

1. 다음 중 $\sqrt{35-x}$ 가 자연수가 되게 하는 자연수 x 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 10

해설

① $\sqrt{35-1} = \sqrt{34}$ 이고 34 는 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.

② $\sqrt{35-3} = \sqrt{32}$ 이고 32 는 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.

③ $\sqrt{35-5} = \sqrt{30}$ 이고 30 은 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.

④ $\sqrt{35-7} = \sqrt{28}$ 이고 28 는 제곱수가 아니므로 자연수가 되지 않는다.

⑤ $\sqrt{35-10} = \sqrt{25}$ 이고 $25 = 5^2$ 이므로 자연수 5 가 된다.

2. 다음 중 안에 들어갈 수가 나머지 넷과 다른 것은?

① $(x-4)(x+2) = x^2 - \text{}x - 8$

② $(-x+2y)(x+\text{}y) = -x^2 + 4y^2$

③ $(a+2)(3a-4) = 3a^2 + \text{}a - 8$

④ $(2x+1)^2 = 4x^2 + \text{}x + 1$

⑤ $(x+y-2)(x+y+2) = x^2 + \text{}xy + y^2 - 4$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 2

④ : 4

3. 다음 식을 인수분해하면?

$$4a^2 - 9b^2$$

① $(2a + 3b)(2a - b)$

② $(2a + b)(2a - 3b)$

③ $(2a + 3b)(2a - 3b)$

④ $(4a + 3b)(a - 3b)$

⑤ $(2a + 9b)(2a - b)$

해설

$$4a^2 - 9b^2 = (2a)^2 - (3b)^2 = (2a + 3b)(2a - 3b)$$

4. $Ax^2 - 4xy - 10y^2 = (3x + By)(2x + 2y)$ 일 때, AB 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $AB = -30$

해설

$$\begin{aligned}(3x + By)(2x + 2y) &= 6x^2 + 6xy + 2Bxy + 2By^2 \\ &= Ax^2 - 4xy - 10y^2\end{aligned}$$

$$\therefore A = 6, 6 + 2B = -4, B = -5$$

$$\therefore AB = -30$$

5. $x = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$ 일 때, $4x^2 - 4x + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$x = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \rightarrow 2x-1 = \sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$4x^2 - 4x + 1 = (2x-1)^2$$

$$= (\sqrt{3})^2 = 3$$

6. 두 이차방정식이 중근을 가질 때, $n - m$ 의 값을 구하여라.

$$x^2 - 6x = m, (x - 5)^2 = n$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$x^2 - 6x - m = 0$ 이 중근을 가지려면 $(x - 3)^2 = 0$ 꼴이 되어야 한다.

$$\therefore -m = 9, m = -9$$

$(x - 5)^2 = n$ 이 중근을 가지려면 $n = 0$ 이어야 한다.

$$\therefore n - m = 0 - (-9) = 9$$

7. 다음 보기는 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프의 특징을 적은 것이다. 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 꼭짓점이 원점이고, y 축에 대하여 대칭이다.
- ㉡ 점 $(-3, 27)$ 을 지난다.
- ㉢ 아래로 볼록하며, 제 1, 2 사분면을 지난다.
- ㉣ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.
- ㉤ $x < 0$ 인 범위에서 x 가 증가하면 y 도 증가한다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.

꼭짓점은 $(0, 0)$, 대칭축은 y 축, 즉 $x = 0$

$a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록
 $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.

$y = -ax^2$ 과 x 축에 대하여 대칭

이상의 성질에서 볼 때, ㉠, ㉡, ㉢은 옳다.

㉣ 아래로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로 $y \geq 0$

㉤ 아래로 볼록하고 축이 $x = 0$ 이므로

$x > 0$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다. 따라서 옳지 않다.

8. 이차함수 $y = (x+3)^2 - 9$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -9)$ 이다.
- ② 대칭축은 $x = -3$ 이다.
- ③ 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.
- ④ x 축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면을 모두 지난다.

해설

⑤ 제 4 사분면을 지나지 않는다.

9. $a > 0$, $b < 0$ 일 때, $\sqrt{(2a)^2} + \sqrt{(-a)^2} - \sqrt{(5b)^2}$ 을 간단히 하면?

① $a - 5b$

② $a + 5b$

③ $3a - 5b$

④ $3a + 5b$

⑤ $5a - 5b$

해설

$$2a + a - (-5b) = 3a + 5b$$

10. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{24} < 5$

② $\sqrt{17} > 4$

③ $4 < \sqrt{20}$

④ $\frac{\sqrt{2}}{6} < \frac{\sqrt{3}}{6}$

⑤ $\sqrt{0.7} < 0.7$

해설

$\sqrt{0.7} > \sqrt{0.49}$ 이므로 $\sqrt{0.7} > 0.7$ 이다.

11. $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} - \sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$ 을 계산하면?

① $1 - \sqrt{3}$

② $5 - 3\sqrt{3}$

③ 0

④ $-5 - \sqrt{3}$

⑤ $5 - \sqrt{3}$

해설

$\sqrt{3} - 2 < 0$, $2 - \sqrt{3} > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} |\sqrt{3} - 2| - |2 - \sqrt{3}| &= -(\sqrt{3} - 2) - (2 - \sqrt{3}) \\ &= -\sqrt{3} + 2 - 2 + \sqrt{3} \\ &= 0 \end{aligned}$$

12. $\sqrt{50} < x < \sqrt{100}$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

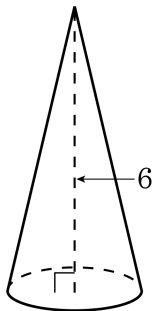
▷ 정답 : 2

해설

$$\sqrt{50} < \sqrt{x^2} < \sqrt{100} \text{ 이므로 } x^2 = 64, 81$$

$$\therefore x = 8, 9$$

13. 다음 그림의 원뿔의 부피가 12 일 때, 밑면의 반지름의 길이를 구하여라. (원주율은 3으로 한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \sqrt{2}$

해설

$$12 = \frac{1}{3} \times x^2 \times 3 \times 6$$

$$12 = 6x^2$$

$$\therefore x = \sqrt{2} \quad (\because x > 0)$$

14. 다음은 $a^2 + 3a$ 를 t 로 치환하여 인수분해하는 과정이다. 만족하는 상수 ㉠, ㉡, ㉢을 차례로 나열한 것은?

$$\begin{aligned}(a^2 + 3a - 2)(a^2 + 3a + 4) - 27 \\&= (t - 2)(t + 4) - 27 = t^2 + 2t - ㉠ \\&= (t + ㉡)(t - ㉢) \\&= (a^2 + 3a + ㉡)(a^2 + 3a - ㉢)\end{aligned}$$

㉠ 35, 5, 7

㉡ 27, 7, 5

㉢ 27, 5, 7

㉣ 35, 7, -5

㉤ 35, 7, 5

해설

$a^2 + 3a = t$ 라 하면

$$(t - 2)(t + 4) - 27$$

$$= t^2 + 2t - 35$$

$$= (t + 7)(t - 5)$$

$$= (a^2 + 3a + 7)(a^2 + 3a - 5)$$

따라서 ㉠ = 35, ㉡ = 7, ㉢ = 5 이다.

15. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 6x + 2a + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값과 중근을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{5}{2}$ 또는 2.5

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$$x^2 - 6x + 2a + 4 = 0, 2a + 4 = 9, a = \frac{5}{2}$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0, (x - 3)^2 = 0, x = 3(\text{중근})$$

16. 이차함수 $y = x^2 + ax + 5$ 의 축의 방정식이 $x = 3$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$y = x^2 + ax + 5 = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + 5,$$

$$\text{축이 } x = 3 \text{ 이므로 } -\frac{a}{2} = 3,$$

$$\therefore a = -6$$

17. 포물선 $y = 2x^2 - 5x - 12$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라고 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{2}$

해설

$y = 2x^2 - 5x - 12$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표는 $2x^2 - 5x - 12 = 0$ 의 근과 같다.

$$2x^2 - 5x - 12 = 0 ,$$

$$(2x + 3)(x - 4) = 0 ,$$

$$x = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 4 ,$$

$$\therefore \overline{AB} = 4 - \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{11}{2}$$

18. $x^2 = 4$, $y^2 = 9$ 이고 $x - y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① -10

② -5

③ 0

④ 5

⑤ 10

해설

$$x = \pm 2, y = \pm 3$$

$$x - y = -1, 5, -5, 1$$

$$\therefore M - m = 5 - (-5) = 10$$

19. 자연수 1에서 n 까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 자연수 5부터 n 까지의 합이 200일 때, n 의 값은?

① 15

② 17

③ 19

④ 20

⑤ 21

해설

$$(5 + 6 + 7 + \cdots + n) = (1 + 2 + \cdots + n) - (1 + 2 + 3 + 4)$$

$$\frac{n(n+1)}{2} - 10 = 200 \text{ 이므로}$$

$$n(n+1) = 210$$

$$n^2 + n - 420 = 0$$

$$(n-20)(n+21) = 0$$

$$n > 0 \text{ 이므로 } n = 20 \text{ 이다.}$$

20. $6x^2 - 13xy - 5y^2 = 0$ 일 때, $\frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ 의 값은? (단, $xy > 0$)

① $\frac{11}{10}$

② $\frac{13}{10}$

③ $\frac{17}{10}$

④ $\frac{23}{10}$

⑤ $\frac{29}{10}$

해설

등식을 y^2 으로 나누면, $\frac{6x^2}{y^2} - \frac{13x}{y} - 5 = 0$

$\frac{x}{y} = t$ 로 치환하면 $6t^2 - 13t - 5 = 0$

$(2t - 5)(3t + 1) = 0 \quad \therefore t = \frac{5}{2} (\because xy > 0)$

$\therefore \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{2}{5} + \frac{5}{2} = \frac{29}{10}$

21. 어린이를 낳을 맞이하여 구슬 126 개를 어린이들에게 똑같이 나누어 주었다. 그 후에 어린이 5 명이 더 와서 어린이들에게 나누어 주었던 구슬을 5 개씩 회수하여, 나중에 온 5 명의 어린이들에게 똑같이 주었더니 모든 어린이들에게 돌아간 구슬의 수가 같게 되었다. 처음 어린이들의 수는?

① 5 명

② 6 명

③ 7 명

④ 8 명

⑤ 9 명

해설

처음 어린이의 수를 x 명이라 하면

처음 한 사람당 받은 구슬의 수는 $\frac{126}{x}$ 개

나중 어린이 수는 $(x + 5)$ 명

나중에 한 사람당 받은 구슬의 수는 $\left(\frac{126}{x} - 5\right)$ 개 이므로

$$\left(\frac{126}{x} - 5\right)(x + 5) = 126$$

$x > 0$ 이므로 $x = 9$

22. $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 그래프의 x 절편과 y 절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

① 8

② 10

③ 12

④ 14

⑤ 16

해설

$y = 2(x + 3)^2 - 2 = 2x^2 + 12x + 16$ 에서 x 절편은 -4 와 -2 , y 절편은 16

따라서 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2 \times 16 = 16$ 이다.

23. $x^2 - 10x + A = (x + B)^2$ 에서 A, B 에 맞는 수를 써라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 25$

▷ 정답 : $B = -5$

해설

$$\begin{aligned}(x + B)^2 &= x^2 + 2Bx + B^2 \\ &= x^2 - 10x + A\end{aligned}$$

$$2B = -10 \quad \therefore B = -5$$

$$B^2 = (-5)^2 = A \quad \therefore A = 25$$

24. 지면에서 30m/s 의 속도로 쏘아올린 물체의 t 초 후의 높이를 $h\text{m}$ 라 하면 $h = 30t - 5t^2$ 이다. 이 물체가 지면으로부터 40m 높이에 올라간 때로부터 지면으로부터 10m 의 높이에 올 때까지 공중에 머무르는 시간은 몇 초인지 구하여라.

▶ 답 : 초

▷ 정답 : $1 + \sqrt{7}$ 초

해설

(1) 공의 높이가 40m 일 때이므로 $h = 40$ 을 대입하면

$$40 = 30t - 5t^2$$

$$t^2 - 6t + 8 = 0$$

$$\therefore t = 2 \text{ 또는 } 4$$

(2) 공의 높이가 10m 일 때이므로 $h = 10$ 을 대입하면

$$10 = 30t - 5t^2$$

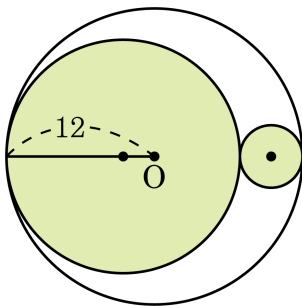
$$t^2 - 6t + 2 = 0$$

$$\therefore t = 3 \pm \sqrt{7}$$

따라서 (1)에서 2 초 후에 물체가 지면으로부터 40m 높이의 위치를 올라갔다가

(2)에서 $3 + \sqrt{7}$ 초 후에 높이 10m 를 지나므로 물체가 지면으로부터 40m 높이에 올라간 때로부터 지면으로부터 10m 의 높이에 올 때까지 공중에 머무르는 시간은 $3 + \sqrt{7} - 2 = 1 + \sqrt{7}$ 초 동안이다.

25. 다음 그림에서 색칠된 부분의 넓이가 원 O의 넓이의 $\frac{2}{3}$ 가 될 때, 색칠한 두 개의 원 중 큰 것의 반지름의 길이는?



① $4 + 2\sqrt{3}$

② $6 + 2\sqrt{3}$

③ $4 + 3\sqrt{2}$

④ $3 + 2\sqrt{6}$

⑤ $2 + 6\sqrt{3}$

해설

$$(\text{큰 원의 반지름}) = x$$

$$(\text{작은 원의 반지름}) = \frac{24 - 2x}{2} = 12 - x$$

$$\pi \{x^2 + (12 - x)^2\} = 144\pi \times \frac{2}{3}$$

$$x^2 - 12x + 24 = 0$$

$$x = 6 \pm 2\sqrt{3}$$

$$\therefore x = 6 + 2\sqrt{3} \quad (\because 6 < x < 12)$$