

1. $\frac{1}{\sqrt{-2}-\sqrt{-1}}$ 의 값은 ?

① $1-\sqrt{2}$

② $-1-\sqrt{2}$

③ $(1+\sqrt{2})i$

④ $-(1+\sqrt{2})i$

⑤ $(1-\sqrt{2})i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{-2}-\sqrt{-1}} &= \frac{1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{1}{i} \\ &= (\sqrt{2}+1) \times (-i) \\ &= -(1+\sqrt{2})i\end{aligned}$$

2. $x = 2007, y = 4331$ 일 때, $\frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ -1 ④ i ⑤ $-i$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi} \\ &= \frac{(x+yi)^2 + (y-xi)^2}{(y-xi)(x+yi)} \\ &= \frac{x^2 + 2xyi - y^2 + y^2 - 2xyi - x^2}{(y-xi)(x+yi)} \\ &= 0 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi} \\ &= \frac{i(y-xi)}{y-xi} + \frac{-i(x+yi)}{x+yi} \\ &= i + (-i) \\ &= 0 \end{aligned}$$

3. $\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{100}$ 을 간단히 하면? (단, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① 0

② 1

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

$$\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{-2i}{2} = -i, i^4 = 1$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{100} &= \left(\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2\right)^{50} \\ &= (-i)^{50} \\ &= ((i^4)^{12} \cdot i^2) \\ &= -1\end{aligned}$$

4. 방정식 $x^2 - [x] - 4 = 0$ ($0 < x < 4$)의 모든 근의 합은?

- ① $2\sqrt{6}$ ② $\sqrt{10}$ ③ 3 ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

이차방정식 $x^2 - [x] - 4 = 0$ 에서
(i) $0 < x < 1$ 일 때, $[x] = 0$ 이므로
 $x^2 - 4 = 0, (x + 2)(x - 2) = 0$
 $\therefore x = -2$ 또는 $x = 2$
그런데 $0 < x < 1$ 이므로 해가 없다.
(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때, $[x] = 1$ 이므로
 $x^2 - 5 = 0, (x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5}) = 0$
 $\therefore x = -\sqrt{5}$ 또는 $x = \sqrt{5}$
그런데 $1 \leq x < 2$ 이므로 해가 없다.
(iii) $2 \leq x < 3$ 일 때, $[x] = 2$ 이므로
 $x^2 - 6 = 0, (x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6}) = 0$
 $\therefore x = -\sqrt{6}$ 또는 $x = \sqrt{6}$
그런데 $2 \leq x < 3$ 이므로 $x = \sqrt{6}$
(iv) $3 \leq x < 4$ 일 때, $[x] = 3$ 이므로
 $x^2 - 7 = 0, (x + \sqrt{7})(x - \sqrt{7}) = 0$
 $\therefore x = -\sqrt{7}$ 또는 $x = \sqrt{7}$
그런데 $3 \leq x < 4$ 이므로 해가 없다.
따라서 모든 근의 합은 $\sqrt{6}$

5. 0 이 아닌 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ 가 성립할 때, <보기>의 방정식 중 항상 실근이 존재하는 것을 모두 고른 것은?

보 기

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| ㉠ $x^2 + ax + b = 0$ | ㉡ $x^2 + bx + a = 0$ |
| ㉢ $ax^2 + x + b = 0$ | ㉣ $bx^2 + ax + b = 0$ |

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}} \text{ 이 만족하려면 } b > 0, a < 0$$

$$\text{㉠ } x^2 + ax + b = 0, D = a^2 - 4b$$

$$b \leq \frac{a^2}{4} \text{ 일 때만 실근 존재}$$

$$\text{㉡ } x^2 + bx + a = 0$$

$$D = b^2 - 4a > 0 \text{ 항상 실근 존재 (○)}$$

$$\text{㉢ } ax^2 + x + b = 0$$

$$D = 1 - 4ab > 0 \text{ 항상 실근 존재 (○)}$$

$$\text{㉣ } bx^2 + ax + b = 0$$

$$D = a^2 - 4b^2, a^2 \geq 4b^2 \text{ 일 때만 실근 존재}$$

6. 이차방정식 $x^2 + 4x + a = 0$ 의 한 근이 $b + \sqrt{2}i$ 일 때, ab 의 값은?
(단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

① -14 ② -13 ③ -12 ④ -11 ⑤ -10

해설

한 근이 $b + \sqrt{2}i$ 이면 다른 한 근은 $b - \sqrt{2}i$ 이다.

근과 계수와의 관계를 이용하면

$$2b = -4, \quad b^2 + 2 = a$$

$$\therefore a = 6, \quad b = -2, \quad ab = -12$$

7. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x + 2$ 의 최댓값을 M , 이차함수 $y = 3x^2 - 6x + 4$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값은?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$$y = -2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 2 = -2(x - 2)^2 + 10$$

$$\therefore M = 10$$

$$y = 3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 4 = 3(x - 1)^2 + 1$$

$$m = 1$$

$$\therefore M + m = 10 + 1 = 11$$

8. 최솟값이 -5 이고, 대칭축이 $x = -1$ 인 이차함수의 식이 $y = 2(x + p)^2 + q$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

최솟값이 -5 이므로 $q = -5$

대칭축이 $x = -1$ 이므로 $p = 1$

$\therefore p + q = 1 - 5 = -4$

9. 이차함수 $y = -x^2 + 2kx + 2k$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2kx + 2k \\ &= -(x^2 - 2kx) + 2k \\ &= -(x - k)^2 + k^2 + 2k \end{aligned}$$

$$\text{최댓값 } M = k^2 + 2k = (k + 1)^2 - 1$$

따라서 M 의 최솟값 -1 이다.

10. 둘레의 길이가 16cm 인 철사를 구부려서 부채꼴모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

- ① 16
- ② 20
- ③ 36
- ④ 55
- ⑤ 64

해설

부채꼴의 반지름을 a , 넓이를 b 라 하면

$$b = \frac{1}{2} \times a \times (16 - 2a) = a(8 - a)$$
$$= -a^2 + 8a$$
$$= -(a^2 - 8a + 16 - 16)$$
$$= -(a - 4)^2 + 16$$

이 그래프가 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
꼭짓점은 $(4, 16)$ 이므로 반지름 $a = 4$ 일 때, 부채꼴의 넓이 $b = 16$ 으로 최대가 된다.
따라서 $ab = 64$ 이다.

11. 지면으로부터 초속 40m 로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 40x$ 의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : 초

▶ 답 : m

▷ 정답 : 4초

▷ 정답 : 80m

해설

$y = -5x^2 + 40x$ 에서 $y = -5(x - 4)^2 + 80$ 이다.
따라서 $x = 4$ 일 때, y 는 최댓값 80을 갖는다.

12. $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $x = -2$

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 으로 놓으면
 $f(1) = 1 - 2 - 5 + 6 = 0$ 이므로, 조립제법에 의하면

1		1	-2	-5	6
			1	-1	-6
		1	-1	-6	0

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 1)(x^2 - x - 6)$$
$$= (x - 1)(x + 2)(x - 3)$$
$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -2 \text{ 또는 } x = 3$$

13. 삼차방정식 $x^3 - 8x^2 + 17x - 10 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - 2\alpha\beta\gamma$ 의 값은?

① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

$$\begin{aligned}\alpha + \beta + \gamma &= -\frac{b}{a} = -\frac{(-8)}{1} = 8 \\ \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha &= \frac{c}{a} = \frac{17}{1} = 17 \\ \alpha\beta\gamma &= \frac{d}{a} = -\frac{(-10)}{1} = 10 \\ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 &= (\alpha + \beta + \gamma)^2 - 2(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) \\ &= (8)^2 - 2 \cdot (17) = 30 \\ -2\alpha\beta\gamma &= -2 \cdot 10 = -20 \\ \therefore \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - 2\alpha\beta\gamma &= 10\end{aligned}$$

14. 방정식 $x^3 = 1$ 의 한 허근을 w 라고 할 때, $\frac{w^{102} + w^{101}}{w^{100}} + \frac{w^{99}}{w^{101} + w^{100}}$ 을 계산하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} x^3 &= 1 \Rightarrow \omega^3 = 1 \\ (x-1)(x^2+x+1) &= 0 \\ \Rightarrow \omega^2 + \omega + 1 &= 0, \omega^2 + \omega = -1 \\ \frac{\omega^{102} + \omega^{101}}{\omega^{100}} + \frac{\omega^{99}}{\omega^{101} + \omega^{100}} \\ &= \frac{\omega^2 + \omega}{1} + \frac{1}{\omega^2 + \omega} \\ &= -1 - 1 = -2 \end{aligned}$$

15. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=2 \\ x^2+y^2=20 \end{cases}$ 을 만족하는 x,y 에 대하여 xy 는?

- ① 8 ② 3 ③ 0 ④ -1 ⑤ -3

해설

$$\begin{cases} x-y=2 & \dots \textcircled{1} \\ x^2+y^2=20 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①식 ($x=y+2$)을 ②식에 대입하면

$$(y+2)^2+y^2=20$$

$$2y^2+4y-16=0$$

$$(y+4)(y-2)=0$$

$$y=2, x=4 \rightarrow xy=8$$

$$y=-4, x=-2 \rightarrow xy=8$$

해설

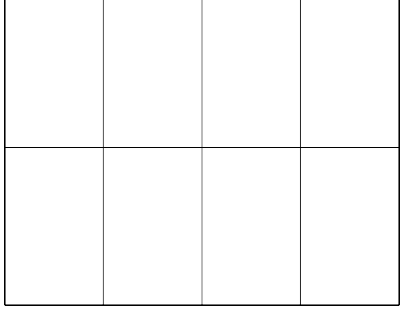
①식을 제곱하면.

$$(x-y)^2=4$$

$$x^2+y^2-2xy=4$$

$$xy = \frac{x^2+y^2-4}{2} = \frac{20-4}{2} = 8$$

16. 학교운동장에 길이가 70 m 인 줄을 가지고 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 경계선을 표시하려고 한다. 이 때, 바깥 직사각형의 넓이가 80 m^2 이 되도록 하는 바깥 직사각형의 가로와 세로의 길이의 합은? (단, 가로의 길이는 10 m 이하이다.)



- ① 16 m ② 17 m ③ 18 m ④ 19 m ⑤ 20 m

해설

운동장의 가로를 x , 세로를 y 라 하자.

$$3x + 5y = 70$$

$xy = 80$ 연립하여 풀면, $x = 10$, $y = 8$

$$\therefore \text{가로} + \text{세로} = 18$$

17. 연립부등식 $\begin{cases} 3x > a \\ 5x - 1 \leq 4x + 9 \end{cases}$ 을 만족하는 정수의 개수가 4 일 때,

a 의 값의 범위는?

- ① $16 \leq a < 17$ ② $17 \leq a < 19$ ③ $18 \leq a < 19$
④ $18 \leq a < 21$ ⑤ $20 \leq a < 21$

해설

$5x - 1 \leq 4x + 9$ 를 풀면 $x \leq 10$ 이고, $3x > a$ 를 풀면 $x > \frac{a}{3}$ 이다.

따라서 $\frac{a}{3} < x \leq 10$ 이고 만족하는 정수의 개수가 4 개가 되기

위해서 $6 \leq \frac{a}{3} < 7$, 따라서 $18 \leq a < 21$ 이다.

18. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{3}{2}x < 5 + \frac{2}{3}x \\ 0.1x - 4.4 \leq 2.8 - 0.8x \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 중 가장 큰 수는?

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

(i) $\frac{3}{2}x < 5 + \frac{2}{3}x$ 에서 $9x < 30 + 4x$

$\therefore x < 6$

(ii) $0.1x - 4.4 \leq 2.8 - 0.8x$ 에서 $x - 44 \leq 28 - 8x$

$\therefore x \leq 8$

따라서 해는 $x < 6$ 이므로 가장 큰 정수는 5이다.

19. 연립부등식

$$\begin{cases} a + 5x < 2a \\ 2(x - 1) \geq -6 \end{cases}$$
이 해를 갖지 않기 위한 정수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$a + 5x < 2a$$

$$x < \frac{a}{5}$$

$$2(x - 1) \geq -6$$

$$2x - 2 \geq -6$$

$$\therefore x \geq -2$$

연립부등식이 해를 갖지 않으려면

$$\frac{a}{5} \leq -2$$

$$\therefore a \leq -10$$

따라서 a 의 최댓값은 -10 이다.

20. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - (a-2)x + a^2 + a + 2 = 0$ 의 두 실근을 α, β 라 한다. 이 때, $(\alpha+1)(\beta+1)$ 의 최댓값을 구하면?

① 3 ② 2 ③ 1 ④ 0 ⑤ -1

해설

α, β 는 실수이므로

$$D = (a-2)^2 - 4(a^2 + a + 2) \geq 0$$

$$\therefore -2 \leq a \leq -\frac{2}{3}$$

$$\alpha + \beta = a - 2, \alpha\beta = a^2 + a + 2$$

$$\begin{aligned} (\alpha+1)(\beta+1) &= \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 \\ &= a^2 + a + 2 + a - 2 + 1 \\ &= (a+1)^2 \end{aligned}$$

$$\therefore a = -2 \text{ 일 때 최댓값 } (-2+1)^2 = 1$$

21. 이차방정식 $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ 의 한 근을 $\frac{1}{(1+i)^2}$ 이라 할 때,

$f(2x+3) = 0$ 의 두 근의 합은? (단, a, b, c 는 실수)

① -5

② -3

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$\frac{1}{(1+i)^2} = \frac{1}{1+2i-1} = \frac{1}{2i} = -\frac{1}{2}i$$

$f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ 의 한 근이 $-\frac{1}{2}i$ 이면

a, b, c 가 실수이므로 다른 한 근은 $\frac{1}{2}i$

$\therefore f(x) = 0$ 의 두 근의 합은 0

$f(2x+3) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하자.

$$(2\alpha+3) + (2\beta+3) = 0$$

$$2(\alpha+\beta) = -6$$

$$\therefore \alpha+\beta = -3$$

22. 방정식 $x^2 + 2(m-1)x - m + 3 = 0$ 의 두 근을 모두 음이 되게 하는 실수 m 의 범위를 정하면?

- ① $-2 < m < 3$ ② $2 \leq m < 3$ ③ $-1 < m < 3$
④ $1 < m \leq 3$ ⑤ $3 < m \leq 4$

해설

두 근을 α, β 라 할 때 두 근이 모두 음수이므로

$$(i) \quad \frac{D}{4} = (m-1)^2 + m - 3 \geq 0$$

$$m^2 - m - 2 \geq 0, (m-2)(m+1) \geq 0$$

$$\therefore m \leq -1, m \geq 2$$

$$(ii) \quad \alpha + \beta = -2(m-1) < 0 \quad \therefore m > 1$$

$$(iii) \quad \alpha\beta = -m + 3 > 0 \quad \therefore m < 3$$

$$\therefore (i), (ii), (iii) \text{의 공통범위는 } 2 \leq m < 3$$

23. 각 수가 다른 두 수의 곱이 되는 0이 아닌 실수의 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$$a = bc, b = ca, c = ab,$$

$$abc = (bc)(ca)(ab) = (abc)^2,$$

$$abc \neq 0, \quad abc = 1,$$

$$abc = a^2 = b^2 = c^2 = 1$$

$$a = \pm 1, \quad b = \pm 1, \quad c = \pm 1$$

그러나 $abc = 1$ 이므로, a, b, c 중에서 -1인 것은 없거나 2

개이다.

$$\therefore (a, b, c) = (1, 1, 1), (1, -1, -1), (-1, 1, -1), (-1, -1, 1)$$

24. 이차방정식 $x^2 + mx - m + 1 = 0$ 이 양의 정수근 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 를 가질 때, $\alpha^2 + \beta^2 + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -m & \dots \textcircled{1} \\ \alpha\beta = -m + 1 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

② - ①을 하면 $\alpha\beta - \alpha - \beta = 1$, $(\alpha - 1)(\beta - 1) = 2$

α, β 가 양의 정수이므로

$\alpha - 1 = 1, \beta - 1 = 2$ 또는 $\alpha - 1 = 2, \beta - 1 = 1$

$\therefore (\alpha, \beta) = (2, 3), (3, 2)$

$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = 13$

$\alpha + \beta = -m$ 이므로 $m = -5$

$\therefore \alpha^2 + \beta^2 + m = 13 + (-5) = 8$

25. 1개에 1,000 원 하는 볼펜과 1 개에 2,000 원 하는 노트를 합쳐서 30 개를 사려고 한다. 노트를 볼펜보다 많이 사고 전체 금액이 54,000 원 이하가 되도록 하려고 한다. 노트를 최소 a 개, 최대 b 개 살 수 있다면, $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a \times b = 384$

해설

노트의 개수를 x 라고 놓으면 볼펜의 개수는 $30 - x$ 이다. 노트를 볼펜보다 많이 사게 되면 $x > 30 - x$ 이다.

볼펜과 노트를 샀을 때 전체 금액을 식으로 나타내면, $2000x + 1000(30 - x)$ 이다. 또 전체 금액은 54,000 원 이하가 되어야

하기 때문에 $2000x + 1000(30 - x) \leq 54000$ 이다.

위의 두 부등식을 이용하여 연립방정식을 만들면

$$\begin{cases} x > 30 - x \\ 2000x + 1000(30 - x) \leq 54000 \end{cases} \quad \text{이다.}$$

$$\text{이를 간단히 하면 } \begin{cases} x > 15 \\ x \leq 24 \end{cases} \quad \text{이다.}$$

따라서 $15 < x \leq 24$ 이다.

그러므로 노트는 최소로 16 개, 최대로 24 개 살 수 있다.

따라서 $a = 16$, $b = 24$ 이다.

$$\therefore 16 \times 24 = 384$$

26. 사료 A, B 의 1g 당 영양소 C, D 의 함유량과 100g 당 단가는 다음과 같다.

	C(mg)	D(mg)	단가(원)
A	21	15	500
B	16	19	600

하루에 두 사료를 모두 합해 0.3kg 먹는 어떤 동물의 1 일 영양소 섭취량이 C 는 60g 이하, D 는 50g 이하가 되게 하려고 한다. 구입한 사료의 가격이 가장 쌀 때, 사료 B 의 무게를 구하여라.

[illegible]

▶ 정답 : 60 g

해설

사료 A의 무게를 x g 이라 하면 사료 B의 무게는 $(300 - x)$ g 이다.

C 가 60g 이하이므로

$$0.21x + 0.16(300 - x) \leq 60 \cdots \textcircled{7}$$

D 가 50g 이하이므로

$$0.15x + 0.19(300 - x) \leq 50 \dots \textcircled{1}$$

$$0.15x + 0.19(300 - x) \leq 0.18(300)$$

㉠ 을 풀면 $x \leq 240$

㉔ 을 풀면 $x \geq 17$

구입한 사료의 가격이 가장 싸려면 A 를 많이 구입해야 하고 B 는 적게 구입해야 한다. 따라서 구하는 사료 B 의 무게는

27. 부등식 $|x^2 - 1| + 3x < 3$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, 상수 $\alpha + \beta$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

절댓값 기호 안을 0으로 하는 x 의 값을 경계로 하여 구간을 나누어 본다.

(i) $x^2 - 1 \geq 0$,

즉 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$ 일 때,

$|x^2 - 1| = x^2 - 1$ 이므로 주어진 부등식은

$x^2 - 1 + 3x < 3$, $x^2 + 3x - 4 < 0$

$(x + 4)(x - 1) < 0$

$\therefore -4 < x < 1$

이 때 조건에서 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$ 이므로

이를 만족하는 x 값의 범위는 $-4 \leq x \leq -1$

(ii) $x^2 - 1 < 0$,

즉 $-1 < x < 1$ 일 때,

$|x^2 - 1| = -x^2 + 1$ 이므로 주어진 부등식은

$-x^2 + 1 + 3x < 3$, $x^2 - 3x + 2 > 0$

$(x - 1)(x - 2) > 0$

$\therefore x < 1$ 또는 $x > 2$

이 때 조건에서 $-1 < x < 1$ 이므로

이를 만족하는 x 의 값의 범위는 $-1 < x < 1$

(i), (ii)로부터 주어진 부등식의 해는 $-4 < x < 1$

따라서 $\alpha = -4$, $\beta = 1$, $\alpha + \beta = -3$

28. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $p < x < q$ 일 때, 이차부등식 $cx^2 + bx + a < 0$ 의 해를 p, q 를 써서 나타내면? (단, $p > 0$)

① $x > q$ 또는 $x < p$

② $\frac{1}{q} < x < \frac{1}{p}$

③ $x > \frac{1}{p}$

④ $x < \frac{1}{q}$

⑤ $x > \frac{1}{p}$ 또는 $x < \frac{1}{q}$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $p < x < q$ 라면

($a < 0$ 이므로) $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} < 0$

$\Leftrightarrow (x-p)(x-q) < 0$, $x - (p+q)x + pq < 0$

$p+q = -\frac{b}{a}$, $pq = \frac{c}{a}$

$cx^2 + bx + a < 0$ 에서 양변을 a 로 나누면

$\frac{c}{a}x^2 + \frac{b}{a}x + 1 > 0$ ($\because a < 0$)

$\Leftrightarrow pqx^2 - (p+q)x + 1 > 0$

$\Leftrightarrow (px-1)(qx-1) > 0$

$\therefore x > \frac{1}{p}$ 또는 $x < \frac{1}{q}$

$\left(\because \frac{1}{p} > \frac{1}{q} \right)$

29. 좌표평면 위에서 모든 실수 x 에 대하여 직선 $y = 2(kx + 1)$ 이 곡선 $y = -(x - 2)^2 + 1$ 보다 항상 위쪽에 있도록 실수 k 의 값을 정할 때, 다음 중 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 0
- ⑤ -1

해설

임의의 실수 x 에 대하여
부등식 $2(kx + 1) > -(x - 2)^2 + 1 \cdots \textcircled{1}$
이 항상 성립하도록 k 의 값을 정하면 된다.
 $\textcircled{1}$ 식을 정리하면
 $x^2 + 2(k - 2)x + 5 > 0$
 $\textcircled{1}$ 식이 항상 성립하기 위하여
 $\frac{D}{4} = (k - 2)^2 - 5 < 0$
 $\Rightarrow k^2 - 4k - 1 < 0$
 $\therefore 2 - \sqrt{5} < k < 2 + \sqrt{5}$
이 때, 0, 1, 2, 3은 k 의 값의 범위에 속하나
-1은 속하지 않는다.

30. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2ax + 6 - a = 0$ 의 모든 실근이 모두 1보다 클 때, 실수 a 의 값의 범위는?

① $3 < a \leq 7$

② $-3 \leq a < 7$

③ $-7 < a \leq -3$

④ $a \leq 3$ 또는 $a > 7$

⑤ $a < -7$ 또는 $a \geq -3$

해설

이차함수 $f(x) = x^2 + 2ax + 6 - a$ 의 그래프를 생각하면

$$\frac{D}{4} = a^2 - 6 + a \geq 0, \quad (a+3)(a-2) \geq 0$$

$$\therefore a \leq -3, a \geq 2 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(1) = 1 + 2a + 6 - a > 0$$

$$\therefore a > -7 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\text{대칭축 } x = -a \text{ 에서 } -a > 1$$

$$\therefore a < -1 \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3} \text{의 공통범위는 } -7 < a \leq -3$$

31. 이차방정식 $x^2 - 2x + k = 0$ 의 두 근이 각각 0 과 1 및 1 과 2 사이에 있도록 k 값의 범위를 구하면?

- ① $k < 0, k > 1$ ② $k \leq 0, k \geq 2$ ③ $0 < k < 1$
④ $0 \leq k \leq 1$ ⑤ $0 < k < 2$

해설

$x^2 - 2x + k = f(x)$ 라 하면
 $f(0) > 0, f(1) < 0, f(2) > 0$
 $\therefore k > 0, k < 1$
 $\therefore 0 < k < 1$

32. 연립부등식 $3x+1 < 6$, $2-x < a+9$ 를 만족하는 x 중, 정수들의 합이 -2 일 때, 정수 a 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$3x+1 < 6$ 을 풀면 $x < \frac{5}{3}$

$2-x < a+9$ 를 풀면 $x > -a-7$

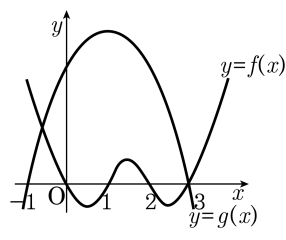
$\therefore -a-7 < x < \frac{5}{3}$

이 부등식을 만족하는 정수 x 의 합이 -2 이므로 $x = -2, -1, 0, 1$ 따라서 $-3 \leq -a-7 < -2$ 이어야 하므로

$-5 < a \leq -4$ 이다.

그런데 a 는 정수이므로 $a = -4$ 다.

33. 사차함수 $f(x)$ 와 이차함수 $g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 부등식 $f(x) \cdot g(x) > 0$ 의 해는?



- ① $x < -1$ 또는 $x > 3$
- ② $0 < x < 1$ 또는 $2 < x < 3$
- ③ $-1 < x < 0$ 또는 $1 < x < 2$
- ④ $x < 0$ 또는 $1 < x < 2$
- ⑤ $0 < x < 1$ 또는 $x > 3$

해설

$f(x) \cdot g(x) > 0$ 이므로
 $f(x) > 0$ 이고 $g(x) > 0$ 또는
 $f(x) < 0$ 이고 $g(x) < 0$ 이므로
 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가
 모두 x 축 보다 위에 있거나 모두 x 축 보다
 아래에 있을 때이다.
 따라서 $-1 < x < 0$ 과 $1 < x < 2$ 에서
 두 그래프가 모두 x 축 보다 위에 있다.