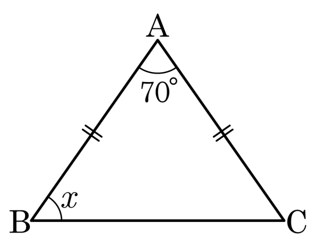
1. 다음 그림과 같은 이등변삼각형에서 $\angle x$ 의 크기는?

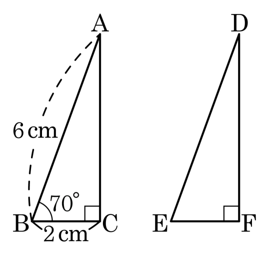


① 40°　　② 45°　　③ 50°　　④ 55°　　⑤ 60°

해설

$\angle x = (180° - 70°) \div 2 = 55°$

2. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$가 합동일 때 $\overline{EF}$의 길이와 $\angle D$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : $\overline{EF} = 2$ cm

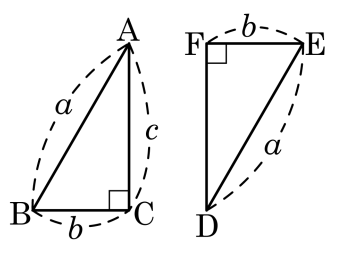
▷ 정답 : $\angle D = 20$ °

해설

대응하는 변의 길이와 대응하는 각의 크기는 각각 같다.

$\therefore \overline{EF} = \overline{BC} = 2(\text{cm}),\ \angle D = 20°$

3. 다음 그림과 같은 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 합동임을 증명하는 과정이다. (1) ~ (5) 안에 알맞은 것을 보기에서 찾아라.



증명)
$\triangle$ABC 와 $\triangle$DEF 에서
$\angle C = \boxed{(1)} = \boxed{(2)}$, $\overline{AB} = \boxed{(3)}$, $\overline{BC} = \boxed{(4)}$
$\therefore$ $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ ($\boxed{(5)}$ 합동)

보기

㉠ $\angle F$	㉡ $\overline{DE}$	㉢ $\overline{DF}$
㉣ $\overline{EF}$	㉤ SAS	㉥ RHS
㉦ RHA	㉧ 90°	㉨ 45°

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉧

▷ 정답 : ㉡

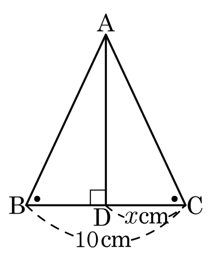
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉥

해설

증명)
$\triangle$ABC 와 $\triangle$DEF 에서
$\angle C = \angle F = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$
$\therefore$ $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ (RHS 합동)

4. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 일 때, x 의 값은?



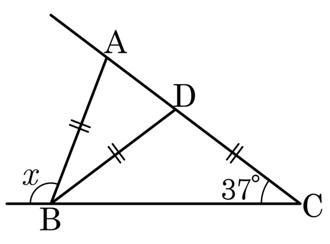
① 3.5 ② 4 ③ 4.5 ④ 5 ⑤ 5.5

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이고 $\overline{AD}$ 는 $\overline{BC}$ 를 수직이등분하므로

$x = \frac{1}{2} \times 10 = 5$

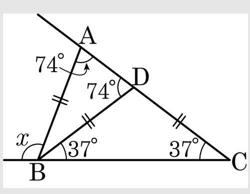
5. 아래 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}=\overline{BD}=\overline{DC}$ 이고 $\angle DCB = 37°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 111°

해설



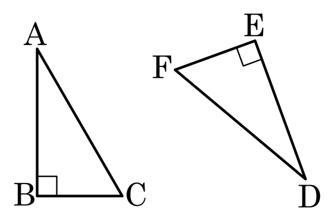
$\angle DBC = \angle DCB = 37°$ 이므로

$\triangle BCD$ 에서 , $\angle ADB = 37° + 37° = 74°$ 이고,

$\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD = \angle BDA = 74°$

따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle x = 74° + 37° = 111°$

6. 다음 중 두 직각삼각형 ABC , DEF 가 서로 합동이 되는 조건이 아닌 것은?



① $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$ ② $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\angle A = \angle D$
③ $\angle A = \angle D$, $\angle C = \angle F$ ④ $\angle A = \angle D$, $\overline{AC} = \overline{DF}$
⑤ $\overline{AC} = \overline{DF}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$

해설

세 내각이 같다고 해서 합동이라 말할 수는 없다.

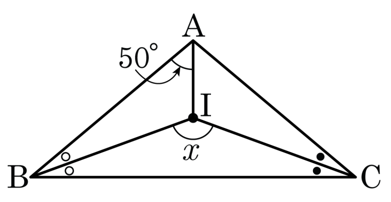
7. 다음은 $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점을 P 라 하고 P 에서 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라고 할 때, $\overline{PA}=\overline{PB}$ 임을 증명하는 과정이다. ( )안에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

[증명]
$\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서
$\angle POA=$ (①) ⋯⋯㉠
(②) 는 공통 ⋯⋯㉡
(③) $=\angle OBP=90°$ ⋯⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle POA\equiv\triangle POB$ (④) 합동
∴ (⑤) $=\overline{PB}$

① $\angle POB$　② $\overline{OP}$　③ $\angle OAP$
④ RHS　⑤ $\overline{PA}$

해설
$\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서$\angle POA=$ ($\angle POB$) ⋯⋯㉠
($\overline{OP}$) 는 공통 ⋯⋯㉡
($\angle OAP$) $=\angle OBP=90°$ ⋯⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle POA\equiv\triangle POB$ (RHA) 합동
∴ ($\overline{PA}$) $=\overline{PB}$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

8. 다음 그림에서 점 I는 $\angle B$와 $\angle C$의 내각의 이등분선의 교점이다. $\angle IAB = 50°$일 때, $\angle x$의 크기는?

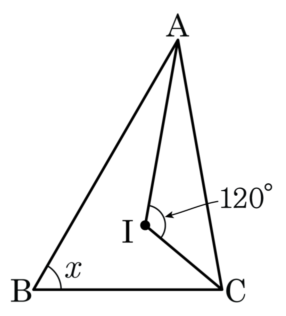


① $120°$　② $130°$　③ $140°$　④ $150°$　⑤ $160°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\angle IAB = \angle IAC$이므로 $\angle BAC = 100°$이다.
$\triangle ABC$의 내각의 크기의 합이 $180°$이므로
$\angle BAC + 2\bullet + 2\times = 180°$이다.
$\therefore \bullet + \times = 40°$
$\triangle IBC$의 내각의 크기의 합이 $180°$이므로
$\angle x + \bullet + \times = 180°$이다.
$\therefore\ \angle x = 140°$

9. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때 $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 60 °

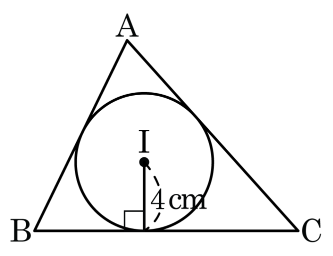
해설

$\frac{x}{2}+90^{\circ}=120^{\circ}$,

$\frac{x}{2}=30^{\circ}$

$\therefore\ x=60^{\circ}$

10. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이가 $40 cm^2$ 이다. 이 때, $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}$ 의 값을 구하면?



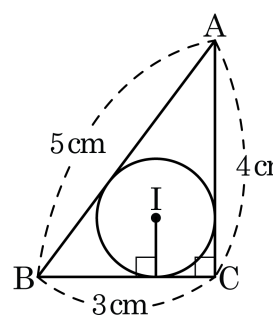
① 17cm ② 18cm ③ 19cm ④ 20cm ⑤ 21cm

해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}) = 40$ 이다.

따라서 $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 20cm$ 이다.

11. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\text{cm}$ 이고, $\angle C = 90°$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는?



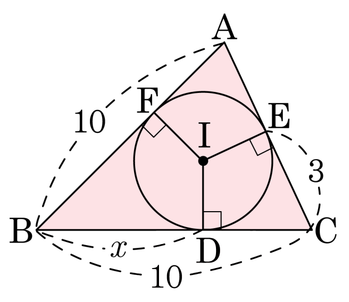
① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (3+4+5) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ 이다. 따라서 $r = 1\text{cm}$ 이다.

12. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. x 의 값을 구하여라.



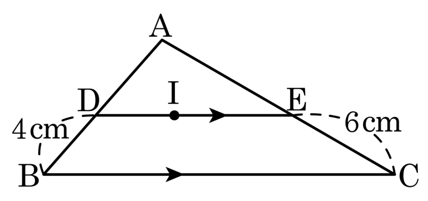
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\overline{CE} = \overline{CD} = 3$이다.
$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = x + 3 = 10$
$\therefore x = \overline{BD} = 7$

13. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{BC}$ 와 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 교점을 각각 D , E 라고 한다. $\overline{BD} = 4cm$, $\overline{CE} = 6cm$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



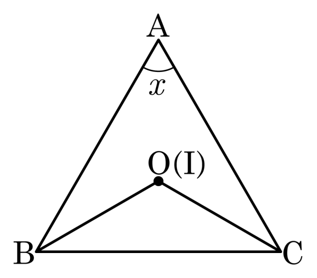
① 8cm ② 9cm ③ 10cm ④ 11cm ⑤ 12cm

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로

$\overline{DE} = 4 + 6 = 10(cm)$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



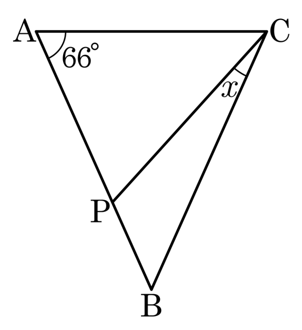
▶ 답: ______ °

▷ 정답: 60 °

해설

$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때는 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.
따라서 $x = 60°$ 이다.

15. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{CB}$, $\overline{CA} = \overline{CP}$ 이고, $\angle A = 66°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 16° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 24°

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

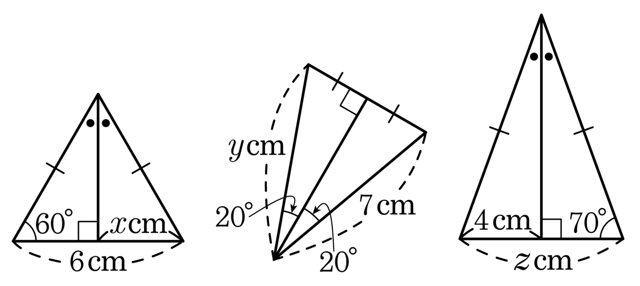
$\angle BCA = 66°$

또 $\triangle ACP$ 도 이등변삼각형이므로

$\angle ACP = 180° - 2 \times 66° = 48°$

$\therefore \angle x = 66° - 48° = 18°$

16. 다음과 같이 모양이 서로 다른 이등변삼각형 3 개가 있다. 이때, $x+y+z$ 의 값은 ?

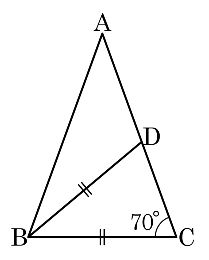


① 18cm ② 19cm ③ 20cm ④ 21cm ⑤ 22cm

해설

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$x = 3(\mathrm{cm})$
$y = 7(\mathrm{cm})$
$z = 4 + 4 = 8(\mathrm{cm})$
$\therefore\ x + y + z = 3 + 7 + 8 = 18(\mathrm{cm})$

17. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BC} = \overline{BD}$ 이고, $\angle BCD = 70°$ 일 때, $\angle ABD$ 의 크기는?

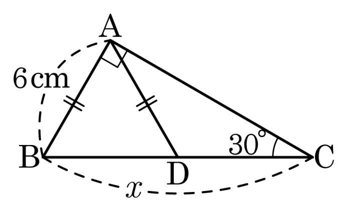


① 30° ② 32° ③ 34° ④ 36° ⑤ 38°

해설

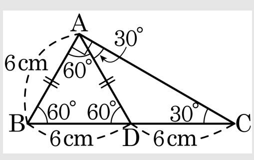
$\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle BDC = 70°$
$\angle CBD = 180° - 2 \times 70° = 40°$
또 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle ABC = \angle ACB = 70°$
따라서 $\angle ABD = 70° - 40° = 30°$

18. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AD}=\overline{CD}$, $\overline{AB}=6\text{cm}$ 이고, $\angle ACB=30°$ 일 때, x 의 길이는?



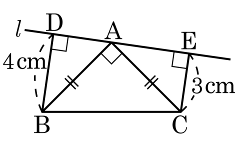
① 4cm ② 6cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설



$\triangle DCA$ 에서 이등변삼각형이면 두 밑각의 크기가 같으므로 $\angle DCA=\angle DAC=30°$ 이다.
$\angle ADB=60°$, $\angle DAB=60°$, $\angle ABD=60°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 정삼각형이다.
따라서 $\overline{AB}=\overline{BD}=\overline{AD}=6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DC}=6\text{cm}$ 이다. 따라서 $x=12\,\text{cm}$ 이다.

19. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 꼭짓점 A 를 지나는 직선 l 위에 점 B, C 에서 각각 수선 $\overline{BD}$, $\overline{CE}$ 를 그은 것이다. $\overline{DE}$ 의 길이는?

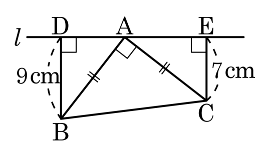


① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CAE$ 에서 $\angle BDA = \angle AEC = 90°$, $\overline{AB} = \overline{CA}$ 이고
$\triangle ABD$ 에서 $\angle DBA + \angle BAD = 90°$ 이고
$\angle BAD + \angle CAE = 90°$ 이므로 $\angle DBA = \angle CAE$
$\therefore \triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)
$\overline{BD} = \overline{AE}, \overline{DA} = \overline{EC}$ 이므로
$\therefore \overline{DE} = \overline{DB} + \overline{EC} = 4 + 3 = 7(\text{cm})$

20. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변 삼각형의 두 꼭짓점 B, C 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{BD} = 9\text{cm}$, $\overline{CE} = 7\text{cm}$ 일 때, 사다리꼴 BCED 의 넓이는?

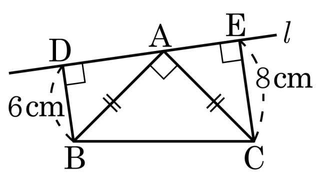


① 81cm^2　② 96cm^2　③ 112cm^2　④ 128cm^2　⑤ 256cm^2

해설

$\triangle$ABD , $\triangle$CAE 에 대하여
$\angle BAD = \angle x$ 로 두면,
$\angle CAE = 180° - 90° - \angle x = 90° - \angle x$
$\angle ABD = 180° - 90° - \angle x = 90° - \angle x = \angle CAE$
$\overline{AB} = \overline{CA}$
직각삼각형에서 빗변과 다른 한 각이 같으면 두 삼각형이 합동이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)
따라서 $\overline{DA} = 7\text{cm}$, $\overline{AE} = 9\text{cm}$ 이다.
사다리꼴 BCED 의 넓이$= \dfrac{(9+7)\times(9+7)}{2} = 128(\text{cm}^2)$

21. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형이다. 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는?



① $12\,\text{cm}^2$ ② $18\,\text{cm}^2$ ③ $24\,\text{cm}^2$

④ $30\,\text{cm}^2$ ⑤ $36\,\text{cm}^2$

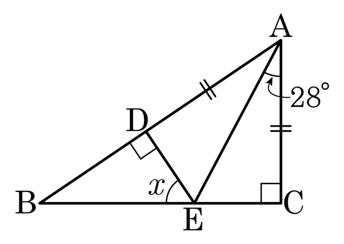
해설

$\triangle ADB \equiv \triangle CEA$(RHA합동) 이므로

$\overline{AD} = \overline{CE} = 8(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24(\text{cm}^2)$

22. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC}=\overline{AD}$, $\angle EAC = 28°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

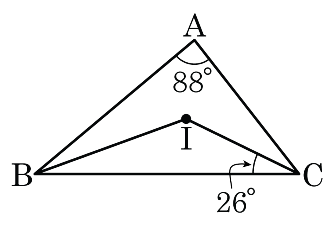


① 54° ② 56° ③ 58° ④ 60° ⑤ 62°

해설

$\triangle AED \equiv \triangle AEC$ (RHS 합동)
$\angle AED = \angle AEC = 62°$
$\therefore \angle x = 180° - (62° + 62°) = 56°$

23. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle A = 88°$일 때, $\angle BIC$의 크기는?



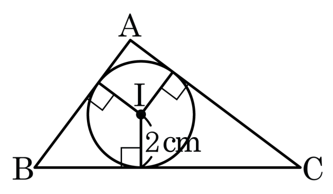
① $44°$ ② $67°$ ③ $84°$ ④ $134°$ ⑤ $176°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

$\therefore\ \angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 88° = 134°$

24. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 내접원의 반지름의 길이는 2cm 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 $24cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 둘레의 길이는?



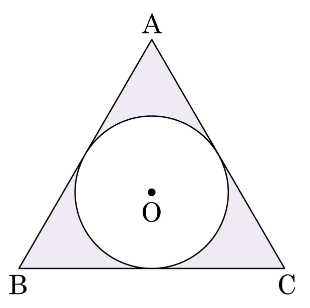
① 12cm ② 16cm ③ 20cm ④ 24cm ⑤ 28cm

해설

$\frac{1}{2} \times 2 \times (\triangle ABC\text{의 둘레}) = 24$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 24cm 이다.

25. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$의 내접원이다. $\triangle ABC$의 둘레의 길이가 $30\,cm$이고 원 O의 둘레의 길이가 $8\pi\,cm$일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad cm^2}$

▷ 정답 : $60-16\pi\,\underline{cm^2}$

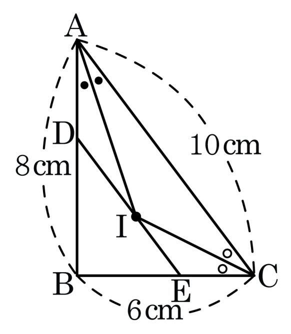
해설

원 O의 둘레의 길이가
$8\pi\,cm$이므로 원 O의 반지름의 길이를 $r\,cm$라 하면 $2\pi r = 8\pi$
에서 $r = 4(\,cm)$

$\triangle$(ABC의 넓이)
$= \dfrac{1}{2} \times$ (내접원의 반지름의 길이)
$\times$ (삼각형의 둘레의 길이) 이므로
$\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 4 \times 30 = 60(\,cm^2)$

(원 O의 넓이) $= \pi \times 4^2 = 16\pi(\,cm^2)$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이) $= 60 - 16\pi(\,cm^2)$

26. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 점 I 라고 하고 점 I 를 지나고 $\overline{AC}$ 에 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 와의 교점을 각각 D, E 라 할 때, $\triangle BDE$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



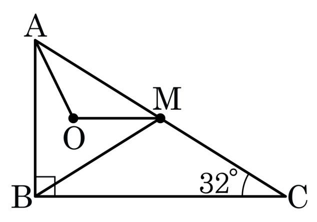
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 14 cm

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE} // \overline{AC}$ 일 때,
($\triangle BED$ 의 둘레의 길이) $= \overline{BC} + \overline{BA}$
따라서 $\triangle BED$ 의 둘레의 길이는 14cm 이다.

27. 다음 그림에서 $\angle C = 32°$ 인 삼각형 ABC 의 외심이 M 이고, 삼각형 ABM 의 외심을 O 라 할 때, $\angle AOM$ 의 크기를 구하여라.



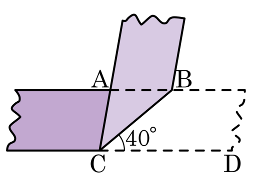
▶ 답: $\underline{\quad}°$

▷ 정답: 116°

해설

외심이 선분 AC 위에 있으므로 삼각형 ABC 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이며 점 M 은 선분 AC 의 중점임을 알 수 있다.
$\triangle MBC$ 에서 $\overline{MB} = \overline{MC}$ 이므로
$\angle C = \angle MBC = 32°$
$\therefore\ \angle ABM = 90 - 32 = 58°$
점 O 가 삼각형 ABM 의 외심이므로
$\therefore\ \angle AOM = 2\angle ABM = 116°$

28. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle BCD = 40°$ 이다. 이때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 100 °

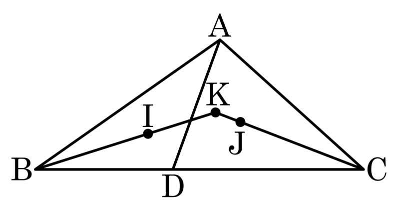
해설

$\angle BCD = \angle BCA = 40°$

$\angle BCD = \angle ABC = 40°$ (엇각)

$\angle BAC = 180° - 80° = 100°$

29. 다음 그림과 같이 $\angle ADC = 70°$, $\angle C = 42°$ 인 삼각형 ABC 의 변 BC 위에 $\overline{BD} = \overline{AD}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, 삼각형 ABD, ACD 의 내심을 각각 I, J 라 하자. 선분 BI 와 선분 CJ 의 연장선의 교점을 K 라 할 때, $\angle IKJ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 141.5°

해설

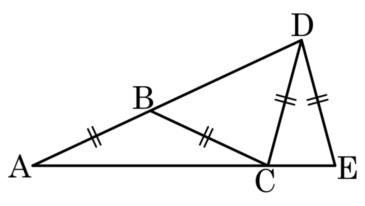
$\overline{BD} = \overline{AD}$ 이므로 $\angle ABD = \frac{1}{2}\angle ADC = 35°$

점 J 는 내심이므로 $\angle JCD = 42° \times \frac{1}{2} = 21°$

점 I 는 내심이므로 $\angle IBD = \angle ABD \times \frac{1}{2} = 17.5°$

따라서 $\angle IKJ = 180° - (21° + 17.5°) = 141.5°$ 이다.

30. 다음 그림과 같은 $\triangle ADE$ 에서 $\angle ADE = 80°$ 이고 점 B, C 는 각각 $\overline{AD}, \overline{AE}$ 위에 있다. $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $25\underline{°}$

해설

$\angle A$ 의 크기를 $\angle x$ 라고 하면

$\angle BAC = \angle BCA \quad = \quad \angle x, \angle CBD = \angle CDB \quad = \quad 2\angle x, \angle DCE = \angle DEC = 3\angle x$

$\triangle ADE$ 에서

$\angle DAE + \angle DEA + 80° = 180°$

$\angle x + 3\angle x = 100°$

$\angle x = 25°$