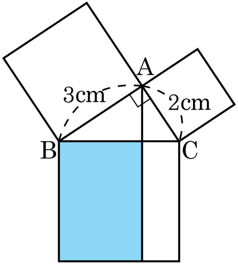
1. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 3 개의 정사각형을 만들었을 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $9\,cm^2$

해설

$\overline{AB}$ 를 포함한 사각형의 넓이와 색칠한 부분의 넓이는 같다.
따라서 $3^2 = 9(cm^2)$ 이다.

2. 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = c, \overline{BC} = a, \overline{CA} = b$ (단, c 가 가장 긴 변)이라 하자. $c^2 - a^2 > b^2$ 이 성립한다고 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\angle C < 90°$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.

② $\angle C > 90°$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.

③ $\angle C < 90°$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.

④ $\angle C > 90°$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.

⑤ $\angle C = 90°$ 이고 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

해설

삼각형의 가장 긴 변의 대각의 크기에 따라 둔각삼각형, 직각삼각형, 예각삼각형인지 결정된다.
변 c 의 대각은 $\angle C$ 이고,
c 가 가장 긴 변이므로
$c^2 > a^2 + b^2$ 이 성립하게 되면
삼각형ABC 는 둔각삼각형이고
이때, $\angle C > 90°$ 이다.

3. 세 변의 길이가 각각 9, 12, a 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 자연수 a 는 모두 몇 개인가? (단, $a > 12$)

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

i) 삼각형이 될 조건 : $12-9 < a < 9+12$

그런데 $a > 12$

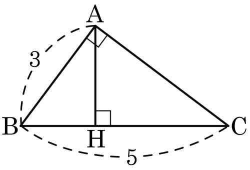
$\therefore\ 12 < a < 21$

ii) 둔각삼각형일 조건 : $a^2 > 12^2 + 9^2$

$\therefore\ a > 15$

i), ii) 에 의해서 $15 < a < 21$

4. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 빗변에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{AH}$ 의 길이는?



① 1.2 ② 1.6 ③ 2 ④ 2.4 ⑤ 2.8

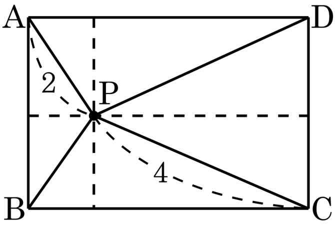
해설

$\overline{AC} = 4$ 이므로

$\overline{AH} \times 5 = 3 \times 4$

$\therefore \overline{AH} = 2.4$

5. 정사각형 ABCD 의 내부의 한 점 P 를 잡아 A, B, C, D 와 연결할 때, $\overline{\mathrm{AP}}=2$, $\overline{\mathrm{CP}}=4$ 이면, $\overline{\mathrm{BP}}^2+\overline{\mathrm{DP}}^2$ 의 값은?

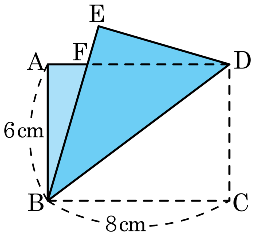


① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

해설

$\overline{\mathrm{BP}^2}+\overline{\mathrm{DP}^2}=2^2+4^2=20$

6. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BD}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\overline{AF}$ 의 길이를 x 로 놓을 때, $\overline{BF}$ 의 길이를 x 에 관한 식으로 나타내면?

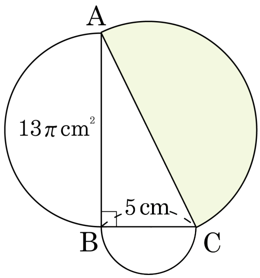


① $x+4$ ② $2x$ ③ $8-x$ ④ $6-x$ ⑤ x^2

해설

$\triangle ABF \equiv \triangle EDF$ 이므로 $\overline{AF}=x$ 라 하면
$\overline{BF}=8-x$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC의 각 변을 지름으로 하는 세 반원을 그렸다. 이 때, $\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{129}{8}\pi\,cm^2$

해설

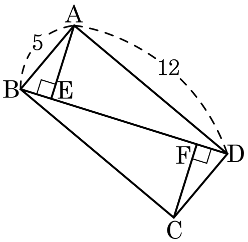
$\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{8}\pi$$

따라서 구하는 반원의 넓이는

$$13\pi + \frac{25}{8}\pi = \frac{129}{8}\pi(cm^2)$$

8. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 A 와 점 C 가 대각선 BD에 이르는 거리의 합을 구하면?



① $\dfrac{118}{13}$ ② $\dfrac{119}{13}$ ③ $\dfrac{120}{13}$ ④ $\dfrac{121}{13}$ ⑤ $\dfrac{122}{13}$

해설

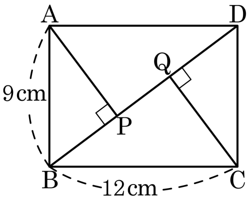
$\triangle$ABD 에서 $\overline{BD}=13$

$5\times 12 = 13\times \overline{AE}$, $\overline{AE}=\dfrac{60}{13}$

따라서 $\overline{AE}=\overline{CF}$ 이므로

$\overline{AE}+\overline{CF}=\dfrac{60}{13}+\dfrac{60}{13}=\dfrac{120}{13}$ 이다.

9. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 A , C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{AP}+\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

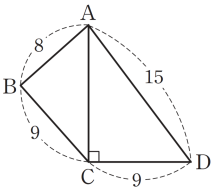
▷ 정답 : 16.8 cm

해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD}=15(\text{cm})$ 이다.
$\overline{AP}\times\overline{BD}=\overline{AB}\times\overline{AD}$ 이므로,
$\overline{AP}=7.2(\text{cm})$ 이다.
$\triangle ADP$ 와 $\triangle ABD$ 는 닮음이므로
$\overline{PD}:\overline{AD}=\overline{AD}:\overline{BD}$ 에서
$\overline{AD}^2=\overline{PD}\times\overline{BD}$ 이므로 $\overline{PD}=9.6(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{AP}+\overline{PD}=7.2+9.6=16.8(\text{cm})$ 이다.

10.

오른쪽 그림에서 $\overline{AB}=8$, $\overline{AD}=15$, $\overline{BC}=9$, $\overline{CD}=9$이고 $\angle C=90^\circ$일 때, $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인가?



① 이등변삼각형
② 정삼각형
③ 예각삼각형
④ 둔각삼각형
⑤ 직각삼각형

▶ 답 :

▷ 정답 : ③

해설

$\triangle ACD$에서

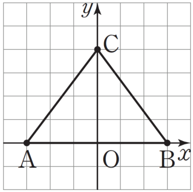
$\overline{AC}^2=15^2-9^2=144 \quad \therefore \ \overline{AC}=12$

$\triangle ABC$에서

$8^2+9^2>12^2$이므로 예각삼각형이다.

11.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형 ABC가 있다. A$(-3,\ 0)$, B$(3,\ 0)$, C$(0,\ 4)$일 때, $\triangle$ABC의 둘레의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\overline{AO}=\overline{BO}=3$, $\overline{CO}=4$이므로

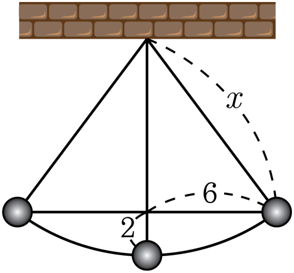
$\triangle$AOC에서

$\overline{AC}^2=3^2+4^2=25$ $\quad\therefore\ \overline{AC}=\overline{BC}=5$

$\therefore$ ($\triangle$ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AC}+\overline{AB}+\overline{BC}$

$=5+6+5=16$

12. 다음 그림처럼 길이가 x 인 줄에 매달린 추가 좌우로 왕복운동을 하고 있다. 추가 천장과 가장 가까울 때와, 가장 멀 때의 차이가 2 일 때, 추가 매달려 있는 줄의 길이를 구하여라. (단 추의 크기는 무시한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

밑변이 2 이고 빗변이 x 인 직각삼각형으로 생각하면 높이가 $x-2$ 이므로

피타고라스 정리에 따라

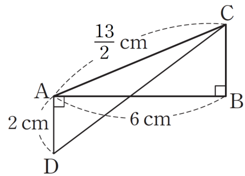
$x^2 = (x-2)^2 + 6^2$

$4x = 4 + 36$

$x = 10$ 이다.

13.

오른쪽 그림에서 $\overline{CD}$의 길이를 구하시오.

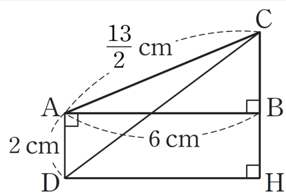


▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{2}$

해설

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\overline{AD}=2$ cm,

$\overline{DH}=\overline{AB}=6$ cm

$\triangle ABC$에서

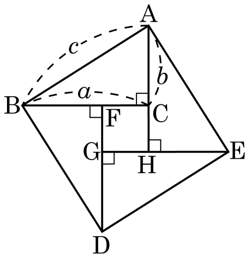
$$\overline{BC}^2=\left(\frac{13}{2}\right)^2-6^2=\frac{25}{4} \quad \therefore \ \overline{BC}=\frac{5}{2}\,(\text{cm})$$

$$\therefore \ \overline{CH}=\overline{BC}+\overline{BH}=\frac{5}{2}+2=\frac{9}{2}\,(\text{cm})$$

$\triangle CDH$에서

$$\overline{CD}^2=6^2+\left(\frac{9}{2}\right)^2=\frac{225}{4} \quad \therefore \ \overline{CD}=\frac{15}{2}\,(\text{cm})$$

14. 다음 그림에서 □ABDE는 한 변의 길이가 c인 정사각형이다. 다음 보기에서 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 골라라.



보기

㉠ △ABC ≡ △BDF	㉡ $\overline{\mathrm{CH}} = a + b$
㉢ □FGHC는 정사각형	㉣ △ABC $= \frac{1}{4}$□ABDE
㉤ $a^2 + b^2 = c^2$	㉥ $\overline{\mathrm{CH}} = a - b$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

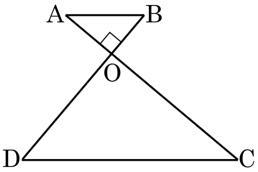
▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $\overline{\mathrm{CH}} = \overline{\mathrm{AH}} - \overline{\mathrm{AC}} = a - b$

㉣ △ABC $= \frac{1}{4}$(□ABDE − □FGHC)

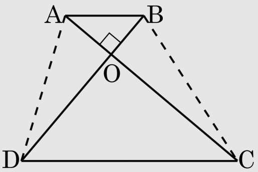
15. 다음 그림과 같이 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ 이고 $\overline{AB}=4$, $\overline{CD}=11$ 일 때, $\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



① 127 ② 130 ③ 137

④ 140 ⑤ 157

해설



$\triangle$OAD 에서 $\overline{OA}^2+\overline{OD}^2=\overline{AD}^2 \cdots$①

$\triangle$ODC 에서 $\overline{OD}^2+\overline{OC}^2=\overline{CD}^2 \cdots$ ②

$\triangle$OBC 에서 $\overline{OB}^2+\overline{OC}^2=\overline{BC}^2 \cdots$ ③

$\triangle$OAB 에서 $\overline{OA}^2+\overline{OB}^2=\overline{AB}^2 \cdots$ ④

①과 ③을 변변 더하면

$\overline{OA}^2+\overline{OB}^2+\overline{OC}^2+\overline{OD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2 \cdots$ ⑤

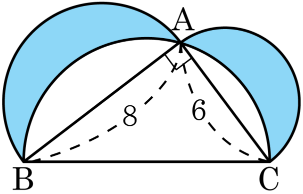
②와 ④를 변변 더하면

$\overline{OA}^2+\overline{OB}^2+\overline{OC}^2+\overline{OD}^2=\overline{AB}^2+\overline{CD}^2 \cdots$ ⑥

⑤와 ⑥에서 $\overline{AD}^2+\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{CD}^2$ 이므로

$\overline{AD}^2+\overline{BC}^2=4^2+11^2=16+121=137$

16. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 지름으로 하는 세 개의 반원을 그린 것이다. $\overline{AB} = 8, \overline{AC} = 6$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



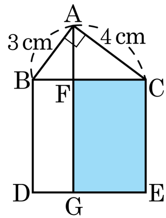
▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$\begin{aligned}(\text{색칠한 부분의 넓이}) &= \triangle ABC \\ &= \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \\ &= 24\end{aligned}$$

17. 다음 그림에서 △ABC 는 직각삼각형이고, □BDEC 는 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형이다. □FGEC 의 넓이를 구하여라.

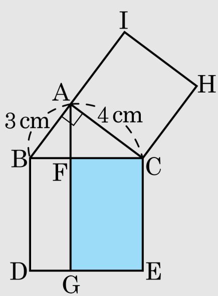


▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 16 cm^2

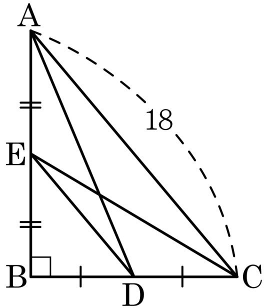
해설

다음 그림과 같이 $\overline{AC}$를 한 변으로 하는 정사각형 ACHI를 그리면



△BCH ≡ △ECA(SAS 합동), △ACH = △BCH
(∵ 밑변과 높이가 서로 같다.)
△FCE = △ECA(∵ 밑변과 높이가 서로 같다.)
∴ △ACH = △FCE
따라서□FGEC는 □ACHI와 넓이가 같으므로
□FGEC = □ACHI = $4 \times 4 = 16(\mathrm{cm}^2)$

18. 다음 그림에서 $\angle B = 90^\circ$ 이고, D, E 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ 의 중점이다. $\overline{AC} = 18$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 405

해설

$\overline{BE} = x,\ \overline{BD} = y$ 라고 두자.

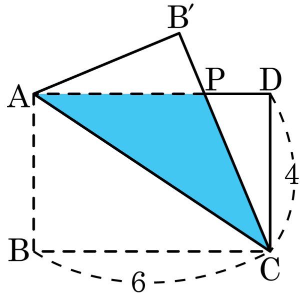
$\triangle ABC$ 에서

$18^2 = (2x)^2 + (2y)^2,\ x^2 + y^2 = 81$ 이 된다.

$\overline{AD}^2 = (2x)^2 + y^2,\ \overline{CE}^2 = x^2 + (2y)^2$

$$\begin{aligned}\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2 &= 5x^2 + 5y^2 = 5(x^2 + y^2)\\ &= 5 \cdot 81 = 405\end{aligned}$$

19. 다음 그림은 가로, 세로의 길이가 각각 6, 4 인 직사각형 모양의 종이를 대각선 AC 를 접는 선으로 하여 접은 것이다. 변 $\mathrm{B'C}$ 가 변AD 와 만나는 점을 P 라고 할 때, $\triangle\mathrm{ACP}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{26}{3}$

해설

$\overline{\mathrm{AP}}$ 의 길이를 x 라 하면

$\overline{\mathrm{PD}} = 6 - x$

$\triangle\mathrm{AB'P}$ 와 $\triangle\mathrm{CDP}$ 는 서로 합동이므로

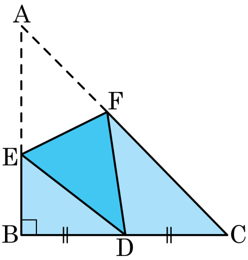
$\overline{\mathrm{PD}} = \overline{\mathrm{PB'}} = 6 - x$

$x^2 = (6-x)^2 + 4^2$,$x = \dfrac{13}{3}$

($\triangle\mathrm{ACP}$ 의 넓이)

$= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{13}{3} \times 4 = \dfrac{26}{3}$

20. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{BC} = 8\,\text{cm}$ 인 직각이등변삼각형을 $\overline{EF}$ 를 접는 선으로 하여 점 A 가 $\overline{BC}$ 의 중점에 오게 접은 것이다. $\triangle EBD$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

$\triangle EBD$ 의 둘레를 구하기 위해서 $\overline{ED} = x\,\text{cm}$ 라 두면 $\overline{ED} = \overline{AE} = x\,\text{cm}$ 이고 $\overline{EB} = (8-x)\,\text{cm}$ 이다. $\overline{BD} = 8 \div 2 = 4(\,\text{cm})$ 이고 $\triangle EBD$ 는 직각삼각형이므로 $x^2 = (8-x)^2 + 4^2$, $x = 5$ 이다. 따라서 $\triangle EBD$ 의 둘레는 $5 + 3 + 4 = 12(\,\text{cm})$ 이다.