

1. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{a^2} = a$

② $-\sqrt{a^2} = a$

③ $\sqrt{(-a)^2} = -a$

④ $\sqrt{-a^2} = a$

⑤ $-\sqrt{(-a)^2} = -a$

해설

② $-\sqrt{a^2} = -a$

③ $\sqrt{(-a)^2} = a$

④ $-a^2 < 0$ 이므로 $\sqrt{-a^2}$ 의 값은 없다.

2. $a > 0$ 일 때, 다음 계산에서 옳은 것을 모두 골라라.

$$\textcircled{\text{㉠}} \sqrt{a^2} - \sqrt{4a^2} = -3a$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \sqrt{a^2} - \sqrt{(-a)^2} = 0$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \sqrt{(-a)^2} + (-\sqrt{2a})^2 = 3a$$

$$\textcircled{\text{㉣}} \sqrt{9a^2} - \sqrt{16a^2} = 7a$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\textcircled{\text{㉡}}$

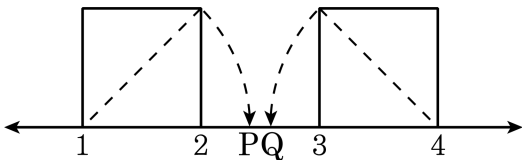
▷ 정답 : $\textcircled{\text{㉢}}$

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} \sqrt{a^2} - \sqrt{4a^2} = |a| - |2a| = -a$$

$$\textcircled{\text{㉣}} \sqrt{9a^2} - \sqrt{16a^2} = |3a| - |4a| = 3a - 4a = -a$$

3. 다음은 수직선 위에 한 변의 길이가 1 인 정사각형을 그린 것이다. 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하면?



① $1 - \sqrt{2}$

② $1 + 2\sqrt{2}$

③ $2 - 2\sqrt{2}$

④ $3 - 2\sqrt{2}$

⑤ $4 - \sqrt{2}$

해설

$P = 1 + \sqrt{2}$, $Q = 4 - \sqrt{2}$ 이므로
두 점 P, Q 사이의 거리는
 $4 - \sqrt{2} - (1 + \sqrt{2}) = 3 - 2\sqrt{2}$ 이다.

4. $\sqrt{60} \div \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{a}$ 일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{60} \div \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} &= \sqrt{60} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} \\ &= \sqrt{15} \times \frac{\sqrt{3}}{1} \\ &= \sqrt{45} \\ &= 3\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\therefore a = 5$$

5. $\sqrt{5} = k$ 라고 할 때, $\sqrt{0.05}$ 의 값은?

① $\frac{k}{5}$

② $\frac{k}{10}$

③ $\frac{k}{20}$

④ $\frac{k}{25}$

⑤ $\frac{k}{30}$

해설

$$\sqrt{0.05} = \sqrt{\frac{5}{100}} = \frac{\sqrt{5}}{10} = \frac{k}{10}$$

6. 다음 중 계산이 틀린 것은?

① $\sqrt{20} + 3\sqrt{45} = 11\sqrt{5}$

② $\sqrt{12} + \sqrt{27} = 5\sqrt{3}$

③ $\sqrt{7} - \sqrt{28} = -\sqrt{7}$

④ $\sqrt{6} + \sqrt{24} = 3\sqrt{6}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{10} - \frac{2\sqrt{3}}{5} = -\frac{\sqrt{3}}{10}$

해설

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{10} - \frac{2\sqrt{3}}{5} = \frac{\sqrt{3}}{10} - \frac{4\sqrt{3}}{10} = -\frac{3\sqrt{3}}{10}$

7. $\sqrt{2.13}$ 의 값을 A 라 하고, $\sqrt{B} = 1.552$ 일 때, A, B 의 값을 바르게 구한 것은?

수	0	1	2	3	...
2.0	1.414	1.418	1.421	1.425	...
2.1	1.449	1.453	1.456	1.459	...
2.2	1.483	1.487	1.490	1.493	...
2.3	1.517	1.520	1.523	1.526	...
2.4	1.549	1.552	1.556	1.559	...

① $A: 1.517, B: 2.32$

② $A: 1.517, B: 2.41$

③ $A: 1.459, B: 2.41$

④ $A: 1.459, B: 2.33$

⑤ $A: 1.414, B: 2.03$

해설

표에서 2.13 을 찾으면 1.459 이므로 $\sqrt{2.13} = 1.459$ 이고, 제곱근의 값이 1.552 인 것을 찾으면 2.41 이므로 $\sqrt{2.41} = 1.552$ 이다.

8. 다음 중 $\sqrt{3}$ 과 4 사이의 실수인 것은? (단, 제곱근표에서 $\sqrt{3} = 1.732$, $\sqrt{5} = 2.236$ 이다.)

① $\frac{4 - \sqrt{3}}{2}$

② $\sqrt{3} + 3$

③ 1.7

④ $\sqrt{5} - 1$

⑤ $\frac{\sqrt{3} + 4}{2}$

해설

$\frac{\sqrt{3} + 4}{2}$ 는 $\sqrt{3}$ 과 4의 가운데 수이다.

9. $0 < a < 1$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{(a-1)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$,

$a < 1$ 이므로 $\sqrt{(a-1)^2} = -(a-1) = 1-a$

따라서 $\sqrt{a^2} + \sqrt{(a-1)^2} = a + 1 - a = 1$ 이다.

10. 다음 중 3에 가장 가까운 수는?

① $2\sqrt{2}$

② 2

③ $2\sqrt{3}$

④ $3\sqrt{2}$

⑤ 3.5

해설

① $2\sqrt{2} = \sqrt{8}$

② 2

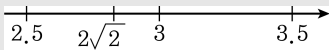
③ $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$

④ $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$

⑤ $3.5 = \frac{7}{2} = \sqrt{\frac{49}{4}}$

이고 $3 = \sqrt{9}$ 이고 $2\sqrt{2} = \sqrt{8}$, $3.5 = \frac{7}{2} = \sqrt{\frac{49}{4}}$ 이다.

여기서 세 수를 수직선 상에 나타내면 다음과 같다.



따라서 3과 가장 가까운 수는 $2\sqrt{2}$ 이다.

11. 다음 중 각 식을 만족하는 x 의 값이 무리수인 것을 모두 고르면?

$$\textcircled{\text{㉠}} x^2 = 9$$

$$\textcircled{\text{㉡}} x^2 = 121$$

$$\textcircled{\text{㉢}} x^2 = \frac{16}{25}$$

$$\textcircled{\text{㉤}} x^2 = \frac{8}{49}$$

$$\textcircled{\text{㉥}} x^2 = 7$$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉤

④ ㉢, ㉥

⑤ ㉤, ㉥

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

$$\textcircled{\text{㉡}} x^2 = 121 \Rightarrow x = \pm 11$$

$$\textcircled{\text{㉢}} x^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow x = \pm \frac{4}{5}$$

$$\textcircled{\text{㉤}} x^2 = \frac{8}{49} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{8}}{7}$$

$$\textcircled{\text{㉥}} x^2 = 7 \Rightarrow x = \pm \sqrt{7}$$

12. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

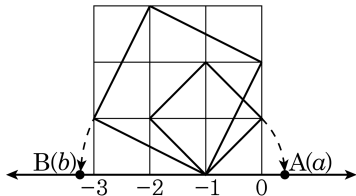
- ① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- ③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.
- ④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.
- ⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

- ③ $\sqrt{4}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
- ④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.

예) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

13. 다음 그림을 보고 옳지 않은 것을 고르면?(단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



- ① a 와 b 사이에는 유리수가 무수히 많다.
- ② a 와 b 사이에는 무리수가 무수히 많다.
- ③ A의 좌표는 $A(-1 + \sqrt{2})$ 이다.
- ④ B의 좌표는 $B(-1 - \sqrt{5})$ 이다.
- ⑤ a 와 b 의 중점의 좌표는 $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{2}$ 이다.

해설

$$a \text{ 와 } b \text{ 의 중점의 좌표는 } \frac{(-1 - \sqrt{5}) + (-1 + \sqrt{2})}{2} = \frac{-2 - \sqrt{5} + \sqrt{2}}{2} \text{ 이다.}$$

14. 다음 중 대소 비교를 올바르게 한 것은?

① $\sqrt{2} + 1 = 3$

② $\sqrt{2} < 1.4$

③ $1 > \sqrt{1}$

④ $\sqrt{15} < 14$

⑤ $\sqrt{5} + \sqrt{6} < 2 + \sqrt{6}$

해설

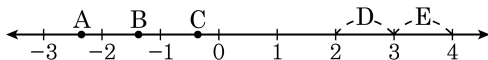
① $\sqrt{2} + 1 < 3$

② $\sqrt{2} > 1.4$

③ $1 = \sqrt{1}$

⑤ $\sqrt{5} + \sqrt{6} > 2 + \sqrt{6}$

15. 다음은 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 옳은 것은?



- ① $\sqrt{13} - 6$ 에 대응하는 점은 B 이다.
- ② 점 A 와 C 사이의 양의 정수는 세 개이다.
- ③ $-\sqrt{7} + 5$ 는 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.
- ④ $\sqrt{5} + 1$ 이 속하는 구간은 E 이다.
- ⑤ $\sqrt{2} - 1$ 은 $1 - \sqrt{2}$ 보다 왼쪽에 위치한다.

해설

- ① $\sqrt{13} - 6$ 에 대응하는 점은 A 이다.
- ② 점 A 와 C 사이의 양의 정수는 없다.
- ③ 무리수는 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 없다.
- ⑤ $\sqrt{2} - 1$ 은 $1 - \sqrt{2}$ 보다 오른쪽에 위치한다.

16. $x = 72$ 일 때, $2\sqrt{3\sqrt{2x}}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned} 2\sqrt{3\sqrt{2x}} &= 2\sqrt{3\sqrt{2 \times 72}} \\ &= 2\sqrt{3\sqrt{2 \times 2 \times 36}} \\ &= 2\sqrt{3 \times 12} \\ &= 2 \times 6 \\ &= 12 \end{aligned}$$

17. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$, $\sqrt{5} = c$, $\sqrt{7} = d$ 일 때, $\sqrt{420}$ 을 a , b , c , d 를 사용하여 나타내면?

① $abcd$

② a^2bc

③ abc^2d

④ a^2bcd

⑤ a^2bc^2d

해설

$$\sqrt{420} = \sqrt{2^2 \times 3 \times 5 \times 7} = a^2bcd$$

18. $\sqrt{180 - 18a}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M , 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, Mm 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\sqrt{180 - 18a} = \sqrt{18(10 - a)} = 3\sqrt{2} \times \sqrt{10 - a}$$

$\sqrt{10 - a} = \sqrt{2}$ 일 때, a 가 가장 큰 값을 가지므로

$$a = 8$$

$\sqrt{10 - a} = \sqrt{8}$ 일 때, a 가 가장 작은 값을 가지므로

$$a = 2$$

$M = 8$, $m = 2$ 이다.

따라서 $Mm = 16$ 이다.

19. 다음 중 옳은 것은?

① (무리수) + (유리수) = (무리수)

② (무리수) $\times$ (무리수) = (무리수)

③ (유리수) $\div$ (무리수) = (무리수)

④ (무리수) + (무리수) = (무리수)

⑤ (유리수) $\times$ (무리수) = (무리수)

해설

② $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$: 유리수

③ $\frac{0}{\sqrt{3}} = 0$: 유리수

④ $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$: 유리수

⑤ $0 \times \sqrt{3} = 0$: 유리수

20. $\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$ 을 간단히 하면 $a+b\sqrt{5}$ 이다. 유리수 a 와 b 의 합은?

① -4

② 0

③ 3

④ 6

⑤ 11

해설

$5 > 2\sqrt{5}$ 이므로

$$\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$$

$$= |5-2\sqrt{5}| + |2\sqrt{5}-5|$$

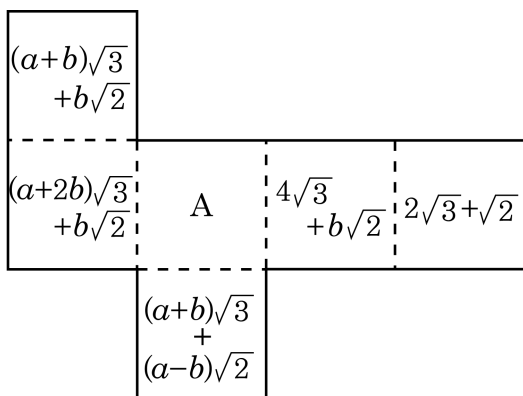
$$= 5-2\sqrt{5} - (2\sqrt{5}-5)$$

$$= 5-2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 5$$

$$= 10 - 4\sqrt{5}$$

$$\therefore a+b = 10-4 = 6$$

21. 다음 그림은 정육면체를 전개한 것이다. A 면을 밑면으로 하여 정육면체를 만들면 마주보는 면에 있는 수는 서로 같다고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 유리수이다.)

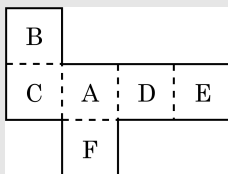


▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 3$

해설

정육면체의 전개도



에서

마주보는 면에 있는 수는 서로 같다.

B 면과 F 면 마주하게 되므로

$$(a + b) \sqrt{3} + b \sqrt{2} = (a + b) \sqrt{3} + (a - b) \sqrt{2}$$

$$a - b = b$$

$$\therefore a = 2b$$

또한 C 면과 D 면 마주하게 되므로

$$(a + 2b) \sqrt{3} + b \sqrt{2} = 4 \sqrt{3} + b \sqrt{2}$$

$$a + 2b = 4$$

$$\therefore b = 1, a = 2$$

$$\therefore a + b = 3$$

22. $\frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2}) \\ &= \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \\ &= \frac{2k\sqrt{6}}{3} - k - 2\sqrt{6} \\ &= \left(\frac{2}{3}k - 2\right)\sqrt{6} - k \end{aligned}$$

값이 유리수가 되어야 하므로

$$\frac{2}{3}k - 2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

23. 자연수 A 의 양의 제곱근을 a , 자연수 B 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면? (단, $A < B$)

보기

㉠ $a + b = 0$

㉡ $ab < 0$

㉢ $a^2 < b^2$

㉣ $a - b > 0$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$$|a| < |b| \cdots (1)$$

$$a > 0, b < 0 \cdots (2)$$

$$(1), (2) \text{에 의해 } \textcircled{㉡} a + b < 0$$

24. $2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{1024}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} 2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{1024}}} &= 2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{(2^5)^2}}} \\ &= 2\sqrt{4\sqrt{8 \times 2^5}} \\ &= 2\sqrt{4 \times 2^4} \\ &= 2 \times 2^3 \\ &= 2^4 \end{aligned}$$

25. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 이하의 자연수의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(n) = 161$ 을 만족하는 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 41

해설

$\sqrt{1} = 1, \sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4, \sqrt{25} = 5, \sqrt{36} = 6, \sqrt{49} = 7$ 이므로

$n = 1, 2, 3$ 일 때, $f(n) = 1 \rightarrow 3 \times 1 = 3$

$n = 4, \cdots, 8$ 일 때, $f(n) = 2 \rightarrow 5 \times 2 = 10$

$n = 9, \cdots, 15$ 일 때, $f(n) = 3 \rightarrow 7 \times 3 = 21$

$n = 16, \cdots, 24$ 일 때, $f(n) = 4 \rightarrow 9 \times 4 = 36$

$n = 25, \cdots, 35$ 일 때, $f(n) = 5 \rightarrow 11 \times 5 = 55$

$n = 36, \cdots, 48$ 일 때, $f(n) = 6 \rightarrow 13 \times 6 = 78$

$3 + 10 + 21 + 36 + 55 = 125$ 이고,

$n = 41$ 이면 $125 + 6 \times 6 = 161$

$\therefore n = 41$