

1. 다음 중 전개한 결과가 $(-a + b)^2$ 과 같은 것을 모두 골라라.

㉠ $(a - b)^2$

㉡ $(b - a)^2$

㉢ $-(a - b)^2$

㉣ $a^2 + 2ab + b^2$

㉤ $\{-(a - b)\}^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉤

해설

$$\text{㉠ } (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\text{㉡ } (b - a)^2 = b^2 - 2ab + a^2$$

$$\text{㉢ } -(a - b)^2 = -(a^2 - 2ab + b^2) = -a^2 + 2ab - b^2$$

$$\text{㉣ } a^2 + 2ab + b^2$$

$$\text{㉤ } \{-(a - b)\}^2 = (-a + b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(x+9)(x-9) = x^2 - 81$

② $\left(y + \frac{1}{3}\right)\left(y - \frac{1}{3}\right) = y^2 - \frac{1}{9}$

③ $(-4+x)(-4-x) = x^2 - 16$

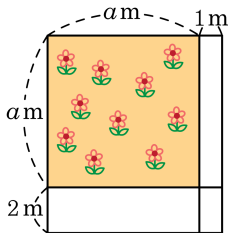
④ $(3a+5)(3a-5) = 9a^2 - 25$

⑤ $(-x-y)(x-y) = -x^2 + y^2$

해설

③ $(-4+x)(-4-x) = 16 - x^2$

3. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $a\text{m}$ 인 정사각형의 모양의 화단을 가로와 세로를 각각 1m , 2m 만큼 늘릴 때, 화단의 넓이는?



① $(a^2 - 3a + 2)\text{m}^2$

② $(a^2 + 3a + 2)\text{m}^2$

③ $(a^2 + 2a + 1)\text{m}^2$

④ $(a^2 - 4a + 4)\text{m}^2$

⑤ $(a^2 + 6a + 9)\text{m}^2$

해설

늘어난 화단의 가로의 길이 $(a + 1)\text{m}$, 세로의 길이 $(a + 2)\text{m}$ 따라서 화단의 넓이는 $(a + 1)(a + 2) = a^2 + 3a + 2$ 이다.

4. 다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

$$(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1) = 3^{\square} - 1$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} & (3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1) \\ &= (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1) \\ &= (3^4-1)(3^4+1) \\ &= 3^8-1 \end{aligned}$$

5. $(1-y)(1+y)(1+y^2)(1+y^4)$ 을 간단히 하면?

① $1 + y^{32}$

② $1 + y^2$

③ $1 - y^2$

④ $1 - y^4$

⑤ $1 - y^8$

해설

$$\begin{aligned}(1-y^2)(1+y^2)(1+y^4) &= (1-y^4)(1+y^4) \\ &= 1-y^8\end{aligned}$$

6. $\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{7}\right) = x^2 + ax + b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① $-\frac{5}{21}$

② $-\frac{4}{21}$

③ $-\frac{1}{21}$

④ $\frac{1}{7}$

⑤ $\frac{4}{21}$

해설

$$\begin{aligned}\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{7}\right) &= x^2 + \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{7}\right)x + \left(-\frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{7} \\ &= x^2 - \frac{4}{21}x - \frac{1}{21} \\ &= x^2 + ax + b\end{aligned}$$

x 의 계수는 $-\frac{4}{21}$ 이고, 상수항은 $-\frac{1}{21}$ 이므로 $a + b$ 는 $\left(-\frac{4}{21}\right) + \left(-\frac{1}{21}\right) = -\frac{5}{21}$ 이다.

7. $4(x+1)(x+A) = 4(x-2)^2 - B$ 일 때, 상수 B 의 값은?

① 36

② 37

③ 38

④ 39

⑤ 40

해설

양변을 전개하면

$$4(x^2 + Ax + x + A) = 4(x^2 - 4x + 4) - B$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 4(A+1)x + 4A = 4x^2 - 16x + 16 - B$$

$$4(A+1) = -16$$

$$A+1 = -4$$

$$\therefore A = -5$$

$$4A = 16 - B \text{ 이므로 } -20 = 16 - B,$$

따라서 B 의 값은 36 이다.

8. 세 모서리의 길이가 각각 $x+1$, $2x+1$, $2x-1$ 인 직육면체의 겉넓이를 나타낸 식은?

① $16x^2 + 8x - 2$

② $16x^2 + 8x + 2$

③ $16x^2 - 12x + 4$

④ $16x^2 + 12x - 4$

⑤ $16x^2 - 8x + 8$

해설

$$\begin{aligned} & 2 \times \{(x+1)(2x+1) + (2x+1)(2x-1) + (2x-1)(x+1)\} \\ &= 2(8x^2 + 4x - 1) \\ &= 16x^2 + 8x - 2 \end{aligned}$$

9. $x + y = 4$, $xy = -2$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\&= 4^2 - 2 \times (-2) \\&= 16 + 4 = 20\end{aligned}$$

10. $\left(x - \frac{A}{4}\right)^2$ 을 전개한 식이 $x^2 + Bx + \frac{1}{16}$ 일 때, $A^2 + 4B^2$ 의 값을 구하여라. (단, A, B 는 상수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^2 + 2 \times x \times \left(-\frac{A}{4}\right) + \left(-\frac{A}{4}\right)^2 = x^2 - \frac{1}{2}Ax + \frac{A^2}{16}$$

$$A^2 = 1, B^2 = \frac{1}{4}A^2$$

$$\therefore A^2 + 4B^2 = 1^2 + 4 \times \frac{1}{4} = 2$$

11. $(-3x + 4y)(3x + 4y) - \left(\frac{1}{4}x + 5y\right)\left(\frac{1}{4}x - 5y\right)$ 를 간단히 하면?

① $-\frac{111}{16}x^2 + 25y^2$

② $-\frac{111}{16}x^2 + 16y^2$

③ $-\frac{145}{16}x^2 + 41y^2$

④ $-\frac{137}{4}x^2 + 41y^2$

⑤ $-\frac{137}{8}x^2 + 31y^2$

해설

$$\begin{aligned} & -(3x)^2 + (4y)^2 - \left\{ \left(\frac{1}{4}x\right)^2 - (5y)^2 \right\} \\ &= -9x^2 + 16y^2 - \frac{1}{16}x^2 + 25y^2 \\ &= -\frac{145}{16}x^2 + 41y^2 \end{aligned}$$

12. $(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)$ 을 간단히 하면?

① 63

② 65

③ 127

④ 129

⑤ 255

해설

$$\begin{aligned}(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1) &= (2^4-1)(2^4+1) \\ &= 2^8-1 \\ &= 256-1=255\end{aligned}$$

13. $2(4x + ay)(bx + y) = 24x^2 + cxy - 6y^2$ 일 때, 상수 a, b, c 에서 $a + b - c$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$2(4x + ay)(bx + y) = 8bx^2 + (8 + 2ab)xy + 2ay^2$$

$$8bx^2 + (8 + 2ab)xy + 2ay^2 = 24x^2 + cxy - 6y^2$$

$$a = -3, b = 3, c = -10$$

$$\therefore a + b - c = 10$$

14. 두 양수 a, b 에 대하여 $a+b=3$, $a^2+b^2=7$ 일 때, $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ 의 값은?

① $\frac{7}{3}$

② 7

③ $\frac{7}{2}$

④ 14

⑤ 16

해설

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$9 - 2ab = 7$$

$$\therefore ab = 1$$

$$\therefore \frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{7}{1} = 7$$

15. 상수 a, b, c 에 대하여 $(3x+a)(bx+5) = 6x^2 + cx - 10$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$(3x+a)(bx+5) = 3bx^2 + (15+ab)x + 5a$$

$$3bx^2 + (15+ab)x + 5a = 6x^2 + cx - 10$$

$$3b = 6 \quad \therefore b = 2$$

$$5a = -10 \quad \therefore a = -2$$

$$15 + ab = c, \quad 15 + (-2) \times 2 = 15 - 4 = 11$$

$$\therefore c = 11$$

$$\therefore a + b + c = (-2) + 2 + 11 = 11$$

16. $(x - 2y - 1)^2$ 을 전개하였을 때 x^2 의 계수를 A , x 의 계수를 B , 상수항을 C 라 할 때, $A + B + C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

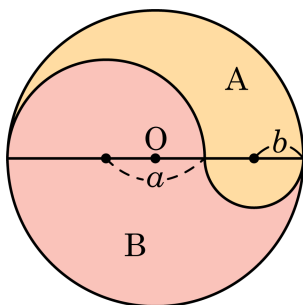
$$\begin{aligned} & (x - 2y - 1)(x - 2y - 1) \\ &= x^2 - 2xy - x - 2xy + 4y^2 + 2y - x + 2y + 1 \\ &= x^2 - 4xy + 4y^2 - 2x + 4y + 1 \end{aligned}$$

x^2 의 계수는 1 , x 의 계수는 -2 , 상수항은 1 이다.

따라서 $A = 1$, $B = -2$, $C = 1$ 이다.

$$\therefore A + B + C = 1 - 2 + 1 = 0$$

17. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 a, b 인 반원으로 큰 원 O를 A, B 두 부분으로 나누었다. 이 때, A, B의 넓이의 차는?



- ① $\pi(a+b)(a+b)$ ② $\pi(a-b)(a-b)$
 ③ $\pi(b-a)(b-a)$ ④ $\pi(a+b)(a-b)$
 ⑤ $\pi(a+b)(b-a)$

해설

(A의 넓이)

$$= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} - \pi a^2 \times \frac{1}{2} + \pi b^2 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 - a^2 + b^2 \}$$

$$= \frac{\pi}{2} (2ab + 2b^2)$$

$$= \pi(ab + b^2)$$

(B의 넓이)

$$= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} + \pi a^2 \times \frac{1}{2} - \pi b^2 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 + a^2 - b^2 \}$$

$$= \frac{\pi}{2} (2ab + 2a^2)$$

$$= \pi(ab + a^2)$$

$$\therefore B - A = \pi(ab + a^2) - \pi(ab + b^2)$$

$$= \pi(a^2 - b^2)$$

$$= \pi(a-b)(a+b)$$

18. $(3x - 2y + 4z)(2x + 2y - 4z)$ 를 전개하였을 때, xy, yz, zx 각각의 계수의 합은?

①

14

② 16

③ 18

④ 20

⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} & (3x - 2y + 4z)(2x + 2y - 4z) \\ &= \{3x - (2y - 4z)\}\{2x + (2y - 4z)\} \end{aligned}$$

$2y - 4z = A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} & (3x - A)(2x + A) \\ &= 6x^2 + Ax - A^2 \end{aligned}$$

$A = 2y - 4z$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} & 6x^2 + (2y - 4z)x - (2y - 4z)^2 \\ &= 6x^2 + 2xy - 4xz - 4y^2 + 16yz - 16z^2 \end{aligned}$$

$\therefore xy, yz, zx$ 각각의 계수의 합 : $2 + 16 + (-4) = 14$

19. 0 이 아닌 정수 a, b 에 대하여 $|a| < 4, |b| < 4, |a| \neq |b|$ 이고 $a > b, ab \neq 0$ 이다. $x = a + b$ 이고 $x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$ 일 때, 자연수 n 에 대하여 $x^{n+3} + x^{n+2} - 2x^{n+1} = 0$ 을 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 몇 개인지 구하여라.



답 :

개



정답 : 3 개

해설

$$x^{n+3} + x^{n+2} - 2x^{n+1} = 0 \text{ 에서}$$

$$x^{n+1}(x^2 + x - 2) = 0, x^{n+1} \neq 0$$

($\because a \neq 0, b \neq 0, |a| \neq |b|$) 이므로

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2) \text{ 이므로}$$

$x = a + b$ 를 대입하면

$$(a + b - 1)(a + b + 2) = 0$$

$$\therefore a + b = 1 \text{ 또는 } a + b = -2$$

이 때 $|a| < 4, |b| < 4, a > b, |a| \neq |b|, ab \neq 0$ 이므로

$$(a, b) = (2, -1), (3, -2), (1, -3)$$

따라서 3 개이다.

20. $x^2 = 1 + y^2$ 이고, $(x - y)^{999} = A$ 라 할 때, $(x + y)^{999}$ 를 A 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{A}$

해설

$$\begin{aligned}(x - y)^{999} \times (x + y)^{999} &= \{(x - y)(x + y)\}^{999} \\ &= (x^2 - y^2)^{999} \\ &= 1^{999} = 1\end{aligned}$$

$$A \times (x + y)^{999} = 1$$

$$\therefore (x + y)^{999} = \frac{1}{A}$$