

1. 이차방정식 $a^2x^2 + 2(2-a)x + 1 = 0$ 이 해를 갖지 않도록 하는 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은?

① 0 ② 2 ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ -1

해설

$$D = 4(2-a)^2 - 4a^2 < 0$$

$$\therefore a > 1$$

2. $x^2 + 6x + 11 - a = 0$ 이 하나의 근을 가질 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$D/4 = 3^2 - (11 - a) = 0$$

$$\therefore a = 2$$

3. 이차방정식 $4x^2 - x + k + 2 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖기 위한 k 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k < -\frac{31}{16}$

해설

$4x^2 - x + k + 2 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가지려면 $D = b^2 - 4ac > 0$

$D = 1 - 4 \times 4 \times (k + 2) > 0$

$1 - 16k - 32 > 0$

$-16k > 31$

$\therefore k < -\frac{31}{16}$

4. 다음 이차방정식이 해를 1 개 가질 때 k 의 값은?

$$x^2 - 8x + 9 - k = 0$$

- ① -7 ② -2 ③ 7 ④ 17 ⑤ 25

해설

중근을 가질 때 판별식 $D = 0$

$$D = (-8)^2 - 4(9 - k) = 0$$

$$\therefore k = -7$$

5. 이차방정식 $ax^2 - (a+3)x + 3a = 0$ 의 한 근이 $x = -2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{3}$

해설

이차방정식 $ax^2 - (a+3)x + 3a = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면,

$$4a + 2a + 6 + 3a = 0, 9a + 6 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

6. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, 2일 때, $a - b$ 의 값은?

① 1

② -2

③ 2

④ 10

⑤ -10

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $2 + a + b = 0$

$x = 2$ 를 대입하면 $8 + 2a + b = 0$

두 방정식을 연립하여 풀면 $a = -6, b = 4$

$\therefore a - b = -10$

7. 이차방정식 $x^2 + ax - 20 = 0$ 의 한 근이 5 이고, 다른 한 근은 $2x^2 - 3x + b = 0$ 의 근일 때, a, b 의 값을 각각 구하면?

① $a = 1, b = 44$

② $a = 1, b = -44$

③ $a = -1, b = -44$

④ $a = -44, b = 1$

⑤ $a = -44, b = -1$

해설

$x = 5$ 를 $x^2 + ax - 20 = 0$ 에 대입하면

$$25 + 5a - 20 = 0 \therefore a = -1$$

$$x^2 - x - 20 = 0, (x - 5)(x + 4) = 0$$

따라서 다른 한 근은 $x = -4$ 이다.

$x = -4$ 를 $2x^2 - 3x + b = 0$ 에 대입하면

$$32 + 12 + b = 0$$

$$\therefore b = -44$$

8. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 - px - ap - 3q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 3$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = 3$ 이 근이므로 $9a - 3p - ap - 3q = 0$ 이고

a 의 값에 관계없이 성립하므로

$(9 - p)a - 3(p + q) = 0$ 에 의하여

$p = 9, q = -9$ 이다.

$\therefore p + q = 0$

9. 이차방정식 $7\left(x + \frac{1}{6}\right) + 3 = 6\left(x + \frac{1}{6}\right)^2$ 의 두 근을 α, β 라 할 때 $\alpha + \beta = \frac{m}{n}$ (단, m, n 은 서로소) 이다. $m + n$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha > \beta$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$x + \frac{1}{6} = t \text{ 라 하면 } 6t^2 - 7t - 3 = 0$$

$$(3t + 1)(2t - 3) = 0$$

$$t = -\frac{1}{3} \text{ 또는 } t = \frac{3}{2}$$

$$\therefore x = \frac{4}{3} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha + \beta = \frac{5}{6}$$

$$\therefore m + n = 5 + 6 = 11$$

10. $(a-b)^2 - 5(a-b) - 6 = 0$, $ab = 12$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, $a < b$)

① 16

② 25

③ 36

④ 49

⑤ 60

해설

$$a - b = X \text{로 치환하면 } X^2 - 5X - 6 = 0$$

$$(X - 6)(X + 1) = 0, X = 6 \text{ 또는 } X = -1$$

$$a < b \text{ 이므로 } a - b = -1$$

$$\begin{aligned} \therefore a^2 + b^2 &= (a - b)^2 + 2ab \\ &= (-1)^2 + 2 \times 12 = 25 \end{aligned}$$

11. $(a+b)^2 - 20(a+b) + 96 = 0$ 을 만족하는 두 수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값이 될 수 있는 수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$a+b=t$ 로 놓으면
 $t^2 - 20t + 96 = 0$
 $(t-8)(t-12) = 0$
 $t=8$ 또는 $t=12$
 $\therefore 8+12=20$

12. 이차방정식 $(x-3)^2 - (x-3) = 12$ 를 풀면?

① $x = -3$ 또는 $x = 4$

② $x = -4$ 또는 $x = 3$

③ $x = 0$ 또는 $x = 7$

④ $x = -7$ 또는 $x = 0$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = 6$

해설

$$(x-3)^2 - (x-3) = 12$$

$$x-3 = A \text{ 라고 하면}$$

$$A^2 - A - 12 = 0$$

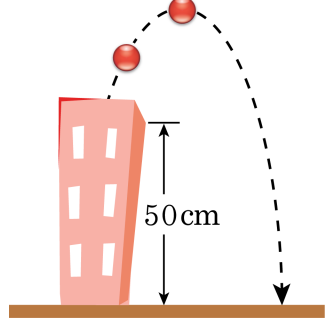
$$(A-4)(A+3) = 0$$

$$(x-3-4)(x-3+3) = 0$$

$$x(x-7) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 7$$

13. 지면으로부터 50m 되는 높이에서 초속 25m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 25t + 50$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 올라가는 최고점의 높이를 구하여라. (단, 단위는 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 81.25

해설

최고점까지 걸린 시간은 옥상의 높이와 같은 50m 를 지날 때의 시간의 절반이므로

$$-5t^2 + 25t + 50 = 50$$

$$t = 5$$

따라서 최고점까지 걸린 시간은 2.5 초이다.

최고점까지의 거리는 물체가 2.5 초만큼 움직인 거리이므로

$$h = -5t^2 + 25t + 50 = 81.25(\text{m})$$

14. 면으로부터 50m 되는 높이에서 던져올린 물체의 t 초 후의 높이를 h 라고 할 때, t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 15t + 50$ 인 관계가 성립한다. 이 물체는 몇 초 후에 땅에 떨어지는가?

① 2 초 ② 3 초 ③ 4 초 ④ 5 초 ⑤ 7 초

해설

$-5t^2 + 15t + 50 = 0 \rightarrow t^2 - 3t - 10 = 0$
 $\rightarrow (t - 5)(t + 2) = 0 \rightarrow t = -2, 5$ 이므로
따라서 $t = 5(t > 0)$ 이다.

15. 지면으로부터 70 m 되는 건물의 꼭대기에서 초속 25 m 로 곧바로 위로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 25t + 70$ 인 관계식이 성립한다. 이 물체의 지면으로부터의 높이가 100 m 일 때는 쏘아 올린지 몇 초 후인지 모두 구하여라.

▶ 답: 초▶ 답: 초

▷ 정답 : 2 초

▶ 정답 : 3 초

해설

$100 = -5t^2 + 25t + 70$ 에서

$$5t^2 - 25t + 30 = 0$$

$$t^2 - 5t + 6 = 0$$

$$t = 2 \text{ 또는 } t = 3$$

16. 지면에서 초속 40m 의 속도로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라 할 때, $h = 40t - 5t^2$ 이다. 물체가 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인가?

① 5 초 후

② 6 초 후

③ 7 초 후

④ 8 초 후

⑤ 9 초 후

해설

지면에 떨어지는 것은 높이가 0 일 때이다.

$$0 = 40t - 5t^2, \quad t^2 - 8t = 0 \rightarrow t(t - 8) = 0$$

$t > 0$ 이므로 $t = 8$

$\therefore$ 8 초 후

17. 이차방정식 $3x^2 - 16x - ax + 4a + 15 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 6$

▷ 정답 : $a = 10$

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x-4)+3x^2-16x+15=0$ 이다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{3x^2 - 16x + 15}{(x-4)(3x-4) - 1} \\ &= \frac{x-4}{3x-4 - \frac{1}{x-4}} \end{aligned}$$

a 는 정수이므로 $x-4 = \pm 1$ 이다.

$x = 3$ 또는 $x = 5$ 이므로

(i) $x = 3$ 일 때, $a = 6$

(ii) $x = 5$ 일 때, $a = 10$ 이다.

18. 이차방정식 $0.2x^2 - 0.3x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 큰 근을 k 라고 할 때, k 보다 크지 않은 최대의 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$0.2x^2 - 0.3x - 1 = 0$ 의 양변에 10 을 곱하면

$$2x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{89}}{4}$$

따라서 $k = \frac{3 + \sqrt{89}}{4}$ 이므로 최대 정수는 3 이다.

19. 이차방정식 $x^2 + ax + 6 = 0$ 의 두 근이 모두 정수일 때, a 가 될 수 있는 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

▷ 정답 : -5

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 7

해설

곱이 6 인 두 정수는
 $6 = 2 \times 3 = 1 \times 6 = (-2) \times (-3) = (-1) \times (-6)$
(2, 3), (-2, -3), (1, 6), (-1, -6)
이므로 두 수의 합은
 $a = 5$ 또는 $a = -5$ 또는 $a = 7$ 또는 $a = -7$ 이다.

20. 이차방정식 $2x^2 - 9x - ax + 3a + 8 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값들의 합을 구하면?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x-3) + 2x^2 - 9x + 8 = 0$ 이다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{2x^2 - 9x + 8}{x-3} \\ &= \frac{(x-3)(2x-3) - 1}{x-3} \\ &= 2x - 3 - \frac{1}{x-3} \end{aligned}$$

a 는 정수이므로 $x-3 = \pm 1$ 이다.

$x = 2$ 또는 $x = 4$ 이므로

(i) $x = 2$ 일 때, $a = 2$

(ii) $x = 4$ 일 때, $a = 4$ 이다.

따라서 정수 a 의 값들의 합은 $2 + 4 = 6$ 이다.