1. $2^3 \times 32 = 2^{\square}$ 일 때, $\boxed{}$안에 알맞은 수는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$32 = 2^5$ 이므로 $2^3 \times 2^5 = 2^8$

2. $4^{x+3} = 4^x \times 2^y = 8^4$ 을 만족시키는 자연수 x, y에 대하여 $x - y$ 의 값은?

① -4 ② -3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

해설

$(2^2)^{x+3} = 2^{2x+y} = (2^3)^4 = 2^{12}$

$2x + 6 = 12$, $2x + y = 12$

$y = 6, x = 3$

$\therefore\ x - y = 3 - 6 = -3$

3. $\dfrac{(a^2b^3)^4}{(ab^3)^m} = \dfrac{a^n}{b^6}$ 일 때, $m+n$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\dfrac{(a^2b^3)^4}{(ab^3)^m} = \dfrac{(a^8b^{12})}{(a^mb^{3m})} = \dfrac{a^n}{b^6}$ 이므로

$3m - 12 = 6$

$\therefore\ m = 6$

$8 - m = n$ 이므로 $n = 2$ 이다.

$\therefore\ m + n = 8$

4. n 이 자연수일 때, $(-1)^{n-1} + a^{2n-2} + (-a)^{2n+1} + a^{2n+1} - (-a)^{2n-2} - (-1)^{n+3}$ 의 값은?

① $-a$ ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ a

해설

n 이 짝수일 때, $-1 + a^{2n-2} - a^{2n+1} + a^{2n+1} - a^{2n-2} + 1 = 0$
n 이 홀수일 때, $1 + a^{2n-2} - a^{2n-1} + a^{2n+1} - a^{2n+2} - 1 = 0$
따라서 모든 자연수에 대하여 0 이다.

5. $3^x \times 3^2 = 729$ 이고 $2^2 \times 4^3 \div 8 = 2^y$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$3^{x+2} = 3^6,\ x = 4$,
$2^{2+6-3} = 2^y,\ y = 5$
$\therefore x + y = 9$

6. $4^{4x+2} = 8^{2x+4}$ 일 때, x 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$(2^2)^{4x+2} = (2^3)^{2x+4}$

$2^{8x+4} = 2^{6x+12}$

$8x + 4 = 6x + 12$

$\therefore\ x = 4$

7. 다음 $\square$안에 들어갈 알맞은 수는?

$$3^{2x+3} = \square \times 9^x$$

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

해설

$3^{2x+3} = 3^{2x} \times 3^3 = 9^x \times 27$

$\square$안에 들어갈 수는 27이다.

8. $x+y=3$ 이고, $A=2^{2x}$, $B=2^{2y}$ 일 때, AB 의 값은?

① 2^2 ② 2^4 ③ 2^6 ④ 2^8 ⑤ 2^10

해설

$AB=2^{2x}\times 2^{2y}=2^{2x+2y}=2^{2(x+y)}=2^{2\times 3}=2^6$ 이다.

9. $X = 2^a$ 일 때, $K(X) = a$ 로 정한다. 이때, $K(2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6} = 2^a$

$2^{4m-8} \div 2^{2(2m-6)} = 2^{4m-8-4m+12} = 2^4$

$\therefore\ a = 4$

10. x, y가 짝수일 때, $(-4)^2 \div (-2)^y = (-2)^{x-6}$이다. $x+y$의 값을 구하면?

① 4　　② 6　　③ 8　　④ 10　　⑤ 12

해설

$(-2^2)^2 \div (-2)^y = (-2)^{x-6}$

2, y, $x-6$이 모두 짝수이므로

$(-2^2)^2 = (2^2)^2 = 2^4$,

$(-2)^y = 2^y$, $(-2)^{x-6} = 2^{x-6}$이다.

$2^4 \div 2^y = 2^{4-y} = 2^{x-6}$

$4-y = x-6$

$\therefore\ x+y = 10$

11. $180^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$ 일 때, $x + y + z$ 값을 구하면?

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

$180^3 = (2^2 \times 3^2 \times 5)^3 = 2^6 \times 3^6 \times 5^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$

$x = 6, y = 6, z = 3$

$\therefore x + y + z = 15$

12. $\left(\frac{-5x^a}{y}\right)^b = \frac{-125x^9}{y^{3c}}$ 일 때, $a+b-c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\left(\frac{-5x^a}{y}\right)^b = \frac{(-1)^b 5^b x^{ab}}{y^b} = \frac{-125x^9}{y^{3c}}$

$5^b = 125,\ b = 3$

$x^{3a} = x^9,\ a = 3$

$b = 3c = 3,\ c = 1$

$\therefore\ a+b-c = 3+3-1 = 5$

13. 다음 ㉠ ~ ㉢ 안에 알맞은 수를 넣어라.

$$\left(\frac{x^2z^{\boxed{㉠}}}{\boxed{㉡}y^5}\right)^{\boxed{㉢}} = \frac{x^8z^{12}}{16y^{20}}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠: 3

▷ 정답 : ㉡: 2

▷ 정답 : ㉢: 4

해설

$2 \times \boxed{㉢} = 8, \quad \therefore \boxed{㉢} = 4$

$\boxed{㉠} \times 4 = 12, \quad \therefore \boxed{㉠} = 3$

$\boxed{㉡}^4 = 16, \quad \therefore \boxed{㉡} = 2$

14. 다음에서 $x+y+z$ 의 값을 구하면?

- $(a^2)^3 \times (a^3)^x = a^{18}$
- $\left(\dfrac{a^4}{b^2}\right)^3 = \dfrac{a^y}{b^6}$
- $(a^2b)^z \div a^2 = a^4b^3$

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$(a^2)^3 \times (a^3)^x = a^{18}$

$a^6 \times a^{3x} = a^{18}$

$6+3x=18 \qquad \therefore\ x=4$

$\left(\dfrac{a^4}{b^2}\right)^3 = \dfrac{a^y}{b^6}$

$\dfrac{a^{12}}{b^6} = \dfrac{a^y}{b^6} \qquad \therefore\ y=12$

$(a^2b)^z \div a^2 = a^4b^3$

$a^{2z}b^z \div a^2 = a^4b^3$

$a^{2z-2}b^z = a^4b^3 \qquad \therefore\ z=3$

$\therefore\ x+y+z=4+12+3=19$

15. $3^2 \times 9^2 = 27 \times 3^a$ 를 만족하는 a값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3^2 \times 9^2 = 27 \times 3^a$

$3^2 \times (3^2)^2 = 3^3 \times 3^a$

$3^2 \times 3^4 = 3^6 = 3^{3+a}$

$\therefore\ a = 3$

16. n 이 자연수일 때, 다음을 간단히 하여라.
$(-x)^n \times (-x)^{n+3} + x^n \times x^{n+3}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

주어진 식을 지수법칙에 의하여 간단히 하면
$(-x)^n \times (-x)^{n+3} + x^n \times x^{n+3}$
$= (-1)^n x^n \times (-1)^{n+3}(x)^{n+3} + x^{2n+3}$
$= (-1)^{2n+3}x^{2n+3} + x^{2n+3}$
$2n+3$ 은 n 이 짝수일 때와 홀수일 때 모두 홀수이므로
$(-x)^n \times (-x)^{n+3} + x^n \times x^{n+3}$
$= (-1)^{2n+3}x^{2n+3} + x^{2n+3}$
$= -x^{2n+3} + x^{2n+3} = 0$

17. 음이 아닌 수 a, b에 대하여 $2^a+2^b \le 1+2^{a+b}$ (단, 등호는 $a=0$ 또는 $b=0$일 때 성립)이 성립한다. $a+b+c=4$일 때, $2^a+2^b+2^c$의 최댓값을 구하여라. (단, $c \ge 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$2^a+2^b+2^c \le 1+2^{a+b}+2^c$ (단, 등호는 $a=0$ 또는 $b=0$일 때 성립)
$2^a+2^b+2^c \le 1+(1+2^{a+b+c})$ (단, 등호는 $a+b=0$ 또는 $c=0$일 때 성립)
$2^a+2^b+2^c \le 1+(1+2^4)$
$2^a+2^b+2^c \le 18$
따라서 최댓값은 18 ($a=0$, $b=0$ 또는 $b=0$, $c=0$ 또는 $c=0$, $a=0$ 일 때)

18. $2^n = x, 6^n = y$ 라 할 때, $(2^n + 2^{n+1}) \times 3^{n-1}$ 을 x, y 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : y

해설

$6^n = (2 \times 3)^n = 2^n \times 3^n$, $3^n = \dfrac{6^n}{2^n} = \dfrac{y}{x}$

$2^n + 2^{n+1} = 2^n + 2 \times 2^n = (1 + 2) \times 2^n = 3 \times 2^n$

$$\begin{aligned} \therefore\ (2^n + 2^{n+1}) \times 3^{n-1} &= (3 \times 2^n) \times 3^{n-1} \\ &= 3^n \times 2^n \\ &= \frac{y}{x} \times x = y \end{aligned}$$

19. $7^{7^{(7)^2}}$ 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

7의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 $7, 9, 3, 1$ 이 계속 반복된다.
$7^{7^{(7)^2}} = 7^{7^{49}}$ 에서
7^{49} 의 일의 자리의 숫자는 $49 = 4 \times 12 + 1$ 이므로 7 이다.
$x = 7^{49}$ 일 때, 7^x 의 일의 자리의 숫자는 7^7 의 일의 자리의 숫자와 같으므로
$7^{7^{(7)^2}} = 7^{7^{49}}$ 의 일의 자리의 숫자는 $7 = 4 \times 1 + 3$ 이므로 3 이다.

20. $2430 = 3^x + 3^{x+2}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$2430 = 3^x + 3^{x+2} = 3^x(1 + 3^2) = 3^x \cdot 10$

$243 = 3^x$

$\therefore\ x = 5$