

1. $2^3 \times 32 = 2^{\square}$ 일 때, 안에 알맞은 수는?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$32 = 2^5 \text{ 이므로 } 2^3 \times 2^5 = 2^8$$

2. $4^{x+3} = 4^x \times 2^y = 8^4$ 을 만족시키는 자연수 x, y 에 대하여 $x - y$ 의 값은?

① -4

② -3

③ 6

④ 9

⑤ 12

해설

$$(2^2)^{x+3} = 2^{2x+y} = (2^3)^4 = 2^{12}$$

$$2x + 6 = 12, \quad 2x + y = 12$$

$$y = 6, x = 3$$

$$\therefore x - y = 3 - 6 = -3$$

3. $\frac{(a^2b^3)^4}{(ab^3)^m} = \frac{a^n}{b^6}$ 일 때, $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$$\frac{(a^2b^3)^4}{(ab^3)^m} = \frac{(a^8b^{12})}{(a^mb^{3m})} = \frac{a^n}{b^6} \text{ 이므로}$$

$$3m - 12 = 6$$

$$\therefore m = 6$$

$$8 - m = n \text{ 이므로 } n = 2 \text{ 이다.}$$

$$\therefore m + n = 8$$

4. n 이 자연수일 때, $(-1)^{n-1} + a^{2n-2} + (-a)^{2n+1} + a^{2n+1} - (-a)^{2n-2} - (-1)^{n+3}$ 의 값은?

① $-a$

② -2

③ 0

④ 2

⑤ a

해설

n 이 짝수일 때, $-1 + a^{2n-2} - a^{2n+1} + a^{2n+1} - a^{2n-2} + 1 = 0$

n 이 홀수일 때, $1 + a^{2n-2} - a^{2n-1} + a^{2n+1} - a^{2n+2} - 1 = 0$

따라서 모든 자연수에 대하여 0이다.

5. $3^x \times 3^2 = 729$ 이고 $2^2 \times 4^3 \div 8 = 2^y$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$3^{x+2} = 3^6, x = 4,$$

$$2^{2+6-3} = 2^y, y = 5$$

$$\therefore x + y = 9$$

6. $4^{4x+2} = 8^{2x+4}$ 일 때, x 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$(2^2)^{4x+2} = (2^3)^{2x+4}$$

$$2^{8x+4} = 2^{6x+12}$$

$$8x + 4 = 6x + 12$$

$$\therefore x = 4$$

7. 다음 안에 들어갈 알맞은 수는?

$$3^{2x+3} = \text{} \times 9^x$$

① 3

② 6

③ 9

④ 27

⑤ 81

해설

$$3^{2x+3} = 3^{2x} \times 3^3 = 9^x \times 27$$

안에 들어갈 수는 27이다.

8. $x + y = 3$ 이고, $A = 2^{2x}$, $B = 2^{2y}$ 일 때, AB 의 값은?

① 2^2

② 2^4

③ 2^6

④ 2^8

⑤ 2^{10}

해설

$$AB = 2^{2x} \times 2^{2y} = 2^{2x+2y} = 2^{2(x+y)} = 2^{2 \times 3} = 2^6 \text{ 이다.}$$

9. $X = 2^a$ 일 때, $K(X) = a$ 로 정한다. 이때, $K(2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6} = 2^a$$

$$2^{4m-8} \div 2^{2(2m-6)} = 2^{4m-8-4m+12} = 2^4$$

$$\therefore a = 4$$

10. x, y 가 짝수일 때, $(-4)^2 \div (-2)^y = (-2)^{x-6}$ 이다. $x + y$ 의 값을 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$(-2^2)^2 \div (-2)^y = (-2)^{x-6}$$

2, y , $x - 6$ 이 모두 짝수이므로

$$(-2^2)^2 = (2^2)^2 = 2^4,$$

$$(-2)^y = 2^y, (-2)^{x-6} = 2^{x-6} \text{이다.}$$

$$2^4 \div 2^y = 2^{4-y} = 2^{x-6}$$

$$4 - y = x - 6$$

$$\therefore x + y = 10$$

11. $180^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$ 일 때, $x + y + z$ 값을 구하면?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$$180^3 = (2^2 \times 3^2 \times 5)^3 = 2^6 \times 3^6 \times 5^3 = 2^x \times 3^y \times 5^z$$

$$x = 6, y = 6, z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 15$$

12. $\left(\frac{-5x^a}{y}\right)^b = \frac{-125x^9}{y^{3c}}$ 일 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\left(\frac{-5x^a}{y}\right)^b = \frac{(-1)^b 5^b x^{ab}}{y^b} = \frac{-125x^9}{y^{3c}}$$

$$5^b = 125, b = 3$$

$$x^{3a} = x^9, a = 3$$

$$b = 3c = 3, c = 1$$

$$\therefore a + b - c = 3 + 3 - 1 = 5$$

13. 다음 ㉠ ~ ㉣ 안에 알맞은 수를 넣어라.

$$\left(\frac{x^2 z^{\boxed{\text{㉠}}}}{\boxed{\text{㉡}} y^5} \right)^{\boxed{\text{㉢}}} = \frac{x^8 z^{12}}{16 y^{20}}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠: 3

▷ 정답 : ㉡: 2

▷ 정답 : ㉢: 4

해설

$$2 \times \boxed{\text{㉢}} = 8, \therefore \boxed{\text{㉢}} = 4$$

$$\boxed{\text{㉠}} \times 4 = 12, \therefore \boxed{\text{㉠}} = 3$$

$$\boxed{\text{㉡}}^4 = 16, \therefore \boxed{\text{㉡}} = 2$$

14. 다음에서 $x + y + z$ 의 값을 구하면?

- $(a^2)^3 \times (a^3)^x = a^{18}$
- $\left(\frac{a^4}{b^2}\right)^3 = \frac{a^y}{b^6}$
- $(a^2b)^z \div a^2 = a^4b^3$

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 19

해설

$$(a^2)^3 \times (a^3)^x = a^{18}$$

$$a^6 \times a^{3x} = a^{18}$$

$$6 + 3x = 18 \quad \therefore x = 4$$

$$\left(\frac{a^4}{b^2}\right)^3 = \frac{a^y}{b^6}$$

$$\frac{a^{12}}{b^6} = \frac{a^y}{b^6} \quad \therefore y = 12$$

$$(a^2b)^z \div a^2 = a^4b^3$$

$$a^{2z}b^z \div a^2 = a^4b^3$$

$$a^{2z-2}b^z = a^4b^3 \quad \therefore z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 4 + 12 + 3 = 19$$

15. $3^2 \times 9^2 = 27 \times 3^a$ 를 만족하는 a 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$3^2 \times 9^2 = 27 \times 3^a$$

$$3^2 \times (3^2)^2 = 3^3 \times 3^a$$

$$3^2 \times 3^4 = 3^6 = 3^{3+a}$$

$$\therefore a = 3$$

16. n 이 자연수일 때, 다음을 간단히 하여라.

$$(-x)^n \times (-x)^{n+3} + x^n \times x^{n+3}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

주어진 식을 지수법칙에 의하여 간단히 하면

$$\begin{aligned} & (-x)^n \times (-x)^{n+3} + x^n \times x^{n+3} \\ &= (-1)^n x^n \times (-1)^{n+3} (x)^{n+3} + x^{2n+3} \\ &= (-1)^{2n+3} x^{2n+3} + x^{2n+3} \end{aligned}$$

$2n+3$ 은 n 이 짝수일 때와 홀수일 때 모두 홀수이므로

$$\begin{aligned} & (-x)^n \times (-x)^{n+3} + x^n \times x^{n+3} \\ &= (-1)^{2n+3} x^{2n+3} + x^{2n+3} \\ &= -x^{2n+3} + x^{2n+3} = 0 \end{aligned}$$

17. 음이 아닌 수 a, b 에 대하여 $2^a + 2^b \leq 1 + 2^{a+b}$ (단, 등호는 $a = 0$ 또는 $b = 0$ 일 때 성립)이 성립한다. $a + b + c = 4$ 일 때, $2^a + 2^b + 2^c$ 의 최댓값을 구하여라. (단, $c \geq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + 2^{a+b} + 2^c$ (단, 등호는 $a = 0$ 또는 $b = 0$ 일 때 성립)

$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + (1 + 2^{a+b+c})$ (단, 등호는 $a + b = 0$ 또는 $c = 0$ 일 때 성립)

$$2^a + 2^b + 2^c \leq 1 + (1 + 2^4)$$

$$2^a + 2^b + 2^c \leq 18$$

따라서 최댓값은 18 ($a = 0, b = 0$ 또는 $b = 0, c = 0$ 또는 $c = 0, a = 0$ 일 때)

18. $2^n = x, 6^n = y$ 라 할 때, $(2^n + 2^{n+1}) \times 3^{n-1}$ 을 x, y 를 사용한 식으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : y

해설

$$6^n = (2 \times 3)^n = 2^n \times 3^n, \quad 3^n = \frac{6^n}{2^n} = \frac{y}{x}$$

$$2^n + 2^{n+1} = 2^n + 2 \times 2^n = (1 + 2) \times 2^n = 3 \times 2^n$$

$$\begin{aligned} \therefore (2^n + 2^{n+1}) \times 3^{n-1} &= (3 \times 2^n) \times 3^{n-1} \\ &= 3^n \times 2^n \\ &= \frac{y}{x} \times x = y \end{aligned}$$

19. $77^{(7)^2}$ 의 일의 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

7의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 7, 9, 3, 1 이 계속 반복된다.

$77^{(7)^2} = 77^{49}$ 에서

7^{49} 의 일의 자리의 숫자는 $49 = 4 \times 12 + 1$ 이므로 7 이다.

$x = 7^{49}$ 일 때, 7^x 의 일의 자리의 숫자는 7^7 의 일의 자리의 숫자와 같으므로

$77^{(7)^2} = 77^{49}$ 의 일의 자리의 숫자는 $7 = 4 \times 1 + 3$ 이므로 3 이다.

20. $2430 = 3^x + 3^{x+2}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2430 = 3^x + 3^{x+2} = 3^x(1 + 3^2) = 3^x \cdot 10$$

$$243 = 3^x$$

$$\therefore x = 5$$