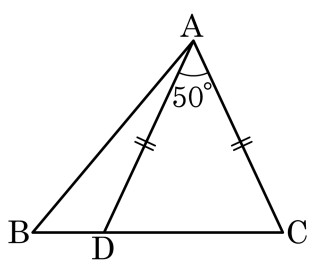
1. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다. 다음 그림을 보고 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?(정답 2 개)



① $\angle B = \angle CAD$ 이다.

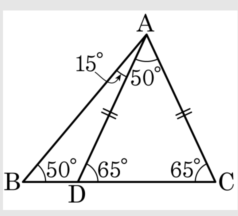
② $\angle B$ 와 $\angle BAD$ 의 크기의 합은 $65°$ 이다.

③ $\overline{BD}$ 와 $\overline{AD}$ 의 길이는 서로 같다.

④ $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 밑각의 크기는 모두 같다.

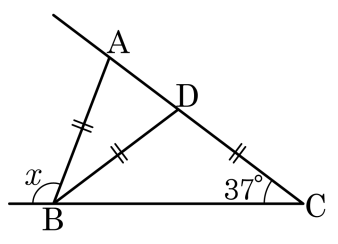
⑤ $\angle B$ 와 $\angle BAD$ 의 크기는 같다.

해설



③ $\triangle ABD$ 에서 $\angle B$ 와 $\angle BAD$ 의 크기가 다르므로 $\overline{BD}$ 와 $\overline{AD}$ 의 길이는 서로 다르다.
⑤ $\angle B = 50°$ $\angle BAD = 15°$ 이므로 크기는 다르다.

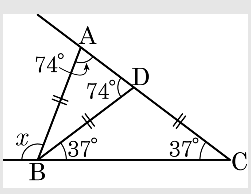
2. 아래 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{DC}$ 이고 $\angle DCB = 37°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 111°

해설



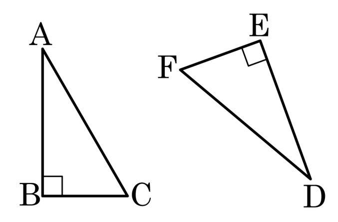
$\angle DBC = \angle DCB = 37°$ 이므로

$\triangle BCD$ 에서 , $\angle ADB = 37° + 37° = 74°$ 이고,

$\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD = \angle BDA = 74°$

따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle x = 74° + 37° = 111°$

3. 다음 중 두 직각삼각형 ABC , DEF 가 서로 합동이 되는 조건이 아닌 것은?



① $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$

② $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\angle A = \angle D$

③ $\angle A = \angle D$, $\angle C = \angle F$

④ $\angle A = \angle D$, $\overline{AC} = \overline{DF}$

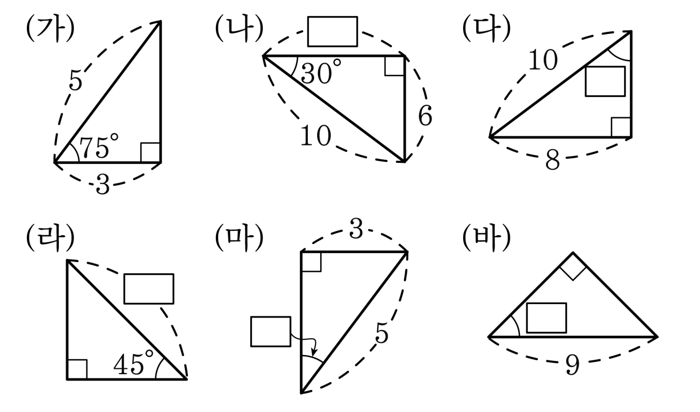
⑤ $\overline{AC} = \overline{DF}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$

해설

세 내각이 같다고 해서 합동이라 말할 수는 없다.

4. 다음 삼각형 중에서 (가)와(마), (나)와(다), (라)와(바)가 서로 합동이다. 빈 칸에 들어갈 숫자로 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

보기

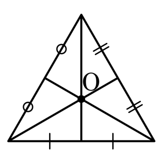


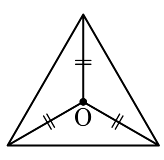
① (나) 8　　② (다) 45 °　　③ (라) 9
④ (마)30 °　　⑤ (바)45 °

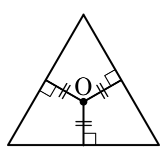
해설

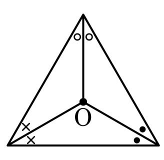
② (다) 60°
④ (마) 15°

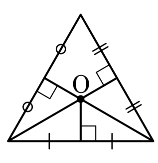
5. 다음 중 점 O 가 삼각형의 외심에 해당하는 것을 모두 고르면?

①


②


③


④


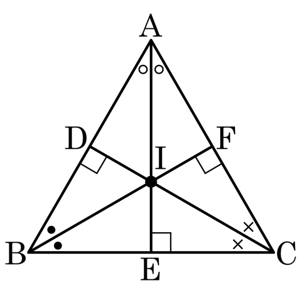
⑤


해설

내심 ③,④

외심 ②,⑤

6. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



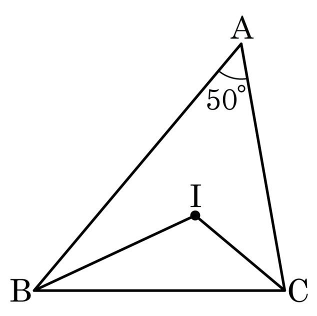
$\triangle$IBE와 $\triangle$IBD에서
$\angle$IEB $=$ $\angle$IDB $= 90°$,
$\overline{\text{IB}}$는 공통변,
$\angle$IBE $=$ $\angle$IBD이므로
$\triangle$IBE $\equiv$ $\triangle$IBD (RHA 합동)
$\therefore$ $\overline{\text{ID}} = \boxed{}$ $\cdots$ ①
같은 방법으로 $\triangle$ICE $\equiv$ $\triangle$ICF (RHA 합동)이므로
$\therefore$ $\boxed{} = \overline{\text{IF}}$ $\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서
$\therefore$ $\overline{\text{ID}} = \overline{\text{IF}}$
$\triangle$ADI와 $\triangle$AFI에서
$\angle$ADI $=$ $\angle$AFI $= 90°$, $\overline{\text{AI}}$는 공통 변, $\overline{\text{ID}} = \overline{\text{IF}}$
이므로 $\triangle$ADI $\equiv$ $\triangle$AFI(RHS 합동)
대응각 $\angle$DAI $=$ $\angle$FAI이므로 $\overline{\text{AI}}$는 $\angle$A의 이등분선이다.
따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① $\overline{\text{IA}}$ ② $\overline{\text{IE}}$ ③ $\overline{\text{IC}}$ ④ $\overline{\text{IB}}$ ⑤ $\overline{\text{AF}}$

해설

$\triangle$IBE $\equiv$ $\triangle$IBD(RHA 합동)이므로
$\overline{\text{ID}}$와 대응변인 $\overline{\text{IE}}$의 길이가 같고, $\triangle$ICE $\equiv$ $\triangle$ICF(RHA 합동)이므로 $\overline{\text{IE}}$와 대응변인 $\overline{\text{IF}}$의 길이가 같다.
따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{\text{IE}}$가 들어간다.

7. 다음 그림에서 $\triangle$ABC의 내심을 I라 할 때, $\angle A = 50°$이면 $\angle$BIC의 크기는?



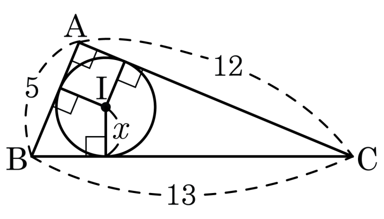
① 100° ② 105° ③ 110° ④ 115° ⑤ 120°

해설

점 I가 $\triangle$ABC의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

$\therefore \angle BIC = 90° + \frac{1}{2} \times 50° = 115°$

8. $\triangle$ABC 의 넓이가 30 일 때, x 의 길이를 구하여라.(단, 점 I 는 내심)



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

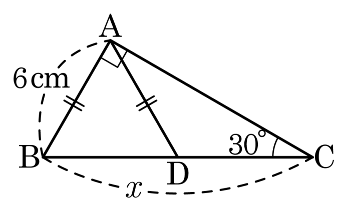
해설

($\triangle$ABC의 넓이) $= \frac{1}{2} \times x \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}) = 30$

$\frac{1}{2} \times x \times 30 = 30$

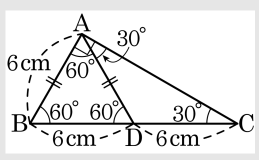
따라서 $x = 2$ 이다.

9. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD}=\overline{CD}$, $\overline{AB}=6\mathrm{cm}$ 이고, $\angle ACB=30°$ 일 때, x 의 길이는?



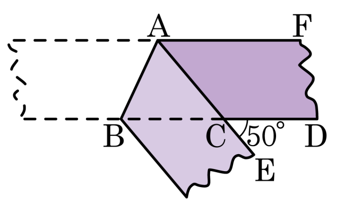
① 4cm　② 6cm　③ 8cm　④ 10cm　⑤ 12cm

해설



$\triangle DCA$ 에서 이등변삼각형이면 두 밑각의 크기가 같으므로 $\angle DCA=\angle DAC=30°$ 이다.
$\angle ADB=60°$, $\angle DAB=60°$, $\angle ABD=60°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 정삼각형이다.
따라서 $\overline{AB}=\overline{BD}=\overline{AD}=6\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{DC}=6\mathrm{cm}$ 이다. 따라서 $x=12\,\mathrm{cm}$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle DCE = 50°$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 65 °

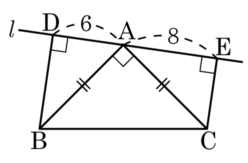
해설

$\angle FAC = 50°$ ($\angle DCE$와 동위각)

$\angle BAC = \dfrac{180° - 50°}{2} = 65°$

$\therefore \angle ABC = 180° - 50° - 65° = 65°$

11. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 B , C 에서 점 A 를 지나는 직선 l 위에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{DB} + \overline{EC}$ 의 값은 ?

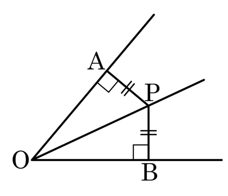


① 2　　② 6　　③ 8　　④ 14　　⑤ 16

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동) 이므로
$\overline{BD} = \overline{AE}, \overline{CE} = \overline{DA}$ 이다.
따라서 $\overline{DB} + \overline{EC} = \overline{DE} = 14$ 이다.

12. 다음의 도형에서 $\overline{PA} = \overline{PB}$이면 점 P는 $\angle AOB$의 이등분선 위에 위치함을 증명하려고 한다. 증명의 과정 중 옳지 <u>않은</u> 것을 골라라.



(증명)
$\triangle PAO$와 $\triangle PBO$에서 ㉠ $\angle PAO = \angle PBO = 90°$이고,
㉡ $\overline{PA} = \overline{PB}$이고, $\overline{OP}$는 공통이므로
$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (㉢ RHA 합동)이다.
그러므로 ㉣ $\angle POA = \angle POB$이다.
따라서 ㉤ 점 P는 $\angle AOB$의 이등분선 위에 위치한다.

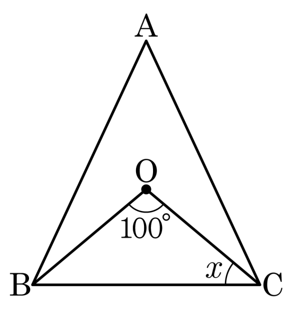
▶ 답:

▷ 정답: ㉢

해설

$\triangle PAO$와 $\triangle PBO$에서 ㉠ $\angle PAO = \angle PBO = 90°$이고, ㉡ $\overline{PA} = \overline{PB}$ (가정에 있음)이고, $\overline{OP}$는 공통이므로 $\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (㉢ RHA 합동 $\Rightarrow$ RHS 합동)이다. 그러므로 ㉣ $\angle POA = \angle POB$이다.
따라서 ㉤ 점 P는 $\angle AOB$의 이등분선 위에 위치한다.

13. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle$ABC 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

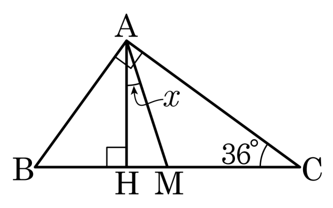


① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$ ④ $40°$ ⑤ $50°$

해설

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle$OBC 는 이등변삼각형이다.
따라서 두 밑각의 크기가 같으므로
$\angle OBC = \angle OCB$
$\therefore 2x + 100 = 180,\ x = 40$ 이다.

14. 다음 그림에서 점 M 은 직각삼각형 ABC 의 외심이고 $\angle C = 36°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

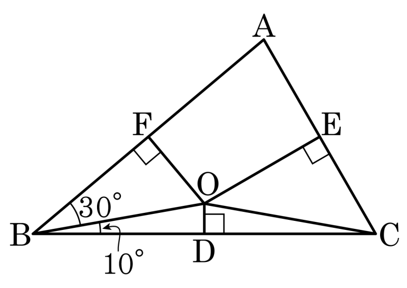


① 15°　　② 18°　　③ 20°　　④ 22°　　⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$
$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36° \cdots$ ㉠
또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로
$\angle ABC = 180° - 90° - 36° = 54°$ 이다.
$\angle BAH = 180° - \angle ABC - 90° = 180° - 54° - 90° = 36° \cdots$ ㉡
$\angle A = 90°$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로
㉠, ㉡에 의해서 $\angle HAM = 90° - 36° - 36° = 18°$
따라서 $x = 18°$ 이다.

15. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle ABO = 30°$, $\angle OBC = 10°$일 때, $\angle A$의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad}°$

▷ 정답: $80°$

해설

점 O가 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

$\triangle OAB$에서 $\angle OAB = \angle OBA = 30°$

$\triangle OBC$에서 $\angle OCB = \angle OBC = 10°$

$\triangle OCA$에서 $\angle OAC = \angle x$라 하면 $\angle OCA = \angle x$

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

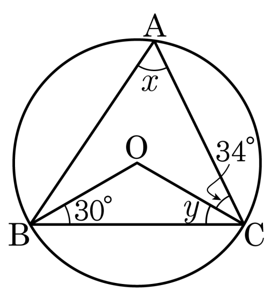
$30° + \angle x + 30° + 10° + 10° + \angle x = 180°$

$80° + 2\angle x = 180°$, $2\angle x = 100°$

$\therefore \angle x = 50°$

$\therefore \angle A = 30° + 50° = 80°$

16. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$의 외접원의 중심이 점 O라고 할 때, $\angle OBC = 30°$, $\angle OCA = 34°$이다. $\angle x + \angle y$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _°

▷ 정답 : 90_°

해설

점 O가 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

$\triangle OAC$에서 $\angle OAC = \angle OCA = 34°$

$\triangle OBC$에서 $\angle OCB = \angle OBC = 30°$

$\triangle OAB$에서 $\angle OAB = \angle a$라 하면 $\angle OBA = \angle a$

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$,

$30° + \angle a + 30° + 34° + 34° + \angle a = 180°$,

$128° + 2\angle a = 180°$,

$2\angle a = 52°$

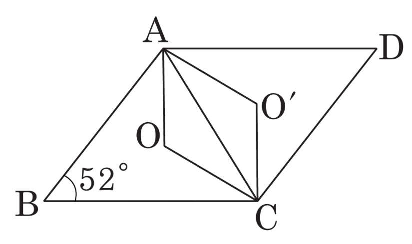
$\therefore \angle a = 26°$

$\therefore \angle x = 26° + 34° = 60°$

$\triangle OBC$가 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = \angle y = 30°$

$\therefore \angle x + \angle y = 90°$

17. 평행사변형ABCD 에서 $\angle B = 52°$ 이고 점 O, O′ 은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle CDA$ 의 외심이다. 이때 $\angle OAO'$ 의 크기는?

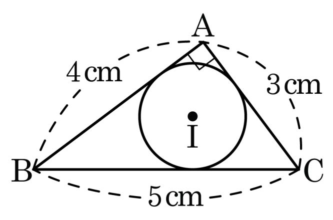


① 52° ② 52° ③ 76° ④ 104° ⑤ 116°

해설

$\angle B = 52°$ 이므로 $\angle AOC = 2 \times 52° = 104°$
이때, □OAO′C는 마름모이므로 $\angle AOC + \angle OAO' = 180°$
따라서 $\angle OAO' = 180° - 104° = 76°$

18. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $6cm^2$ 일 때, 내접원의 반지름의 길이는?



① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

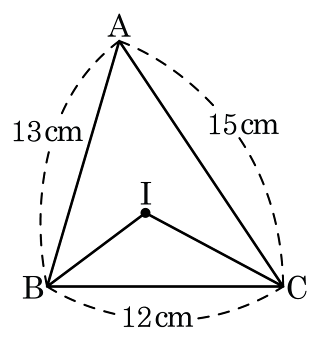
내접원의 반지름을 r 이라고 하면

($\triangle ABC$의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times \triangle ABC$의 둘레의 길이이므로

$6 = \frac{1}{2} \times r \times (3 + 4 + 5)$

$\therefore\ r = 1cm$

19. 다음 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $80\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle IBC$ 의 넓이를 구하여라. (단, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.)



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 24 cm^2

해설

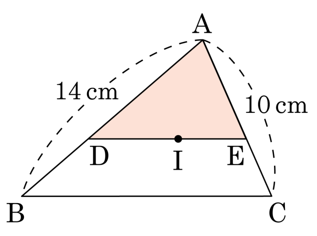
내심원의 반지름의 길이를 r라고 하면

$\frac{1}{2} \times r \times (13 + 12 + 15) = 80$

$r = 4(\text{cm})$

$\therefore \triangle IBC = \frac{1}{2} \times 12 \times 4 = 24(\text{cm}^2)$

20. 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AB} = 14\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\,\text{cm}$, $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 24 cm

해설

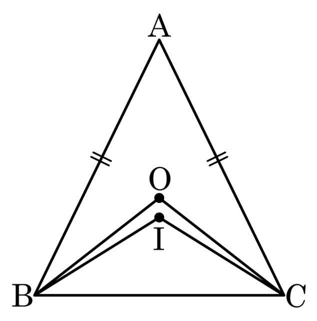
$\triangle DBI$ 에서 $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로
$\angle CBI = \angle DIB$(엇각)$\cdots$㉠
또, 점 I는 내심이므로 $\angle DBI = \angle CBI \cdots$㉡
㉠, ㉡에서 $\angle DBI = \angle DIB$
$\therefore\ \overline{DB} = \overline{DI}$

$\triangle EIC$ 에서 $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로
$\angle BCI = \angle EIC$(엇각)$\cdots$㉣
또, 점 I는 내심이므로 $\angle BCI = \angle ECI \cdots$㉤
㉣, ㉤에서 $\angle EIC = \angle ECI$
$\therefore\ \overline{IE} = \overline{EC}$

따라서 $\overline{DI} + \overline{IE} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로 $\overline{DE} = \overline{DB} + \overline{EC}$

$\therefore$ ($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이)
$= \overline{AD} + \overline{DI} + \overline{EI} + \overline{AE}$
$= \overline{AD} + \overline{DB} + \overline{EC} + \overline{AE}$
$= \overline{AB} + \overline{AC}$
$= 14 + 10 = 24(\text{cm})$

21. 이등변삼각형 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심이고 점 I 는 내심이다. $\angle BOC = 104^\circ$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기를 구하시오.



▶ 답: ____ °

▷ 정답: 6 °

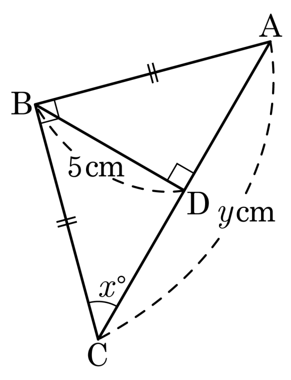
해설

$\angle BOC = 104^\circ$ 이므로 $\angle OBC = (180^\circ - 104^\circ) \times \frac{1}{2} = 38^\circ$ (O 는 외심)

$\angle BAC = 104^\circ \times \frac{1}{2} = 52^\circ$ 이므로 $\angle ABC = (180^\circ - 52^\circ) \times \frac{1}{2} = 64^\circ$ $\therefore \angle IBC = 32^\circ$ (내심)

따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 6^\circ$

22. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle B = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{AC}$ 의 교점을 D 라 하자. 이 때, $x - y$ 의 값은?



① 30　② 32　③ 35　④ 37　⑤ 39

해설

$\angle C = \frac{1}{2}(180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$

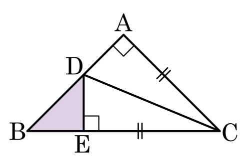
$\therefore x = 45$

$\angle C = \angle CBD = 45^\circ$ 이므로

$\triangle CBD$ 는 $\overline{BD} = \overline{CD} = 5\,\text{cm}$ 인 이등변삼각형이고, 점 D 는 $\overline{AC}$ 의 중점이므로 $y = 10$

$\therefore x - y = 45 - 10 = 35$

23. 그림의 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$이고, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{AC} = \overline{EC}$, $\overline{BC} \perp \overline{DE}$이고 $\overline{AD} = 6\,\text{cm}$일 때, $\triangle DBE$의 넓이는?



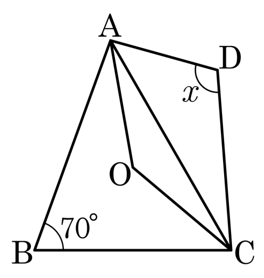
① $10\,\text{cm}^2$ ② $14\,\text{cm}^2$ ③ $18\,\text{cm}^2$

④ $22\,\text{cm}^2$ ⑤ $26\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle ABC = 45°$이다.
따라서 $\triangle BED$도 직각이등변삼각형이다.
$\triangle ADC \equiv \triangle EDC$ (RHS 합동), $\overline{AD} = \overline{DE}$이다. 따라서 $\overline{ED} = \overline{EB}$이다.
그러므로, $\triangle BED$는 밑변 $6\,\text{cm}$, 높이 $6\,\text{cm}$인 직각이등변삼각형이다.
따라서, 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18\ (\text{cm}^2)$이다.

24. 다음 그림에서 $\triangle$ABC 와 $\triangle$ADC 의 외심은 O 로 동일하고 $\angle\mathrm{ABC} = 70^\circ$ 일 때, $\angle$ADC 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 110 °

해설

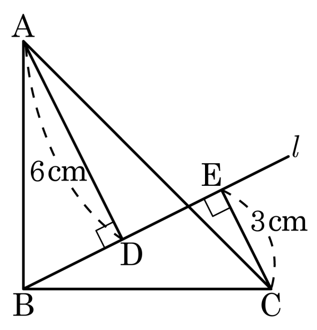
$\angle\mathrm{AOC} = 2\angle\mathrm{ABC} = 140^\circ$

$\angle\mathrm{OAD} = a$, $\angle\mathrm{OCD} = b$ 라고 하고, $\overline{\mathrm{OD}}$ 를 그으면 $\angle\mathrm{D} = a + b$

□AOCD 에서, $\angle\mathrm{OAD} + \angle\mathrm{ADC} + \angle\mathrm{DCO} + \angle\mathrm{COA} = 360^\circ$,

$360^\circ = 140^\circ + a + b + a + b = 140^\circ + 2(a + b)$, $a + b = \angle\mathrm{ADC} = 110^\circ$

25. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 두 꼭지점 A, C 에서 꼭지점 B 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{AD} = 6\text{cm}, \overline{CE} = 3\text{cm}$, 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① 2cm　② 3cm　③ 4cm　④ 5cm　⑤ 6cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle BCE$ 에서
$\angle ADB = \angle BEC = 90°$
$\overline{AB} = \overline{BC}, \angle ABD = 90° - \angle EBC = \angle BCE$
따라서 $\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ (RHA합동) 이므로
$\overline{BD} = \overline{CE} = 3(\text{cm}), \overline{BE} = \overline{AD} = 6(\text{cm})$
$\therefore \overline{DE} = \overline{BE} - \overline{BD} = 6 - 3 = 3(\text{cm})$