - 2x$

해설

어떤 식을 A 라 하면

$$4x^2 + x + 3 - A = -2x^2 + 2x + 3$$

$$A = (4x^2 + x + 3) - (-2x^2 + 2x + 3) = 6x^2 - x$$

$$\therefore \text{바르게 계산한 식} : 4x^2 + x + 3 + (6x^2 - x) = 10x^2 + 3$$

17. $3a - 2b = 2a + b$ 일 때, $\frac{a + 2b}{2a - b}$ 의 값은?

① $-\frac{9}{7}$

② $-\frac{1}{3}$

③ 0

④ 1

⑤ 13

해설

$3a - 2a = b + 2b$ 에서 $a = 3b$ 이므로 주어진 식에 대입하면

$$\frac{3b + 2b}{2 \times 3b - b} = \frac{5b}{5b} = 1$$

18. $x + y = 3$ 이고, $A = 2^{2x}$, $B = 2^{2y}$ 일 때, AB 의 값은?

① 2^2

② 2^4

③ 2^6

④ 2^8

⑤ 2^{10}

해설

$$AB = 2^{2x} \times 2^{2y} = 2^{2x+2y} = 2^{2(x+y)} = 2^{2 \times 3} = 2^6 \text{ 이다.}$$

19. $(a^2)^x \times (b^4)^y \times a \times b^6 = a^9 b^{14}$ 이 성립할 때, xy 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$(a^2)^x \times (b^4)^y \times a \times b^6 = a^{2 \times x + 1} b^{4 \times y + 6} = a^9 b^{14}$$

$$2x + 1 = 9, 4y + 6 = 14$$

$$\therefore x = 4, y = 2$$

$$xy = 4 \times 2 = 8$$

20. $\frac{4^x}{16^{-x+y}} = 64$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 125$ 일 때, $32^x \times 125^y$ 의 자리의 수를 구하여라.

▶ **답:** 자리의 수

▷ **정답:** 11자리의 수

해설

$$4^x = 64 \times 16^{-x+y} = 4^{3-2x+2y} = 4^{-2x+2y+3}$$

$$\therefore x = -2x + 2y + 3$$

$$25^{x+y} = 125 \times 5^{3y} = 5^3 \cdot 5^{3y} = 5^{3y+3}$$

$$\therefore 2x + 2y = 3y + 3$$

두 식을 연립하면

$$x = 3, y = 3$$

$$32^x \times 125^y = (2^5)^3 \times (5^3)^3$$

$$= 2^{15} \times 5^9$$

$$= (10)^9 \times 2^6$$

$$= 64 \times 10^9$$

따라서 11 자리의 수이다.

21. $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 117$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 117 \text{ 에서}$$

$$3^x \times \frac{1}{3} + 3^x + 3^x \times 3 = 117$$

$$\left(\frac{1}{3} + 1 + 3\right) \times 3^x = 117$$

$$\frac{13}{3} \times 3^x = 117$$

$$3^x = 27$$

$$\therefore x = 3$$

22. $A = (12a^5b^5 - 8a^5b^4) \div (2a^2b)^2$, $B = (4a^3b^4 - a^2b^2) \div (-ab)^2$ 일 때,
 $A - (B + 2C) = 3ab^3 + 1$ 을 만족하는 식 C 를 구하면?

① $C = ab$

② $C = ab^2$

③ $C = -3ab^2$

④ $C = 3ab^2$

⑤ $C = -ab$

해설

주어진 식 A, B 를 정리하면

$$A = 3ab^3 - 2ab^2, B = 4ab^2 - 1 \text{ 이다.}$$

$$A - (B + 2C) = 3ab^3 + 1 \text{ 에서}$$

$$A - B - 2C = 3ab^3 + 1 \text{ 이고,}$$

$$2C = A - B - 3ab^3 - 1$$

$$\begin{aligned} 2C &= 3ab^3 - 2ab^2 - (4ab^2 - 1) - 3ab^3 - 1 \\ &= -6ab^2 \end{aligned}$$

양변을 2로 나누면

$$C = -3ab^2 \text{ 이다.}$$

23. $a^3 = 2$ 일 때, $\frac{a^9 + \frac{1}{a^9}}{a^9 - \frac{1}{a^9}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{65}{63}$

해설

$$\frac{a^9 + \frac{1}{a^9}}{a^9 - \frac{1}{a^9}} \text{ 을 간단히 하면 } \frac{\frac{a^{18}+1}{a^9}}{\frac{a^{18}-1}{a^9}} = \frac{a^{18} + 1}{a^{18} - 1}$$

$a^3 = 2$ 이므로

$$a^{18} = (a^3)^6 = 2^6 = 64$$

따라서 $a^{18} = 64$ 를 대입하여 식의 값을 구하면

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{a^{18} + 1}{a^{18} - 1} = \frac{64 + 1}{64 - 1} = \frac{65}{63}$$

24. $\left(\frac{16^4 + 4^{11}}{8^4 + 4^9}\right)^2$ 의 값을 2 의 거듭제곱으로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: 2^8

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{16^4 + 4^{11}}{8^4 + 4^9}\right)^2 &= \left(\frac{(2^4)^4 + (2^2)^{11}}{(2^3)^4 + (2^2)^9}\right)^2 \\ &= \left(\frac{2^{16} + 2^{22}}{2^{12} + 2^{18}}\right)^2 \\ &= \left(\frac{2^{16}(1 + 2^6)}{2^{12}(1 + 2^6)}\right)^2 \\ &= \left(\frac{2^{16}}{2^{12}}\right)^2 \\ &= (2^4)^2 = 2^8\end{aligned}$$

25. $A = x^2 - 3x + 1$, $B = 3x^2 + 5$, $C = -2x^2 + 7x$ 일 때, $3(A+B) - 2C - (A-C)$ 의 x^2 의 계수를 a , x 의 계수를 b , 상수항을 c 라고 하자. $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

$$\begin{aligned} & 3(A + B) - 2C - (A - C) \\ &= 3A + 3B - 2C - A + C \\ &= 2A + 3B - C \\ &= 2(x^2 - 3x + 1) + 3(3x^2 + 5) - (-2x^2 + 7x) \\ &= 13x^2 - 13x + 17 \\ \therefore a &= 13, b = -13, c = 17 \\ \therefore a + b + c &= 17 \end{aligned}$$