

1. $\sqrt{56x}$ 가 자연수가 되기 위한 최소의 자연수 x 는?

- ① 2 ② 4 ③ 7 ④ 14 ⑤ 28

해설

$56x = 2^3 \times 7 \times x$ 이므로 가장 작은 자연수 $x = 14$

2. 부등식 $\frac{1}{2} < \sqrt{9x} < 5$ 를 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

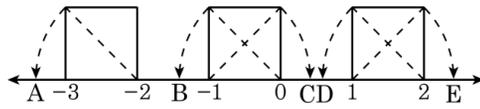
▷ 정답: 1

▷ 정답: 2

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} < \sqrt{9x} < 5 &\Rightarrow \frac{1}{6} < \sqrt{x} < \frac{5}{3} \\ \Rightarrow \frac{1}{36} < x < \frac{25}{9} &\therefore x = 1, 2 \end{aligned}$$

3. 다음 그림의 사각형이 모두 정사각형일 때, 다섯 개의 점 A, B, C, D, E의 좌표를 바르게 말한 것을 모두 고르면?



- ① $B(-1 - \sqrt{2})$ ② $C(-1 + \sqrt{2})$ ③ $D(-1 + \sqrt{2})$
 ④ $E(1 + \sqrt{2})$ ⑤ $A(-2 + \sqrt{2})$

해설

$A = -2 - \sqrt{2}$, $B = -\sqrt{2}$, $C = -1 + \sqrt{2}$, $D = 2 - \sqrt{2}$, $E = 1 + \sqrt{2}$
 이므로 ②, ④이다.

4. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 두 정수 0 과 1 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ③ 모든 유리수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
- ④ 모든 실수는 수직선 위의 모든 점과 일대일 대응된다.
- ⑤ 수직선은 유리수에 대응하는 점으로 완전히 메워져 있다.

해설

⑤ 수직선은 실수에 대응하는 점으로 완전히 메워져 있다.

5. $a = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{\sqrt{2}}$, $b = \frac{-\sqrt{2} + \sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ 일 때, $\frac{a+b}{a-b}$ 의 값은?

- ① $\sqrt{5}$ ② $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{7}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{10}}{2}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$a = 1 + \frac{\sqrt{10}}{2}, b = -1 + \frac{\sqrt{10}}{2} \text{ 이므로}$$

$$a + b = \sqrt{10}, a - b = 2 \text{ 이다.}$$

$$\therefore \frac{a+b}{a-b} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

6. 식 $\left(3 - \frac{\sqrt{3}a}{2}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{3}} + 5b\right)$ 가 유리수의 값을 가질 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab = \frac{2}{5}$

해설

$$\begin{aligned} & \left(3 - \frac{\sqrt{3}a}{2}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{3}} + 5b\right) \\ &= \left(3 - \frac{\sqrt{3}a}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{3} + 5b\right) \\ &= \sqrt{3} + 15b - \frac{1}{2}a - \frac{5\sqrt{3}}{2}ab \end{aligned}$$

유리수의 값을 가져야 하므로 $\sqrt{3} - \frac{5\sqrt{3}}{2}ab = 0$ 이어야 한다.

$\sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}}{2}ab$ 이고, $1 = \frac{5}{2}ab$ 이므로 $ab = \frac{2}{5}$ 이다.

7. $A = \sqrt{81} + \sqrt{(-7)^2} \div \sqrt{\frac{49}{16}} - (-\sqrt{6})^2$ 일 때, A^2 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{6}{7}$ ③ 7 ④ $\frac{36}{49}$ ⑤ 49

해설

$$A = 9 + 7 \div \frac{7}{4} - 6 = 9 + 4 - 6 = 7$$

$$\therefore A^2 = 49$$

8. $a > 3$ 일 때, $\sqrt{(-3a)^2} - \sqrt{(a-3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-4a - 3$

② $-4a + 3$

③ $-2a + 3$

④ $2a - 3$

⑤ $2a + 3$

해설

$$\sqrt{(-3a)^2} - \sqrt{(a-3)^2} = 3a - (a-3) = 2a + 3$$

9. $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\sqrt{3}-1 > 0 \text{ 이므로 } \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{3}-1$$

$$\sqrt{3}-2 < 0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = -(\sqrt{3}-2) = -\sqrt{3}+2$$

$$\therefore \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$$

$$= \sqrt{3}-1 - \sqrt{3}+2 = 1$$

10. 다음 중 무리수로만 묶은 것은?

① $\sqrt{0}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{4}$

② $\frac{2}{3}$, $0.\dot{3}$, $-\frac{1}{4}$

③ $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, π

④ $\sqrt{\frac{1}{10}}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{8}$

⑤ $\sqrt{(-11)^2}$, $-\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$

해설

① $\sqrt{0} = 0$, $\sqrt{4} = 2$: 유리수

② $\frac{2}{3}$, $0.\dot{3}$, $-\frac{1}{4}$: 유리수

④ $\sqrt{9} = 3$: 유리수

⑤ $\sqrt{(-11)^2} = 11$: 유리수

11. 다음 보기 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $\sqrt{11} - 2 > -2 + \sqrt{10}$
- ㉡ $\sqrt{20} - 4 > 1$
- ㉢ $\sqrt{15} - \sqrt{17} > -\sqrt{17} + 4$
- ㉣ $2 - \sqrt{3} < \sqrt{5} - \sqrt{3}$
- ㉤ $-\sqrt{7} - \sqrt{2} > -\sqrt{7} - 1$
- ㉥ $\frac{1}{2} - \sqrt{5} < -\sqrt{5} + \frac{\sqrt{2}}{4}$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉢

해설

$$\begin{aligned} \text{㉡ } & \sqrt{20} - 4 - 1 = \sqrt{20} - 5 = \sqrt{20} - \sqrt{25} < 0 \\ \therefore & \sqrt{20} - 4 < 1 \\ \text{㉢ } & \sqrt{15} - \sqrt{17} - (-\sqrt{17} + 4) = \sqrt{15} - 4 \\ & = \sqrt{15} - \sqrt{16} < 0 \\ \therefore & \sqrt{15} - \sqrt{17} < -\sqrt{17} + 4 \\ \text{㉤ } & -\sqrt{7} - \sqrt{2} - (-\sqrt{7} - 1) = -\sqrt{2} + 1 \\ & = -\sqrt{2} + 1 < 0 \\ \therefore & -\sqrt{7} - \sqrt{2} < -\sqrt{7} - 1 \\ \text{㉥ } & \frac{1}{2} - \sqrt{5} - \left(-\sqrt{5} + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} \\ & = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} > 0 \\ \therefore & \frac{1}{2} - \sqrt{5} > -\sqrt{5} + \frac{\sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

12. 두 실수 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{5} \approx 2.236$)

- ① $\sqrt{5} - 0.5$ 는 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 무리수이다.
- ② $\sqrt{2} + 0.2$ 는 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 무리수이다.
- ③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{2}$ 는 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 무리수이다.
- ④ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 정수 한 개가 있다.
- ⑤ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 무리수와 유한개의 유리수가 있다.

해설

⑤ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 무리수와 역시 무수히 많은 유리수가 있다.

13. $\sqrt{3} \times \sqrt{50} \div \sqrt{a} \times \sqrt{160} = 10\sqrt{5}$ 일 때, a 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 48$

해설

$$\sqrt{3} \times \sqrt{50} \times \frac{1}{\sqrt{a}} \times \sqrt{160} = 10\sqrt{5}$$

$$\sqrt{a} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{50} \times \sqrt{160}}{10\sqrt{5}}$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{\frac{3 \times 50 \times 160}{10 \times 10 \times 5}}$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{48}$$

$$\therefore a = 48$$

14. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{30} = b$ 일 때, $\sqrt{3000}$ 의 값과 같은 것은?

- ① $10b$ ② $100b$ ③ $\frac{1}{10}a$ ④ $\frac{1}{10}b$ ⑤ $\frac{1}{100}a$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{3000} &= \sqrt{30 \times 100} \\ &= \sqrt{30} \times \sqrt{100} \\ &= \sqrt{30} \times 10 \\ &= 10b\end{aligned}$$

15. 다음 표는 제곱근표의 일부이다. 다음 중 주어진 표를 이용하여 그 값을 구할 수 있는 것은?

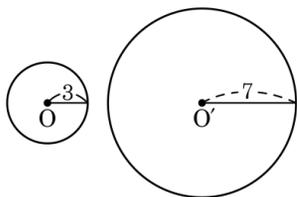
수	0	1	2	3
40	6.325	6.332	6.340	6.348
41	6.403	6.411	6.419	6.427
42	6.481	6.488	6.496	6.504
43	6.557	6.565	6.573	6.580

- ① 6.431 ② 6.287 ③ 6.573 ④ 6.590 ⑤ 6.661

해설

③ 을 제외한 나머지는 제곱근표에 없다.

16. 다음 그림과 같은 두 원 O, O' 의 넓이의 합과 같은 넓이를 갖는 원의 반지름의 길이는?



- ① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{30}$ ③ $\sqrt{49}$ ④ $\sqrt{52}$ ⑤ $\sqrt{58}$

해설

구하려고 하는 반지름의 길이를 x 라 하면 원 O 의 반지름의 길이가 3 이고, 원 O' 의 반지름의 길이는 7 이므로 $3^2\pi + 7^2\pi = 9\pi + 49\pi = 58\pi$, 넓이 (πr^2) 가 58π 인 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{58}$ 이다.

17. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① $\frac{7}{9}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{\sqrt{7}}{3}$ 이다.
- ② 1.5의 제곱근은 1개이다.
- ③ 제곱근 $\frac{9}{4}$ 는 $\frac{3}{2}$ 이다.
- ④ 제곱근 25는 5이다.
- ⑤ 자연수가 아닌 수의 제곱근은 없다.

해설

- ② 1.5의 제곱근은 $\pm\sqrt{1.5}$ 로 2개이다.
- ⑤ 0의 제곱근은 0이다.

18. $(-9)^2$ 의 양의 제곱근을 a , $\sqrt{625}$ 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b=4$

해설

$$(-9)^2 = 81 = (\pm 9)^2$$

$$\therefore a = 9$$

$$\sqrt{625} = 25 = (\pm 5)^2$$

$$\therefore b = -5$$

$$\therefore a+b = 9-5 = 4$$

19. $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근을 m , $-\sqrt{0.0144}$ 를 n 이라고 할 때, $m \times 100n$ 의 값은? (단, $a > 0$)

① $-12a$

② $12a$

③ $12a^2$

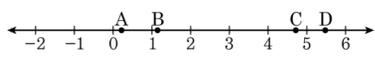
④ $-12a^2$

⑤ $-120a^2$

해설

$a\sqrt{(-a)^2} = a \times \sqrt{a^2} = a \times a = a^2$ 이므로, $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근은 a 이다. $\therefore m = a$
 $-\sqrt{0.0144} = -\sqrt{(0.12)^2} = -0.12 = n$
 $\therefore m \times 100n = a \times 100 \times (-0.12) = -12a$

20. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{12}+2, 3\sqrt{2}-4, 4-2\sqrt{2}, 3+\sqrt{3}$ 이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라 할 때, 다음 중 틀린 것은?



- ① $a+b = \sqrt{2}$ ② $c+d = 3\sqrt{3}+5$
 ③ $3(a+b) > c+d$ ④ $b-a > 0$
 ⑤ $c-d < 0$

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{12}+2 &= 5. \times \times \times \leftarrow d \\ 3\sqrt{2}-4 &= 0. \times \times \times \leftarrow a \\ 4-2\sqrt{2} &= 1. \times \times \times \leftarrow b \\ 3+\sqrt{3} &= 4. \times \times \times \leftarrow c \\ \text{③ } a+b &= \sqrt{2} \rightarrow 3(a+b) = 3\sqrt{2} \\ c+d &= 3\sqrt{3}+5 \\ \therefore 3(a+b) - (c+d) &= 3\sqrt{2} - (3\sqrt{3}+5) \\ &= \sqrt{18} - \sqrt{27} - 5 < 0 \\ \therefore 3(a+b) &< c+d \end{aligned}$$

21. $\sqrt{x+14} = 3\sqrt{2}$ 일 때, \sqrt{x} 의 값을 구하라. (단, $x > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{x} = 2$

해설

$$\sqrt{x+14} = \sqrt{18}$$

$$x+14 = 18$$

$$\therefore x = 4$$

$$\therefore \sqrt{x} = 2$$

22. $ab = 2$ 일 때, $a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}}$ 의 값은? (단, $a > 0, b > 0$)

① 2

② 4

③ 5

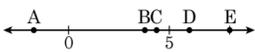
④ 12

⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} & a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}} \\ &= a\frac{\sqrt{8b} \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} + b\frac{\sqrt{32a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} \\ &= \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} \\ & ab = 2 \text{ 를 대입하면} \\ & \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} = \sqrt{16} + \sqrt{64} = 4 + 8 = 12 \end{aligned}$$

23. 다음 중 세 수 p, q, r 를 수직선에 나타내려고 한다. 바르게 연결된 것은?



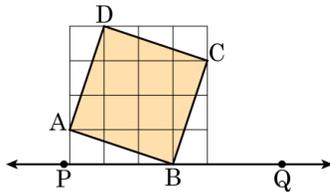
$$p = \sqrt{3} + \sqrt{5}, q = \sqrt{3} - 2, r = \sqrt{5} + 2$$

- ① $A = p, B = q, C = r$ ② $A = q, B = p, C = r$
 ③ $A = q, B = p, D = r$ ④ $B = p, C = q, D = r$
 ⑤ $B = r, C = p, D = q$

해설

i) p, q, r 의 대소 관계를 먼저 구한다.
 (1) $p - q = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{3} - 2) = \sqrt{5} + 2 > 0 \therefore p > q$
 (2) $q - r = \sqrt{3} - 2 - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - \sqrt{5} - 4 < 0 \therefore r > q$
 (3) $p - r = \sqrt{3} + \sqrt{5} - (\sqrt{5} + 2) = \sqrt{3} - 2 < 0 \therefore r > p$
 $\therefore r > p > q$
 ii) $q = \sqrt{3} - 2 < 0$ 이므로 수직선 0 보다 왼쪽의 점인 A 에 위치한다.
 $r = \sqrt{5} + 2$ 에서 $\sqrt{5}$ 의 범위는 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $4 < r < 5$ 이다.
 따라서 r 은 C, p 는 B 에 위치한다.

24. 다음 그림과 같은 수직선 위의 정사각형 ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{PB}$, $\overline{CB} = \overline{QB}$ 일 때, \overline{PQ} 의 길이를 구하여라. (단, 모눈 한 칸의 길이는 1이다.)



▶ 답:

▷ 정답: $2\sqrt{10}$

해설

\overline{BC} 를 대각선으로 하는 직사각형에서 \overline{BC} 를 빗변으로 하는 색칠하지 않은 부분의 삼각형의 넓이는 가로 1, 세로 3인 직사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $1 \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ 이다.

따라서 $\square ABCD = 4 \times 4 - \frac{3}{2} \times 4 = 10$ 이다.

$\square ABCD$ 는 정사각형이므로

$\overline{BC}^2 = 10, \therefore \overline{BC} = \sqrt{10}$

$\overline{AB} = \overline{BC} = \sqrt{10}$ 이므로 $\overline{PQ} = 2\sqrt{10}$ 이다.

25. $\sqrt{3}+1$ 의 소수 부분을 a , $3-\sqrt{3}$ 의 소수 부분을 b 라 할 때, $(x, y) = (a, b)$ 는 식 $\sqrt{3}(x+m)+ny-11=0$ 의 해이다. m, n 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $m=5$

▷ 정답: $n=4$

해설

$$2 < \sqrt{3}+1 < 3 \text{ 이므로 } a = \sqrt{3}+1-2 = \sqrt{3}-1$$

$$1 < 3-\sqrt{3} < 2 \text{ 이므로 } b = 3-\sqrt{3}-1 = 2-\sqrt{3}$$

a, b 를 $\sqrt{3}(x+m)+ny-11=0$ 에 대입하면

$$\sqrt{3}(\sqrt{3}-1+m)+n(2-\sqrt{3})-11=0$$

$$\sqrt{3}(m-n-1)+2n-8=0$$

따라서 $m-n-1=0$, $2n-8=0$ 을 연립하면 $m=5$, $n=4$ 이다.