

1. 다음 중 $a^5 \div a^2 \div a$ 와 계산 결과가 같은 것은?

① $a^5 \div (a^2 \div a)$

② $a^5 \div (a^2 \times a)$

③ $a^5 \times (a^2 \div a)$

④ $a^5 \div a^2 \times a$

⑤ $a^5 \times a^2 \div a$

해설

$$a^5 \div a^2 \div a = a^{5-2-1} = a^2 \text{ 이므로 } a^5 \div (a^2 \times a) \text{ 이다.}$$

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a^6 \div a^3 = a^3$

② $b^6 \div b^{12} = \frac{1}{b^2}$

③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^4$

④ $c^9 \div c^{10} = \frac{1}{c}$

⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^4$

해설

① $a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$

② $b^6 \div b^{12} = b^{6-12} = b^{-6} = \frac{1}{b^6}$

③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^{8-2-2} = a^4$

④ $c^9 \div c^{10} = c^{9-10} = c^{-1} = \frac{1}{c}$

⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^{2-3+5} = y^4$

3. $(x^2)^a \div (-x)^2 = x^4$, $y^3 \div (y^b)^2 = \frac{1}{y}$, $(z^2)^5 \div z^2 \div (-z^c)^3 = -\frac{1}{z^4}$ 을 만족할 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 3

② 6

③ 9

④ 12

⑤ 15

해설

$$(\text{준식}) = x^{2a-2} = x^4$$

$$2a - 2 = 4 \therefore a = 3$$

$$(\text{준식}) = \frac{1}{y^{2b-3}} = \frac{1}{y}$$

$$2b - 3 = 1$$

$$\therefore b = 2$$

$$(\text{준식}) = -\frac{1}{z^{2+3c-10}} = -\frac{1}{z^4}$$

$$3c - 8 = 4 \therefore c = 4$$

$$\therefore a + b + c = 9$$

4. $(4x^a)^b = 64x^{15}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$(4x^a)^b = 4^b x^{ab} = 4^3 x^{15}$ 이므로 $b = 3$, $ab = 15$ 이다.

따라서 $a = 5$ 이므로 $a - b = 5 - 3 = 2$ 이다.

5. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(-2x^2y)^3 = -8x^6y^3$

② $(-5x)^2 = 25x^2$

③ $(x^3y)^4 = x^{12}y^4$

④ $(2a^2b^3)^2 = 4a^4b^5$

⑤ $(-3a^3)^2 = 9a^6$

해설

④ $(2a^2b^3)^2 = 4a^4b^6$

6. $\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^n}{y^5}$ 일 때, $m - n$ 의 값은?

① -2

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^6y^3}{x^my^{2m}} = \frac{x^{6-m}}{y^{2m-3}} = \frac{x^n}{y^5}$$

$$6 - m = n, 2m - 3 = 5$$

$$\therefore m = 4, n = 2$$

$$\therefore m - n = 2$$

7. $8^{2x+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{3-2x}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$

해설

$$(2^3)^{2x+1} = (2^{-1})^{3-2x}$$

$$6x + 3 = -3 + 2x$$

$$4x = -6$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}$$

8. 다음 등식이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

$$\left(\frac{2y^2z^4}{x^a} \right)^3 = \frac{by^cz^{12}}{x^{12}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\left(\frac{2y^2z^4}{x^a} \right)^3 = \frac{8y^6z^{12}}{x^{3a}} = \frac{by^cz^{12}}{x^{12}}$$

$$a = 4, b = 8, c = 6$$

$$\therefore a + b + c = 18$$

9. $625^{x-1} = 5^{2x} \times 125^6 \div 25^3$ 을 만족하는 정수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$625 = 25^2 = (5^2)^2 = 5^4$, $125 = 5^3$ 이므로

주어진 식을 밑이 5인 거듭제곱꼴의 형태로 바꾸어 주면

$$625^{x-1} = 5^{2x} \times 125^6 \div 25^3$$

$$(5^4)^{x-1} = 5^{2x} \times (5^3)^6 \times (5^2)^{-3}$$

$$5^{4x-4} = 5^{2x} \times 5^{18} \times 5^{-6}$$

$$5^{4x-4} = 5^{2x+12}$$

밑이 5로 같으므로 양변의 지수가 같다.

$$4x - 4 = 2x + 12$$

$$\therefore x = 8$$

10. 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

$$243^6 \div 27^x = 3^3$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$243^6 \div 27^x = 3^3$$

$$(3^5)^6 \div 3^{3x} = 3^3$$

$$3^{30-3x} = 3^3$$

$$\therefore x = 9$$

11. 다음 안에 들어갈 알맞은 수는?

$$3^{2x+3} = \text{} \times 9^x$$

① 3

② 6

③ 9

④ 27

⑤ 81

해설

$$3^{2x+3} = 3^{2x} \times 3^3 = 9^x \times 27$$

안에 들어갈 수는 27이다.

12. $x + y = 3$ 이고, $A = 2^{2x}$, $B = 2^{2y}$ 일 때, AB 의 값은?

① 2^2

② 2^4

③ 2^6

④ 2^8

⑤ 2^{10}

해설

$$AB = 2^{2x} \times 2^{2y} = 2^{2x+2y} = 2^{2(x+y)} = 2^{2 \times 3} = 2^6 \text{ 이다.}$$

13. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $8^4 = 2^{12}$

㉡ $(-25)^4 = -5^8$

㉢ $27^8 = 3^{11}$

㉣ $64^5 = 2^{30}$

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉢

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $8^4 = (2^3)^4 = 2^{12}$

㉡ $(-25)^4 = (-5^2)^4 = 5^8$

㉢ $27^8 = (3^3)^8 = 3^{24}$

㉣ $64^5 = (2^6)^5 = 2^{30}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

14. 다음 대화에서 선생님의 질문에 답하여라.

선생님 : 제가 여러분에게 카드를 4 장 나눠드리고 제가 한 장은 가지고 있겠습니다. 5 장 카드의 곱은 $2^9 \times 3^8$ 입니다. 제가 가지고 있는 카드의 값을 맞춰보세요.

영수 : 내 카드에는 2^2 이 적혀 있어.

인호 : 내 카드에는 $(3^2)^2$ 이 적혀 있네.

민수 : 내 것은 $(2^3)^2$ 이 적혀 있어.

익수 : 내 것은 3^3 이네.

이제 한번 풀어보자.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

영수 2^2 , 인호 $(3^2)^2 = 3^4$, 민수 $(2^3)^2 = 2^6$, 익수 3^3 , 선생님 x
 $2^2 \times 3^4 \times 2^6 \times 3^3 \times x = 2^9 \times 3^8$

$2^{2+6} \times 3^{4+3} \times x = 2^8 \times 3^7 \times x = 2^9 \times 3^8$

$x = 2 \times 3 = 6$

선생님이 가지고 있는 카드의 값은 6 이다.

15. x, y 가 짝수일 때, $(-4)^2 \div (-2)^y = (-2)^{x-6}$ 이다. $x + y$ 의 값을 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$(-2^2)^2 \div (-2)^y = (-2)^{x-6}$$

2, y , $x - 6$ 이 모두 짝수이므로

$$(-2^2)^2 = (2^2)^2 = 2^4,$$

$$(-2)^y = 2^y, (-2)^{x-6} = 2^{x-6} \text{이다.}$$

$$2^4 \div 2^y = 2^{4-y} = 2^{x-6}$$

$$4 - y = x - 6$$

$$\therefore x + y = 10$$

16. $180^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$ 일 때, $x + y + z$ 값을 구하면?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$$180^3 = (2^2 \times 3^2 \times 5)^3 = 2^6 \times 3^6 \times 5^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$$

$$x = 6, y = 6, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 15$$

17. 등식 $(-x^a y^2) \times 2xy^b \div (-2xy^3)^2 = cx^6 y^4$ 일 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -28

해설

$$\begin{aligned} & (-x^a y^2) \times 2xy^b \div (-2xy^3)^2 \\ &= \frac{-2x^a y^2 xy^b}{4x^2 y^6} \\ &= -\frac{1}{2} x^{a+1-2} y^{2+b-6} \\ &= -\frac{1}{2} x^{a-1} y^{b-4} \\ &= cx^6 y^4 \end{aligned}$$

$$a - 1 = 6, \quad b - 4 = 4, \quad c = -\frac{1}{2}$$

$$a = 7, \quad b = 8, \quad c = -\frac{1}{2}$$

$$abc = 7 \times 8 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -28$$

18. 다음 두 식을 만족하는 단항식 A , B 에 대하여 A^2 은?

$$A \times B = 36a^3b^4, \frac{A}{B} = 4a$$

① $144ab$

② $144a^2b^2$

③ $144a^3b^3$

④ $144a^4b^4$

⑤ $144a^5b^5$

해설

$$\begin{aligned} A^2 &= (A \times B) \times \frac{A}{B} = 36a^3b^4 \times 4a \\ &= 36 \times 4 \times a^3 \times a \times b^4 = 144a^4b^4 \end{aligned}$$

19. $\frac{3^6 + 3^6 + 3^6}{5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6} \times \frac{4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6}{2^6 + 2^6} = \left(\frac{n}{m}\right)^7$ 일 때, $m+n$ 의 값은? (단, $\frac{n}{m}$ 은 기약분수이다.)

① 6

② 9

③ 11

④ 16

⑤ 17

해설

$$3^6 + 3^6 + 3^6 = 3^6 \times 3 = 3^7$$

$$5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 = 5^6 \times 5 = 5^7$$

$$4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6 = 4^6 \times 4 = 4^7$$

$$2^6 + 2^6 = 2^6 \times 2 = 2^7$$

$$\frac{3^6 + 3^6 + 3^6}{5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6 + 5^6} \times \frac{4^6 + 4^6 + 4^6 + 4^6}{2^6 + 2^6}$$

$$= \frac{3^7}{5^7} \times \frac{4^7}{2^7} = \left(\frac{3}{5}\right)^7 \times \left(\frac{4}{2}\right)^7$$

$$= \left(\frac{3 \times 4}{5 \times 2}\right)^7 = \left(\frac{6}{5}\right)^7$$

$$\therefore \frac{n}{m} = \frac{6}{5}$$

$$\therefore m+n = 5+6 = 11$$

20. $3^{2x}(9^x + 9^x + 9^x) = 243$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$3^{2x} \times 3 \times 3^{2x} = 3^{4x+1} = 3^5 \text{ 이므로 } 4x + 1 = 5$$

$$\therefore x = 1$$

21. $2^{10} \approx 1000$ 이라 할 때, 5^{10} 의 값은?

① 10^2

② 10^4

③ 10^5

④ 10^7

⑤ 10^8

해설

$$2^{10} \approx 10^3 = 2^3 \times 5^3 \text{ 이므로}$$

$$5^3 \approx 2^{10} \div 2^3 = 2^7$$

$$\text{따라서 } 5^{10} = 5^3 \times 5^7 \approx 2^7 \times 5^7 = 10^7$$

22. $2^3 = x$ 일 때, 32^6 을 x 의 거듭제곱으로 바르게 나타낸 것은?

① x^2

② x^4

③ x^6

④ x^8

⑤ x^{10}

해설

$$32^6 = (2^5)^6 = 2^{30} = (2^3)^{10} = x^{10}$$

23. 3^x 의 일의 자리의 숫자가 1, 3^y 의 일의 자리의 숫자가 3 일 때, $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면? (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수)

① 1

② 3

③ 9

④ 7

⑤ 2

해설

3^k (k 는 자연수) 의 일의 자리는

3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, ...

$$\therefore x = 4k_1, y = 4k_2 - 3$$

(단, $k_2 \leq k_1$, k_1, k_2 는 자연수이다.)

$$\begin{aligned} 81^x \div 9^y &= 3^{4x-2y} \\ &= 3^{16k_1-8k_2+6} \\ &= 3^{2(8k_1-4k_2+3)} \\ &= 9^{8k_1-4k_2+3} \end{aligned}$$

9^k (k 는 자연수) 의 일의 자리는 9, 1, 9, 1, ...

k_1, k_2 가 자연수이므로 $8k_1, 4k_2$ 는 짝수이다.

따라서 $8k_1 - 4k_2 + 3$ 은 홀수이므로

$81^x \div 9^y$ 의 일의 자리는 9 이다.

24. $\frac{3^x}{9^{-x+y}} = 27$, $\frac{25^{x+y}}{5^{3y}} = 625$ 일 때, $64^x \times 625^y$ 의 자리의 수를 구하면?

① 10 자리

② 12 자리

③ 17 자리

④ 20 자리

⑤ 26 자리

해설

$$3^x = 27 \times 9^{-x+y} = 3^3 \times 3^{-2x+2y} = 3^{-2x+2y+3}$$

$$\therefore x = -2x + 2y + 3$$

$$25^{x+y} = 625 \times 5^{3y} = 5^4 \times 5^{3y} = 5^{3y+4}$$

$$\therefore 2x + 2y = 3y + 4$$

두 식을 연립하면

$$x = 5, y = 6$$

$$\begin{aligned} 64^x \times 625^y &= (2^6)^5 \times (5^4)^6 = 2^{30} \times 5^{24} \\ &= (10)^{24} \times 2^6 = 64 \times 10^{24} \end{aligned}$$

따라서 26 자리의 수이다.

25. 다음 중 옳은 것은?

① $5 \times 2^a = 320$ 일 때, $a = 5$ 이다.

② $3^2 \times 5^b = 225$ 일 때, $b = 3$ 이다.

③ $7 \times 3^c = 189$ 일 때, $c = 3$ 이다.

④ $2^d \times 5^2 = 100$ 일 때, $d = 3$ 이다.

⑤ $2^2 \times 3^e = 108$ 일 때, $e = 2$ 이다.

해설

① $5 \times 2^a = 320$ 일 때, $320 = 2^6 \times 5$, $a = 6$

② $3^2 \times 5^b = 225$ 일 때, $225 = 3^2 \times 5^2$, $b = 2$

③ $7 \times 3^c = 189$ 일 때, $189 = 3^3 \times 7$, $c = 3$

④ $2^d \times 5^2 = 100$ 일 때, $100 = 2^2 \times 5^2$, $d = 2$

⑤ $2^2 \times 3^e = 108$ 일 때, $108 = 2^2 \times 3^3$, $e = 3$

26. $3^{x+1} \times 9^{x+1} = 81^{x-1}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$3^{x+1} \times 3^{2(x+1)} = 3^{4(x-1)}$$

$$x + 1 + 2(x + 1) = 4(x - 1)$$

$$\therefore x = 7$$

27. $3^{2x-3} \div 3^{x+1} = 243$ 에서 x 의 값은?

① 3

② 4

③ 6

④ 7

⑤ 9

해설

$$3^{2x-3-(x+1)} = 3^{x-4} = 3^5$$

$$\therefore x - 4 = 5 \quad \therefore x = 9$$

28. $27^5 \div 3^{5n} = 3^5$ 일 때, n 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(3^3)^5 \div 3^{5n} = 3^5 \text{ 이므로 } 15 - 5n = 5$$

$$\therefore n = 2$$

29. 양의 정수 a, b, c 에 대하여 $(x^a y^b z^c)^d = x^6 y^{12} z^{18}$ 이 성립하는 가장 큰 양의 정수 d 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 12

⑤ 18

해설

$$(x^a y^b z^c)^d = x^{ad} y^{bd} z^{cd} = x^6 y^{12} z^{18}$$

$$ad = 6, bd = 12, cd = 18$$

d 는 6, 12, 18 의 최대공약수

$$\therefore d = 6$$

30. $(x^a y^b z^c)^n = x^{28} y^{42} z^{70}$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 최대일 때, $a + 2b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 28 \ 42 \ 70} \\ 7 \overline{) 14 \ 21 \ 35} \\ \hline 2 \quad 3 \quad 5 \end{array}$$

28, 42, 70 의 최대공약수가 14 이므로 $n = 14$ 이다.

$$x^{28} y^{42} z^{70} = (x^a y^b z^c)^{14}$$

$$a = 2, b = 3, c = 5$$

$$\therefore a + 2b - c = 2 + 6 - 5 = 3$$

31. $\left\{\left(-\frac{3}{16}a\right)^3 b^3\right\}^4 = \frac{3^w}{2^v} a^x \times b^y$ 일 때, v, w, x, y 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $v = 48$

▷ 정답 : $w = 12$

▷ 정답 : $x = 12$

▷ 정답 : $y = 12$

해설

$$\begin{aligned}\left\{\left(-\frac{3}{16}a\right)^3 b^3\right\}^4 &= \left(-\frac{3^3}{2^{12}}a^3 \times b^3\right)^4 \\ &= \frac{3^{12}}{2^{48}}a^{12}b^{12}\end{aligned}$$

32. n 이 자연수일 때, $(-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + (-1)^4 + \cdots + (-1)^{2n-1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$(\text{준식}) = (-1 + 1) + (-1 + 1) + (-1 + 1) + \cdots + (-1 + 1) - 1 = -1$$

33. $\left(\frac{16^4 + 4^{11}}{8^4 + 4^9}\right)^2$ 의 값을 2 의 거듭제곱으로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: 2^8

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{16^4 + 4^{11}}{8^4 + 4^9}\right)^2 &= \left(\frac{(2^4)^4 + (2^2)^{11}}{(2^3)^4 + (2^2)^9}\right)^2 \\&= \left(\frac{2^{16} + 2^{22}}{2^{12} + 2^{18}}\right)^2 \\&= \left(\frac{2^{16}(1 + 2^6)}{2^{12}(1 + 2^6)}\right)^2 \\&= \left(\frac{2^{16}}{2^{12}}\right)^2 \\&= (2^4)^2 = 2^8\end{aligned}$$

34. 자연수 n 에 대하여 $2^n + 3^n$ 의 일의 자리의 숫자를 $f(n)$, $2^{3n} + 3^{2n}$ 의 일의 자리 숫자를 $g(n)$ 이라고 할 때, $\frac{f(2009)}{g(2009)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{7}$

해설

2^n 의 일의 자리 숫자는 2, 4, 8, 6 이 반복된다.

3^n 의 일의 자리 숫자는 3, 9, 7, 1 이 반복된다.

따라서 $2^n + 3^n$ 의 일의 자리 숫자는 5, 3, 5, 7 이 반복된다.

$$\therefore f(2009) = 5$$

$$2^{3n} + 3^{2n} = 8^n + 9^n \text{ 이고,}$$

8^n 의 일의 자리 숫자는 8, 4, 2, 6 이 반복된다.

9^n 의 일의 자리 숫자는 9, 1 이 반복된다.

따라서 $8^n + 9^n$ 의 일의 자리 숫자는 7, 5, 1, 7 이 반복된다.

$$\therefore g(2009) = 7$$

$$\frac{f(2009)}{g(2009)} = \frac{5}{7}$$

35. 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

$$16^{2x-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

밑을 2 의 거듭제곱으로 나타내면

$16 = 2^4$ 이고 $\frac{1}{2} = 2^{-1}$ 이므로

$$16^{2x-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$$

$$(2^4)^{2x-1} = (2^{-1})^{x+1}$$

$$2^{8x-4} = 2^{-x-1}$$

주어진 식이 성립되려면 지수가 같아야 한다.

$$8x - 4 = -x - 1$$

$$\therefore x = \frac{1}{3}$$