

1. 방정식 $|x - 1| = 5$ 의 모든 해의 합은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$|x - 1| = 5$ 에서 $x - 1 = \pm 5$

(i) $x - 1 = 5$ 일 때, $x = 6$

(ii) $x - 1 = -5$ 일 때, $x = -4$

따라서 방정식의 두 실근의 합은

$6 + (-4) = 2$

2. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + a(a-1)x + 3a = 0$ 의 한 근이 1일 때, 다른 한 근은? (단, a 는 상수)

① -1

② -3

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$x = 1$ 을 대입하면

$$1^2 + a(a-1) + 3a = 0$$

$$a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

$$x^2 - 1 \cdot (-2)x - 3 = x^2 + 2x - 3$$

$$= (x+3)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = 1, -3 \quad \therefore x = -3$$

3. 다음 방정식의 해는?

$x^2 - 5|x| + 6 = 0$

- ① 0, ±1
- ② 0, ±2
- ③ ±1, ±2
- ④ ±2, ±3
- ⑤ ±3, ±4

해설

(i) $x^2 - 5|x| + 6 = 0$ 에서
 $x \geq 0$ 일 때,
 $x^2 - 5x + 6 = 0$
 $(x - 2)(x - 3) = 0$
 $\therefore x = 2, \text{ 또는 } x = 3$
(ii) $x < 0$ 일 때,
 $x^2 + 5x + 6 = 0$
 $(x + 2)(x + 3) = 0$
 $\therefore x = -2, \text{ 또는 } x = -3$
(i), (ii)에서 $x = \pm 2, x = \pm 3$

4. 방정식 $(x-1)^2 + |x-1| - 6 = 0$ 의 두 근의 합은?

① -1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 6

해설

(i) $x \geq 1$ 일 때

$$x^2 - 2x + 1 + x - 1 - 6 = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0, (x-3)(x+2) = 0 \text{ 이므로}$$

$$x = -2, x = 3$$

그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x = 3$

(ii) $x < 1$ 일 때

$$x^2 - 2x + 1 - x + 1 - 6 = 0$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0, (x-4)(x+1) = 0$$

$$x = -1, x = 4$$

그런데 $x < 1$ 이므로 $x = -1$

(i), (ii) 에서 $x = 3, -1$ 이므로

두 근의 합은 2

5. x 에 대한 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 한 근이 $-1+\sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=2$

▷ 정답 : $b=-1$

해설

$x^2+ax+b=0$ 에 $x=-1+\sqrt{2}$ 를 대입하여 정리하면
 $3-2\sqrt{2}+a(-1+\sqrt{2})+b=0$
 $-a+b+3+(a-2)\sqrt{2}=0$
 $-a+b+3=0$ 과 $a-2=0$ 에서 $a=2, b=-1$

6. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 4x + 6 = 0$ 의 근을 구하면 $x = a \pm \sqrt{b}i$ 이다.
 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x^2 - 4x + 6 = 0$
근의 공식을 이용하면 $x = 2 \pm \sqrt{4 - 6} = 2 \pm \sqrt{2}i$
 $\therefore a = b = 2, \ a + b = 4$

7. 한 근이 $1-i$ 인 이차방정식이 $x^2+ax+b=0$ 일 때, 실수 $a+b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

한 근이 $1-i$ 이면 다른 한 근은 $1+i$ 이다.

두 근의 합 : 2,

두 근의 곱 : 2

$\therefore a=-2, b=2$

8. 이차방정식 $x^2 - 2x + a + 1 = 0$ 의 두 근이 서로 다른 부호의 실근을 가질 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < -1$

해설

(두 근의 곱) = $a + 1 < 0 \quad \therefore a < -1$

9. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 일 때, ab 의 값은?

① -3

② 0

③ 2

④ 4

⑤ $2 + 2\sqrt{3}$

해설

유리계수이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$
근과 계수와의 관계에 의해
 $a = 4, b = 1$
 $\therefore ab = 4$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 2 + \sqrt{3}$ 대입
 $(2 + \sqrt{3})^2 - a \cdot (2 + \sqrt{3}) + b = 0$
계수가 유리수이므로
 $\sqrt{3} \cdot (4 - a) + (b - 2a + 7) = 0$
 $a = 4, b = 1$
 $\therefore ab = 4$

10. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 - i$ 일 때, 두 실수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하면?

① -20 ② -12 ③ 5 ④ 12 ⑤ 20

해설

한 근이 $2 - i$ 이면 다른 한 근은 $2 + i$

두 근의 합 : $4 = -a$

두 근의 곱 : $5 = b$

$\therefore ab = -20$

11. 서현이와 주현이가 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 을 함께 풀었다. 그런데 서현이는 a 를 잘못 보고 풀어서 두 근 1, 3을 얻었고, 주현이는 b 를 잘못 보고 풀어서 두 근 $-1, -4$ 를 얻었다. 이 때, 처음 이차방정식은?

① $x^2-5x+3=0$

② $x^2+5x+3=0$

③ $x^2+5x+13=0$

④ $x^2+5x-13=0$

⑤ $x^2+5x+15=0$

해설

서현이가 잘못 본 일차항의 계수 a 를 a' ,
주현이가 잘못 본 상수항 b 를 b' 이라 하자.
 $x^2+a'x+b=0$ 의 두 근이 1, 3이므로
 $b=1\times 3=3$
 $x^2+ax+b'=0$ 의 두 근이 $-1, -4$ 이므로
 $-a=(-1)+(-4)=-5$
 $\therefore a=5$
따라서 처음의 이차방정식은 $x^2+5x+3=0$

12. 종섭이와 성제가 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 을 각각 풀었다. 종섭이는 x 의 계수를 잘못 봐서 $3 - 2i$, $3 + 2i$ 라는 근을 구했고, 성제는 상수항을 잘못 봐서 $2 - i$, $2 + i$ 라는 근을 구했을 때, $\left| \frac{bc}{a^2} \right|$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

종섭이는 x 의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 참이다.

두 근의 곱 $= \frac{c}{a} = (3 - 2i)(3 + 2i) = 9 + 4 = 13$

성제는 상수항을 잘못 보았으므로 x 의 계수는 참이다.

두 근의 합 $= -\frac{b}{a} = 2 - i + 2 + i = 4$

$\therefore \left| \frac{bc}{a^2} \right| = \left| \frac{b}{a} \times \frac{c}{a} \right| = |-4 \times 13| = |-52| = 52$

13. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 을 풀 때, a 를 잘못 보아 두 근 $\frac{1}{2}$, 4를 얻었고, b 를 잘못 보아 -2, 5를 얻었다. 이 때, 옳은 두 근은?
- ① $x = -1$ 또는 $x = -2$ ② $x = -1$ 또는 $x = 2$
- ③ $x = 0$ 또는 $x = 2$ ④ $x = 1$ 또는 $x = 2$
- ⑤ $x = 2$ 또는 $x = 3$

해설

이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 에서
(i) 처음에는 x 의 계수 a 를 잘못 보고,
상수항 b 를 바르게 보았으므로, 두 근 $\frac{1}{2}$, 4의 곱은 옳다.
따라서 $b = 2$
(ii) 두 번째는 상수항 b 를 잘못 보고, x 의 계수 a 를 바르게 보았으므로
두 근 -2, 5의 합은 옳다.
따라서 $a = 3$,
 $\therefore$ 주어진 이차방정식은
 $x^2 - 3x + 2 = 0$, $(x - 1)(x - 2) = 0$
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = 2$

14. 두 유리수 a, b 에 대하여 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 - \sqrt{3}$ 일 때, 이차방정식 $bx^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근의 곱은?

① -4 ② -1 ③ $-\frac{1}{4}$ ④ 1 ⑤ 4

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 의 모든 계수가 유리수이고

한 근이 $2 - \sqrt{3}$ 이면

다른 한 근은 $2 + \sqrt{3}$ 이므로 근과 계수의 관계에서

$$-a = (2 - \sqrt{3}) + (2 + \sqrt{3}) = 4,$$

$$b = (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 1$$

$$\therefore a = -4, b = 1$$

따라서 $bx^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근의 곱은 근과 계수의 관계에서

$$\frac{a}{b} = \frac{-4}{1} = -4$$

15. 이차식 $x^2 + 2x + 4$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하여라.

① $(x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$

② $(x + 1 - \sqrt{3})(x + 1 + \sqrt{3})$

③ $(x + 1 - \sqrt{2}i)(x + 1 + \sqrt{2}i)$

④ $(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2})$

⑤ $(x - 1 - \sqrt{2}i)(x - 1 + \sqrt{2}i)$

해설

$x^2 + 2x + 4 = 0$ 의 해를 구하면

$$x = -1 \pm \sqrt{1-4} = -1 \pm \sqrt{3}i$$

$$\therefore x^2 + 2x + 4$$

$$= \{x - (-1 + 3\sqrt{3}i)\} \{x - (-1 - \sqrt{3}i)\}$$

$$= (x + 1 - \sqrt{3}i)(x + 1 + \sqrt{3}i)$$

16. 이차식 $2x^2 - 4x + 3$ 을 복소수 범위에서 인수분해하면?

① $(x-3)(2x+1)$

② $2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

③ $(x+3)(2x-1)$

④ $2\left(x+1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

⑤ $2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x+1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

해설

$$a=2, b'=-2, c=3$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4-6}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{2}i}{2} = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$$

$$\therefore 2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$$

17. 다음 중 인수분해를 바르게 한 것을 고르면?

① $x^2 + 4x + 1 = (x - 2 - \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3})$

② $x^2 - 2x + 5 = (x - 1 + 2i)(x + 1 + 2i)$

③ $x^2 + 4 = (x + \sqrt{2}i)(x - \sqrt{2}i)$

④ $2x^2 + 4x - 5 = \left(x - \frac{-2 + \sqrt{14}}{2}\right)\left(x - \frac{-2 - \sqrt{14}}{2}\right)$

⑤ $3x^2 - 6x + 1 = 3\left(x - \frac{3 + \sqrt{6}}{3}\right)\left(x - \frac{3 - \sqrt{6}}{3}\right)$

해설

근의 공식을 통해 나온 해를 바탕으로 인수분해 한다

① $x^2 + 4x + 1 = (x + 2 - \sqrt{3})(x + 2 + \sqrt{3})$

② $x^2 - 2x + 5 = (x - 1 - \sqrt{6})(x - 1 + \sqrt{6})$

③ $x^2 + 4 = (x + 2i)(x - 2i)$

④ $2x^2 + 4x - 5$

$= 2\left(x - \frac{-2 + \sqrt{14}}{2}\right)\left(x - \frac{-2 - \sqrt{14}}{2}\right)$

⑤ $3x^2 - 6x + 1$

$= 3\left(x - \frac{3 + \sqrt{6}}{3}\right)\left(x - \frac{3 - \sqrt{6}}{3}\right)$

18. 이차식 $x^2 - 6x + 10$ 를 복소수 범위에서 인수분해 한 것은?

① $(x - 6 + 2i)(x - 6 - 2i)$

② $(x - 6 + i)(x - 6 - i)$

③ $(x - 3 + 2i)(x - 3 - 2i)$

④ $(x - 3 + i)(x - 3 - i)$

⑤ $(x - 3 + 2i)(x - 3 - i)$

해설

$$x^2 - 6x + 10 = 0 \text{ 의 근은 } 3 \pm i$$

$$\therefore x^2 - 6x + 10 = (x - 3 + i)(x - 3 - i)$$