

1. 방정식  $(x-1)(x^2-x-2)=0$ 의 모든 근의 합을 구하면?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$$(x-1)(x-2)(x+1)=0$$

$$\therefore x = -1, 1, 2$$

$$\therefore -1 + 1 + 2 = 2$$

2. 다음 방정식을 만족하는  $x, y$ 의 값을 차례대로 구하여라.

$$2x - y = 4x + 10 = x + y - 5$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = -5$

▷ 정답 :  $y = 0$

### 해설

주어진 방정식은 다음의 연립방정식과 같다.

$$\begin{cases} 2x - y = 4x + 10 \\ 2x - y = x + y - 5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 2x + y + 10 = 0 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ x - 2y + 5 = 0 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉡에서  $x = 2y - 5 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$

㉢을 ㉠에 대입하면  $2(2y - 5) + y + 10 = 0$

$$\therefore y = 0$$

$y = 0$ 을 ㉢에 대입하면  $x = -5$

$$\therefore x = -5, y = 0$$

3. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

$$\begin{cases} 0.6x + 0.5y = 2.8 & \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 2 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

① (2, 3)

② (-2, 3)

③ (3, 2)

④ (3, -2)

⑤ (-3, -2)

해설

㉠, ㉡의 양변에 각각 10, 6을 곱하면

$$\begin{cases} 6x + 5y = 28 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \\ 2x + 3y = 12 & \cdots \cdots \textcircled{㉣} \end{cases}$$

㉢ - ㉣ $\times$ 3을 하면  $-4y = -8$

$\therefore y = 2$ 를 ㉣대입하면  $x = 3$

$\therefore x = 3, y = 2$

4. 연립방정식  $ax + by = 8$ ,  $2ax - by = -2$ 의 근이  $x = 1$ ,  $y = 2$ 일 때,  $a$ ,  $b$ 의 값은?

①  $a = -2$ ,  $b = -3$

②  $a = 3$ ,  $b = 2$

③  $a = 2$ ,  $b = -3$

④  $a = 2$ ,  $b = 3$

⑤  $a = -3$ ,  $b = -2$

해설

$$ax + by = 8, 2ax - by = -2$$

근이  $x = 1, y = 2$ 이므로

$$\begin{cases} a + 2b = 8 \\ 2a - 2b = -2 \end{cases}$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

5. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + ay = 10 \\ x - y = b \end{cases}$$

의 해가  $x = 2$ ,  $y = -3$ 일 때,  $a + b$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$x = 2$ ,  $y = -3$ 을

두 방정식

$2x + ay = 10$ ,  $x - y = b$ 에 대입하면

모두 성립시키므로  $4 - 3a = 10$

$$\therefore a = -2$$

$$2 - (-3) = b$$

$$\therefore b = 5$$

$$\therefore a + b = 3$$

6.  $x^4 - 5x^2 - 14 = 0$ 의 두 허근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하면?

① 4

② -4

③ 8

④ -8

⑤ -16

해설

$x^4 - 5x^2 - 14 = (x^2 + 2)(x^2 - 7) = 0$ 이므로

두 허근  $\alpha, \beta$ 는

각각  $\sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$ 이므로

$\alpha^2 + \beta^2 = -2 - 2 = -4$

7.  $x$ 에 대한 삼차방정식  $x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이  $-1$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은?

①  $-5$

②  $-3$

③  $-1$

④  $1$

⑤  $3$

해설

$x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이  $-1$ 이므로  $x = -1$ 을 대입하면

$$(-1)^3 + 3(-1)^2 - k(-1) - 5 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

8. 삼차방정식  $x^3 + x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이  $-3, 1 - \sqrt{2}$ 일 때, 유리수  $a, b$ 의 합  $a + b$ 의 값은?

- ①  $-10$       ②  $-5$       ③  $0$       ④  $5$       ⑤  $10$

해설

계수가 실수인 삼차방정식의 한 근이  $1 - \sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근은  $1 + \sqrt{2}$ 이다.

따라서, 근과 계수의 관계에 의하여

$$a = (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) + (-3)(1 - \sqrt{2}) + (-3)(1 + \sqrt{2}) = -7$$

$$b = -(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})(-3) = -3$$

$$\therefore a + b = -10$$



9.  $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을  $\omega$ 라 할 때,  $\omega^3 + \bar{\omega}^3$ 의 값을 구하면? (단,  $\bar{\omega}$ 는  $\omega$ 의 켤레복소수이다.)

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{를 } \omega \text{라 하면}$$

$$\bar{\omega} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \omega^3 = 1, \bar{\omega}^3 = 1, \omega^3 + \bar{\omega}^3 = 2$$

10.  $x, y$ 에 대한 연립방정식  $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$  이 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는  $a$  값은?

①  $a = -1$

②  $a = 1$

③  $a = \pm 1$

④  $a \neq \pm 1$  인 모든 실수

⑤ 없다.

### 해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는  $a$ 의 값은  $a \neq \pm 1$  인 모든 실수이다.

11. 연립방정식  $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ xy - y^2 = 6 \end{cases}$  의 해를 구하면  $x = p, y = q$  또는  $x = r, y = s$ 이다.  $p + q + r + s$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{cases} x - 2y = 1 & \cdots \textcircled{㉠} \\ xy - y^2 = 6 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠에서  $x = 2y + 1 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$

㉢을 ㉡에 대입하여 정리하면

$$y^2 + y - 6 = 0(y - 2)(y + 3) = 0$$

$$\therefore y = 2, -3$$

$y = 2, y = -3$ 을 ㉢에 대입하면

$$\text{각각 } x = 5, x = -5$$

$$\therefore x = 5, y = 2 \text{ 또는 } x = -5, y = -3$$

12. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$  을 만족하는  $x, y$ 에 대하여  $x + y$

값이 될 수 없는 것은?

①  $3\sqrt{2}$

② 4

③  $-3\sqrt{2}$

④ -4

⑤  $4\sqrt{2}$

해설

$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$ 에서

$(x - y)(x - 2y) = 0 \quad \therefore x = y \text{ 또는 } x = 2y$

i)  $x = y$  일 때

$x^2 + 2y^2 = 3x^2 = 12$

$x = \pm 2, y = \pm 2$

ii)  $x = 2y$  일 때

$x^2 + 2y^2 = 6y^2 = 12$

$y = \pm \sqrt{2}, x = \pm 2\sqrt{2}$

$\therefore x + y = 4, -4, 3\sqrt{2}, -3\sqrt{2}$

13. 다음 방정식의 해가 아닌 것은?

$$(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$$

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$  에서  $x^2 + x = X$  라 하면

$$X^2 - 8X + 12 = 0, (X - 2)(X - 6) = 0$$

$\therefore X = 2$  또는  $X = 6$

( i )  $X = 2$  일 때,  $x^2 + x = 2$  에서

$$x^2 + x - 2 = 0,$$

$$(x - 1)(x + 2) = 0$$

$\therefore x = 1$  또는  $x = -2$

( ii )  $X = 6$  일 때,  $x^2 + x = 6$  에서

$$x^2 + x - 6 = 0,$$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$

$\therefore x = -3$  또는  $x = 2$

( i ), ( ii )에서 주어진 방정식의 해는

$x = -3$  또는  $x = -2$  또는  $x = 1$  또는  $x = 2$

따라서, 해가 아닌 것은 ③

14. 삼차방정식  $x^3 + 3x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 세 근을  $\alpha, \beta, \gamma$ 라 할 때,  $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$ 을 세 근으로 하는  $x$ 의 삼차방정식은  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 이다. 이때,  $a + b + c$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

### 해설

$$x^3 + 3x^2 - 2x - 1 = 0 \text{에서}$$

$$\alpha + \beta + \gamma = -3$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -2$$

$$\alpha\beta\gamma = 1$$

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0 \text{에서}$$

$$\begin{aligned} -a &= \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} \\ &= \frac{\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma} \\ &= \frac{-2}{1} = -2 \end{aligned}$$

$$\therefore a = 2$$

$$\begin{aligned} b &= \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{1}{\alpha} \\ &= \frac{\alpha + \beta + \gamma}{\alpha\beta\gamma} = \frac{-3}{1} = -3 \end{aligned}$$

$$\therefore b = -3$$

$$-c = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{\alpha\beta\gamma} = 1$$

$$\therefore c = -1$$

$$\therefore a + b + c = -2$$

15. 삼차방정식  $x^3 + ax^2 - b = 0$  의 한 근이  $1 + i$  일 때,  $a + b$  의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$x^3 + ax^2 - b = 0$  의 세 근이  $1 + i, 1 - i, \alpha$  라고 하면

세 근의 합 :  $1 + i + 1 - i + \alpha = -a \quad \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

$0 = (1 + i)(1 - i) + \alpha(1 - i) + \alpha(1 + i) \quad \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

세 근의 곱 :  $(1 + i)(1 - i)\alpha = b \quad \cdots \textcircled{\text{㉢}}$

㉡식에서  $1 + 1 + 2\alpha = 0$ ,  $\alpha = -1$

㉠식에서  $2 + \alpha = -a$ ,  $a = -1$

㉢식에서  $-1(1 + i)(1 - i) = b$ ,  $b = -2$

$\therefore a + b = -3$

16. 어떤 정육면체의 밑변의 가로 길이를 1 cm 줄이고, 세로의 길이와 높이를 각각 2 cm, 3 cm 씩 늘였더니 이 직육면체의 부피가 처음 정육면체의 부피의  $\frac{5}{2}$  배가 되었다. 처음 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라. (단, 정육면체 한 변의 길이는 유리수이다.)

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2cm

### 해설

정육면체의 한 변의 길이가  $x$  cm라 하면

$$\text{조건으로부터 } (x-1)(x+2)(x+3) = \frac{5}{2}x^3,$$

$$x^3 + 4x^2 + x - 6 = \frac{5}{2}x^3,$$

$$\frac{3}{2}x^3 - 4x^2 - x + 6 = 0 \text{ 에서}$$

$$3x^3 - 8x^2 - 2x + 12 = 0 \text{ 을 풀면 } x = 2(\text{cm})$$



17. 어떤 공장에서  $A$ ,  $B$ 의 두 제품을 생산하고 있다.  $A$ 제품의 생산량은 작년에 비하여 20% 증가하였고,  $B$ 제품은 25% 증가하였다. 올해 총 생산량이 작년보다 16개 늘어나 총 86개일 때, 작년의  $B$ 제품의 생산량을 구하면?

▶ 답:            개

▷ 정답: 40 개

#### 해설

작년 두 제품의 생산량을 차례로  $a$ ,  $b$ 라고 하면,  
올해는 각각  $1.2a$ ,  $1.25b$ 이다.

$$a + b = 70, 1.2a + 1.25b = 86$$

연립하여 풀면,  $a = 30$ ,  $b = 40$

18. 200 m 운동장 트랙에서 두 명의 학생이 일정한 속력으로 달리기를 한다. 두 학생이 같은 방향으로 달리면 3분 후에 만나고, 반대 방향으로 달리면 1분 후에 만난다고 할 때, 두 학생 중 빠른 학생의 속력은?

① 8 km/h

② 9 km/h

③ 10 km/h

④ 11 km/h

⑤ 12 km/h

### 해설

빠른 학생의 분속 :  $x$

3분간 간 거리 :  $3x$

느린 학생의 분속 :  $y$

3분간 간 거리 :  $3y$

같은 방향으로 3분간 달려간 후 만났으므로  
거리의 차는 200

$$3x - 3y = 200$$

반대방향으로 1분간 달려간 후 만났으므로  
거리의 합은 200

$$x + y = 200$$

$$\begin{cases} 3x - 3y = 200 \\ x + y = 200 \end{cases}$$

연립방정식을 풀면  $x = \frac{400}{3} \text{ m/분}$

$$\Rightarrow \frac{400 \text{ m}}{3} / \text{분} = \frac{0.4 \text{ km}}{3} \times 60 / \text{시간} = 8 \text{ km/h}$$

19.  $a, b$ 는 실수라 한다.  $x$ 에 관한 두 개의 이차방정식  $x^2 + a^2x + b^2 - 2a = 0$ ,  $x^2 - 2ax + a^2 + b^2 = 0$ 이 오직 하나의 공통근을 가질 때,  $a + b$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

### 해설

공통근을  $\alpha$ 라 하면

$$\alpha^2 + a^2\alpha + b^2 - 2a = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$\alpha^2 - 2a\alpha + a^2 + b^2 = 0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{하면 } (a^2 + 2a)\alpha - (a^2 + 2a) = 0$$

$$\therefore (a^2 + 2a)(\alpha - 1) = 0$$

$$\therefore a^2 + 2a = 0 \text{ 또는 } \alpha = 1$$

그런데  $a^2 + 2a = 0$ 일 때는  $a^2 = -2a$ 이므로  
두 방정식이 일치하게 되어 문제의 뜻에 어긋난다.

$$\therefore \alpha = 1$$

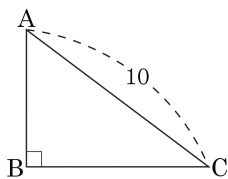
$$\textcircled{1} \text{에 대입하면 } 1 + a^2 + b^2 - 2a = 0$$

$$\therefore (a - 1)^2 + b^2 = 0$$

$$a, b \text{는 실수이므로 } a - 1 = 0, b = 0$$

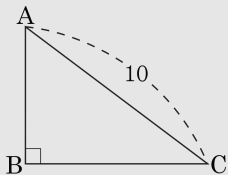
$$\therefore a + b = 1$$

20. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 둘레의 길이가 24 이고, 빗변의 길이가 10 이다. 이때, 두 선분 AB 와 BC 의 길이의 곱을 구하면?



- ① 48                      ② 40                      ③ 32  
④ 18                      ⑤ 12

### 해설



$$\overline{AB} = a, \overline{BC} = b$$

둘레의 길이가 24 이므로

$$24 = a + b + 10$$

$$a + b = 14$$

직각삼각형이므로,

$$a^2 + b^2 = 10^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$ab = \frac{1}{2} \{ (a + b)^2 - (a^2 + b^2) \}$$

$$= \frac{1}{2} \{ 14^2 - 10^2 \} = \frac{1}{2} \cdot 96 = 48$$

21. 0이 아닌 실수  $x, y$ 가  $(x^2 + 1)(y^2 + 4a^2) - 8axy = 0$ 을 만족할 때,  $x$ 에 관한 이 방정식은 실수  $a$ 에 관계없이 일정한 근을 갖는다. 그 근을 모두 구하여라. ( $a \neq 0$ )

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : -1

### 해설

$$(x^2 + 1)(y^2 + 4a^2) - 8axy = 0 \text{에서}$$

$$x^2y^2 + 4a^2x^2 + y^2 + 4a^2 - 8axy = 0$$

$$(x^2y^2 - 4axy + 4a^2) + (y^2 - 4axy + 4a^2x^2) = 0$$

$$(xy - 2a)^2 + (y - 2ax)^2 = 0$$

$xy - 2a, y - 2ax$ 는 실수이므로

$$xy - 2a = 0, y - 2ax = 0$$

$$\therefore xy = 2a, y = 2ax$$

두 식을 연립하면,  $2ax^2 = 2a$

$$(a \neq 0) \text{이므로 } x^2 = 1, x = \pm 1$$

22. 이차방정식  $2x^2 - 5x + k = 0$  의 근이 유리수가 되는  $k$ 의 최대 정수값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근이 유리수이므로, 판별식  $D \geq 0$  이어야 한다.

$D = 25 - 8k \geq 0$  곧,  $k \leq \frac{25}{8}$  이어야 한다.

$k$  는 정수이므로  $k = 3, 2, 1, \dots$  이고,  
이 중  $D \geq 0$  조건을 만족하는 최대 정수는  $k = 3$  이다.

23. 방정식  $2xy-4x-y=4$ 를 만족하는 양의 정수  $x, y$ 를 구하면  $\begin{cases} x = \alpha \\ y = \beta \end{cases}$ ,

$$\begin{cases} x = \gamma \\ y = \delta \end{cases} \text{ 이다.}$$

$\alpha + \beta + \gamma + \delta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

### 해설

주어진 식을 변형하면  $(2x-1)(y-2)=6$

조건에서  $x, y$ 가 양의 정수이므로

$2x-1, y-2$ 도 각각 정수이고 특히  $2x-1$ 은 양의 홀수이다.

$$\therefore \begin{cases} 2x-1=1 \\ y-2=6 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} 2x-1=3 \\ y-2=2 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=8 \end{cases}, \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$$

$$\therefore \alpha + \beta + \gamma + \delta = 15$$

24. 이차방정식  $x^2 - ax + a + 2 = 0$ 의 두 근이 모두 정수가 되게 하는 모든 상수  $a$ 에 대한 설명 중 옳은 것은?

①  $a$ 는  $-10$  이상  $-2$  이하이다.

②  $a$ 는  $-2$  이상  $6$  이하이다.

③  $a$ 는  $6$  이상이다.

④  $a$ 는  $0$  이하이다.

⑤  $a$ 는  $0$  이상  $8$  이하이다.

#### 해설

두 정수근을  $\alpha, \beta$ 라 하면 (단,  $\beta \geq \alpha$ )

$$\alpha + \beta = a, \alpha\beta = a + 2$$

이 두 식에서  $a$ 를 소거하면

$$\alpha\beta - \alpha - \beta = 2, (\alpha - 1)(\beta - 1) = 3$$

$\alpha - 1, \beta - 1$ 이 정수이므로

$$\therefore \alpha = 2, \beta = 4 \text{ 또는 } \alpha = -2, \beta = 0$$

$$\therefore a = 6, -2$$



25. 대학수학능력시험 수리탐구 의 문항 수는 30 개 이고 배점은 80 점 이다. 문항별 배점은 2 점, 3 점, 4 점 의 세 종류이다. 각 배점 종류별 문항이 적어도 한 문항씩 포함되도록 하려면 2 점 짜리 문항은 최소 몇 문항이어야 하는가?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

### 해설

2 점 문항 개수를  $x$ , 3 점 문항을  $y$ ,  
4 점 문항을  $z$  라 하자

$$2x + 3y + 4z = 80 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x + y + z = 30 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} - 4 \times \textcircled{㉡} \Rightarrow y = 40 - 2x$$

$$\textcircled{㉠} - 3 \times \textcircled{㉡} \Rightarrow z = x - 10$$

$$\therefore x = 10 \text{ 이면 } z = 0$$

$\Leftarrow$  조건이 성립하지 않음

$$\therefore x \geq 11, \text{ 최소 11 문항}$$