

1. 세 집합 A, B, C 가 $A \subset B \subset C$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? (단, $A \neq B \neq C$ 이다.)

① $\emptyset \subset A$

② $A \subset C$

③ $C \not\subset B$

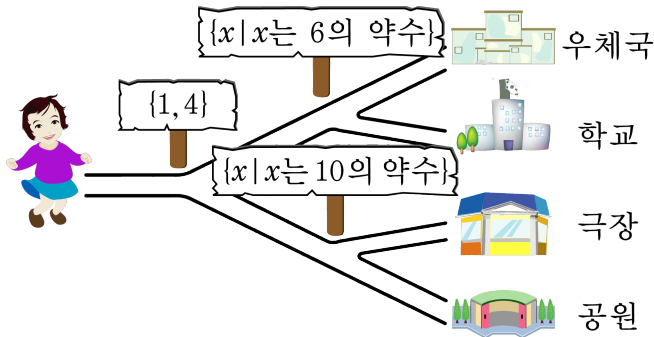
④ $B \subset A$

⑤ $C^C \subset B^C$

해설

④ $A \neq B$ 이므로 $B \not\subset A$ 이다.

2. 미션이는 길을 가다가 갈림길을 만났을 때, 갈림길의 이정표에 적힌 집합이 집합 $\{1, 2, 4\}$ 의 진부분집합이면 왼쪽으로 가고, 집합 $\{1, 2, 4\}$ 의 진부분집합이 아니면 오른쪽으로 간다고 한다. 미션이가 도착하는 곳은 어디인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 학교

해설

$\{1, 2, 4\}$ 의 진부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}$ 이다.

$\{1, 4\}$ 는 진부분집합이므로 첫 번째 갈림길에서 왼쪽으로 가고, $\{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로 두 번째 갈림길에서 오른쪽으로 간다.

따라서 미션이가 도착하는 곳은 학교이다.

3. 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 중 진부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 31 개

해설

진부분집합은 부분집합 중에 자기 자신만을 제외한 것이므로, 진부분집합의 개수는 모든 부분집합의 개수보다 1 개가 적다. 따라서 집합 A 의 진부분집합의 개수는 $2^5 - 1 = 32 - 1 = 31$ (개)이다.

4. 세 집합 $A = \{x|x\text{는 } 10\text{의 약수}\}$, $B = \{x|x\text{는 } 16\text{의 약수}\}$, $C = \{x|x\text{는 } 20\text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(A \cup C) \cap B$ 는?

① $\{4, 8, 16\}$

② $\{1, 2, 4\}$

③ $\{1, 2, 6, 8\}$

④ $\{3, 6, 12\}$

⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

해설

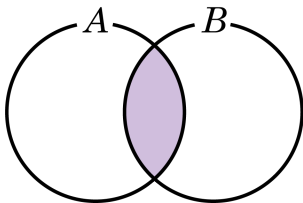
조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면

$A = \{1, 2, 5, 10\}$, $B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$, $C = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이다.

$A \cup C = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이 된다.

집합 B 와의 공통 원소를 찾으면 $\{1, 2, 4\}$ 가 된다.

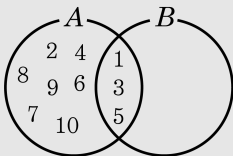
5. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ 일 때, 다음과 같은 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



- ① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 5\}$ ③ $\{3, 5\}$
 ④ $\{1, 3, 5\}$ ⑤ $\{1, 3, 5, 10\}$

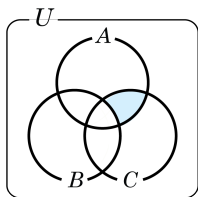
해설

벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



공통 부분의 원소는 $\{1, 3, 5\}$ 이다.

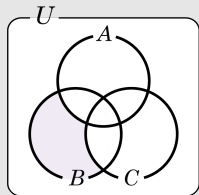
6. 다음 벤다이어그램의 어두운 부분을 나타내는 집합이 아닌 것은?



- ① $B \cap (A \cup C)^c$
 ② $B^c \cap (A \cap C)$
 ③ $(A \cap C) - B$
 ④ $(B \cup C) \cap (A - B)$
 ⑤ $(A \cap C) - (B \cap C)$

해설

① $B \cap (A \cup C)^c = B - (A \cup C)$



7. 두 집합 $A = \{1, 2, a^2+2\}$, $B = \{1, 2a-3, 2a+1\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1, 3\}$ 이 되도록 할 때, a 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 1$

해설

$A \cap B = \{1, 3\}$ 이므로 집합

A 에서 $a^2 + 2 = 3$, 따라서 $a = \pm 1$

i) $a = 1$ 이면 $B = \{-1, 1, 3\}$

ii) $a = -1$ 이면 $B = \{-5, -1, 1\}$

$A \cap B = \{1, 3\}$ 이므로

$\therefore a = 1$

8. 전체 집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 의 부분집합 $A = \{2, 6\}$, $B = \{6, 8, 10\}$, $C = \{6, 10, 12\}$ 일 때, $(A \cup B) \cap C^c$ 은?

① $\{2\}$

② $\{8\}$

③ $\{2, 8\}$

④ $\{2, 8, 10\}$

⑤ $\{2, 10, 12\}$

해설

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap C^c &= (A \cup B) - C \\ &= \{2, 6, 8, 10\} - \{6, 10, 12\} \\ &= \{2, 8\} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

9. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 일 때, $B \subset A$, $n(B) = 3$ 을 만족하는 집합 B 의 개수는?

① 2개

② 4개

③ 8개

④ 12개

⑤ 16개

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ 이므로 집합 B 가 될 수 있는 것은
 $\{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{3, 5, 7\}, \{2, 5, 7\}$

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 $B \cap A^c = \emptyset$ 를 만족할 때, 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $A = B$

② $B - A = \emptyset$

③ $A^c \subset B^c$

④ $B^c \cup A = U$

⑤ $A \cup B^c = \emptyset$

해설

$$B \cap A^c = B - A = \emptyset \quad \therefore B \subset A$$

11. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 12\text{이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12\text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 U 의 부분집합 X 의 개수는?

$$A \cap X = A, \quad n(X) = 8$$

- ① 15개 ② 30개 ③ 256개
④ 512개 ⑤ 1024개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $A \subset X$, $n(X) = 8$ 이기 위해서 U 에서 A 의 원소 6개를 제외한 5, 7, 8, 9, 10, 11에서 2개를 선택하면 된다.

즉, (5, 7), (5, 8), (5, 9), (5, 10), (5, 11), (7, 8), (7, 9), (7, 10),
(7, 11), (8, 9), (8, 10), (8, 11), (9, 10), (9, 11), (10, 11)
따라서 15개이다.

12. 집합 B 와 서로소인 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $A - B$

㉡ $A^c \cap B^c$

㉢ $A - (A - B)$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 집합 A 에서 B 와 공통되는 원소를 모두 제거했기 때문에 $A - B$ 는 B 와 서로소 관계에 있다.

㉡ $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$ 이므로 원소들은 집합 A 와 B 에 공통되는 원소가 없다.

따라서 서로소 관계가 된다.

13. 집합 $A = \{1, 3, x, 6\}$, $B = \{7, y + 1, y + 2, 8\}$ 이고 $A \cap B = \{5, 6\}$ 라고 할 때, $(A - B) \cup (B - A)$ 는?

① $\{1, 3\}$

② $\{1, 5\}$

③ $\{1, 3, 5\}$

④ $\{1, 3, 7, 8\}$

⑤ $\{1, 3, 7, 9\}$

해설

$A \cap B = \{5, 6\}$ 이므로 $x = 5$, $A = \{1, 3, 5, 6\}$ 이다.

(1) $y + 2 = 5$ 일 경우는 조건에 맞지 않는다.

(2) $y + 1 = 5$ 일 경우, $A \cap B = \{5, 6\}$ 이 되어 조건에 맞는다.

따라서 $A = \{1, 3, 5, 6\}$, $B = \{5, 6, 7, 8\}$ 이 되어

$(A - B) \cup (B - A) = \{1, 3\} \cup \{7, 8\} = \{1, 3, 7, 8\}$ 이다.

14. 두 조건 $p : 0 < x < 3$, $q : -1 < x < 2$ 에 대하여 ' $\sim p$ 또는 q '의 부정은?

① $0 < x < 2$

② $-1 < x < 3$

③ $x \leq -1$ 또는 $x > 0$

④ $-1 \leq x < 3$

⑤ $2 \leq x < 3$

해설

' $\sim p$ 또는 q '의 부정은 ' p 이고 $\sim q$ '이므로
 $p : 0 < x < 3$, $\sim q : x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$ 에서



따라서, ' $\sim p$ 또는 q '의 부정은 $2 \leq x < 3$ 이다.

15. 다음 명제 중에서 참인 것의 개수는?

- ㉠ 정수 n 에 대하여, n^2 이 짝수이면 n 도 짝수이다.
㉡ $xy \neq 6$ 이면 $x \neq 2$ 이거나 $y \neq 3$ 이다.
㉢ x, y 가 실수일 때, $x + y > 0$ 이면 $x > -1$ 또는 $y > 1$ 이다.
㉣ $x + y$ 가 유리수이면 x, y 중 적어도 하나는 유리수이다.

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

해설

㉠, ㉡, ㉢의 경우 그 대우를 적어 보면

㉠의 대우: 정수 n 에 대하여, n 이 홀수이면 n^2 도 홀수이다.

㉡의 대우: $x = 2$ 이고 $y = 3$ 이면 $xy = 6$ 이다.

㉢의 대우: x, y 가 실수일 때, $x \leq -1$ 이고 $y \leq 1$ 이면 $x + y \leq 0$ 이다. 이것은 모두 참임을 알 수 있다.

㉣의 반례: $x = \sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$ 이면 $x + y$ 가 유리수지만 x, y 는 모두 무리수이다.

16. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하자. 명제 ' p 이면 $\sim q$ 이다.'가 참일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $P \subset Q$

② $Q \subset P$

③ $P - Q = P$

④ $Q^c \subset P$

⑤ $P \cup Q^c = U$

해설

$p \Rightarrow \sim q$ 이면 $P \subset Q^c$ 인 진리집합의 관계가 성립한다. 즉,
 $P \cap Q^c = P \Leftrightarrow P - Q = P$

17. 명제 ‘ $0 < x \leq 1$ 이면 $a - 1 < x < a + 2$ 이다.’가 참이 되도록 하는 a 의 값의 범위를 구하면?

① $-2 < a < 1$

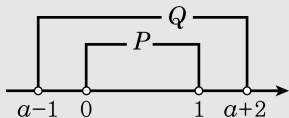
② $-1 < a < 0$

③ $-1 < a < 1$

④ $-1 < a \leq 1$

⑤ $0 < a \leq 2$

해설



$p : 0 < x \leq 1$, $q : a - 1 < x < a + 2$ 라 하고, 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되려면 $P \subset Q$ 이어야 한다.

위 그림에서 $a - 1 \leq 0$, $a + 2 > 1$

$a \leq 1$, $a > -1$

$\therefore -1 < a \leq 1$

18. 집합 $A = \{\emptyset, 1, 3, 5, 7, 9, \{1, 3, 5\}\}$, $B = \{\emptyset, 1, 3, 5, 7, \{1, 3, 5\}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 골라라.

㉠ $\emptyset \notin A$

㉡ $7 \subset B$

㉢ $\{1, 3, 5\} \subset B$

㉣ $\{\{1, 3, 5, 7, 9\}\} \in A$

㉤ $A \subset B$

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

해설

㉠ $\emptyset \in \{\emptyset\}$ 이고, $\emptyset \notin \emptyset$, $\emptyset \subset \emptyset$ 이다.

㉡ $7 \in B$

㉣ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ 는 집합 A 의 부분집합이므로 $\{1, 3, 5, 7, 9\} \subset A$

㉤ $B \subset A$

19. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $B \subset A$ 이면 $n(B) < n(A)$ 이다.
㉡ $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$
㉢ $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.
㉣ U^c 은 모든 집합의 부분집합이다.
㉤ $A - B = B - A$ 이면 $(A \cup B) \subset B$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

- ㉠ $B \subset A$ 이면 $n(B) \leq n(A)$ 이다.
㉢ $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.
㉣ $U^c = \emptyset$ 은 모든 집합의 부분집합이다.
㉤ $A - B = B - A$ 이면 $A = B$ 이므로 $(A \cup B) \subset B$ 이다.

20. 전체 집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 홀수}\}$ 에 대하여 $A = \{1, 3, 7, 11\}$, $B = \{7, 13\}$ 일 때, 다음 보기에서 옳지 않은 것은?

보기

㉠ $A \cap B = \{7\}$

㉡ $A \cap B^c = \{1, 3, 7, 11\}$

㉢ $A^c \cap B = \{13\}$

㉣ $A^c \cup B^c = \{1, 3, 5, 9, 11, 13, 15\}$

㉤ $A^c \cap B^c = \{5, 9, 15\}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

$$U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\},$$

$$A = \{1, 3, 7, 11\}, B = \{7, 13\}$$

$$\text{㉠ } A \cap B^c = A - B = \{1, 3, 11\}$$

$$\text{㉢ } A^c \cap B = B - A = \{13\}$$

$$\text{㉣ } A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{1, 3, 5, 9, 11, 13, 15\}$$

$$\text{㉤ } A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{5, 9, 15\}$$

21. 전체 집합 $U = \{x \mid |x| \leq 2 \text{인 정수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid |x| \leq 1 \text{인 정수}\}$, $B = \{x \mid 0 < x < 3 \text{인 정수}\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 을 원소나열법으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{-2\}$

해설

$$U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$A = \{-1, 0, 1\}, B = \{1, 2\}$$

$$A^c = \{-2, 2\}, B^c = \{-2, -1, 0\}$$

$$A^c \cap B^c = \{-2\}$$

22. 다음 중 명제와 그 역이 모두 참인 것은?

① $xy \geq 0$ 이면 $x \geq 0$ 또는 $y \geq 0$

② $x + y \geq 0$ 이면 $x \geq 0$ 이고 $y \geq 0$

③ $x \geq y$ 이면 $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{y}$

④ $x \leq 2$ 이면 $|x - 1| \leq |x - 3|$

⑤ $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이면 $a^2 + b^2 > 0$

해설

① 거짓 : (반례) $x = -2, y = -1$ 일 때,
 $xy = 2 \geq 0$ 이지만 $-2 < 0$ 이고 $-1 < 0$ 이다.

② 거짓 : (반례) $x = -2, y = 3$ 일 때,
 $x + y = -2 + 3 \geq 0$ 이지만 $-2 < 0$ 이고 $3 > 0$ 이다.

③ 거짓 : (반례) $x = 2, y = -2$ 일 때,
 $2 \geq -2$ 이지만 $\frac{1}{2} > -\frac{1}{2}$ 이다.

④ $|x - 1| \leq |x - 3|$ 의 양변을 제곱하면
 $x^2 - 2x + 1 \leq x^2 - 6x + 9$ 에서 $x \leq 2$ 이므로 원래의 명제와 그
역이 모두 참이다.

⑤ 명제 ' $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이면 $a^2 + b^2 > 0$ ' 은 참이지만, 그의
역 ' $a^2 + b^2 > 0$ 이면 $a > 0$ 이고 $b > 0$ ' 은 거짓이다.

23. 긴 나무막대기 위에 이 막대기의 길이를 10등분, 12등분, 15등분하는 세 종류의 눈금이 새겨져 있다. 이 눈금을 따라 막대기를 자르면 모두 몇 토막이 나겠는가?

① 20토막

② 28토막

③ 36토막

④ 48토막

⑤ 60토막

해설

나무막대기의 길이를 1이라 하면 세 종류의 눈금의 간격은 각각 $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{15}$ 이다.

즉, $\frac{6}{60}$, $\frac{5}{60}$, $\frac{4}{60}$ 이므로 60이하의 수 중에서 4의 배수 또는 5의 배수 또는 6의 배수인 수의 개수를 구하면 된다. 60이하의 자연수 중 4의 배수, 5의 배수, 6의 배수의 집합을 각각 A , B , C 라 하면

$$n(A) = 15, n(B) = 12, n(C) = 10, n(A \cap B) = 3, n(B \cap C) = 2, n(C \cap A) = 5, n(A \cap B \cap C) = 1$$

$$\therefore n(A \cup B \cup C)$$

$$\begin{aligned} &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\ &= 15 + 12 + 10 - 3 - 2 - 5 + 1 \\ &= 28 \end{aligned}$$

24. 전체집합이 $\{(x, y) | x, y \text{는 실수}\}$ 일 때, 다음과 같은 조건 p 가 있다.
 $p: y > -x^2$ 이고 $y < (x-2)^2 + a$ 이 때, 어떤 x 에 대하여도 조건 p 가
 성립하도록 하는 실수 a 의 값의 범위 ㉠과 적당한 y 에 대하여 조건 p
 가 성립하도록 하는 실수 a 의 값의 범위 ㉡을 차례로 나열하면?

① ㉠ $a > -2$, ㉡ $a > -2$

② ㉠ $a < -2$, ㉡ $a < -2$

③ ㉠ $a > -2$, ㉡ $a > 0$

④ ㉠ $a > -2$, ㉡ $a < -2$

⑤ ㉠ $a < -2$, ㉡ $a > -2$

해설

㉠의 조건이 참이 되려면 임의의 x 에 대하여

$-x^2 < y < (x-2)^2 + a$ 를 만족시키는 변수 y 가 존재해야 한다.

$$-x^2 < (x-2)^2 + a \Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 4 + a > 0$$

$$\therefore \frac{D}{4} = 4 - 2(4 + a) < 0$$

$$\therefore a > -2$$

㉡의 조건이 참이 되려면

y 가 어떤 상수값을 갖고 임의의 x 에 대하여

$y > -x^2$ 이고 $y < (x-2)^2 + a$ 가 성립해야 한다.

즉, $(-x^2 \text{의 최댓값}) < y < \{(x-2)^2 + a \text{의 최솟값}\}$ 가 성립해야
 한다.

그런데 $-x^2$ 의 최댓값은 0

$(x-2)^2 + a$ 의 최솟값은 a

$$\therefore a > 0$$

25. 실수 x, y 에 대하여 $3x + 4y = 5$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 6

⑤ 8

해설

코시-슈바르츠 부등식에 의해

$$(3^2 + 4^2)(x^2 + y^2) \geq (3x + 4y)^2$$

$$25(x^2 + y^2) \geq 25$$

$$\therefore x^2 + y^2 \geq 1$$

해설

$3x + 4y = 5$ 에서

$$y = \frac{1}{4}(5 - 3x)$$

$$x^2 + y^2 = x^2 + \frac{1}{16}(3x - 5)^2$$

$$= x^2 + \frac{1}{16}(9x^2 - 30x + 25)$$

$$= \frac{25}{16}x^2 - \frac{30}{16}x + \frac{25}{16}$$

$$= \frac{25}{16} \left(x^2 - \frac{6}{5}x + \left(\frac{3}{5}\right)^2 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 \right) + \frac{25}{16}$$

$$= \frac{25}{16} \left(x - \frac{3}{5} \right)^2 - \frac{9}{16} + \frac{25}{16}$$

$$= \frac{25}{16} \left(x - \frac{3}{5} \right)^2 + 1$$