

1. 다음 보기의 이차방정식 중에서 $x = 2$ 를 해로 갖는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $x^2 + 2x = 0$

㉡ $(x + 2)(x - 2) = 0$

㉢ $x^2 - 4x + 4 = 0$

㉣ $x^2 + 6x - 3 = 0$

㉤ $(x - 1)^2 = 1$

① ㉠, ㉢, ㉤

② ㉡, ㉢, ㉤

③ ㉡, ㉣, ㉤

④ ㉠, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$x = 2$ 를 각 방정식에 대입해서 성립하는 것을 찾으면 ㉡, ㉢, ㉤이다.

2. 이차방정식 $(2x + 6)(x - 1) = 0$ 이 참이 되는 두 개의 근이 각각 a, b 일 때, $a \times b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 9

해설

$$2x + 6 = 0 \text{ 또는 } x - 1 = 0$$

$$x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore a \times b = -3 \times 1 = -3$$

3. 다음 두 이차방정식을 동시에 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

보기

$$x^2 - 2x - 8 = 0, x^2 + x - 20 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: $x = 4$

해설

$$x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 4, -2$$

$$x^2 + x - 20 = (x + 5)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = 4, -5$$

따라서 공통근은 $x = 4$ 이다.

4. 다음 이차방정식 중 근이 없는 것은?

① $x^2 - 2 = 0$

② $2x^2 - 6 = 0$

③ $x^2 = 4$

④ $x^2 + 5 = 0$

⑤ $2(x - 5)^2 = 12$

해설

④ $x^2 = -5$ 이므로 근이 없다.

5. 이차방정식 $0.3x^2 - 0.4x = 0.6$ 을 풀면?

① $x = \frac{2 \pm \sqrt{11}}{3}$

② $x = \frac{1 \pm \sqrt{22}}{3}$

③ $x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{2}$

④ $x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$

⑤ $x = \frac{2 \pm \sqrt{23}}{3}$

해설

$0.3x^2 - 0.4x = 0.6$ 의 각 항에 10 을 곱하면 $3x^2 - 4x - 6 = 0$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 3 \times (-6)}}{3} = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$$

6. $(x+y)(x+y-6)-16=0$ 일 때, $x+y$ 의 값들의 합은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$x+y=A$ 라고 하면

$$A(A-6)-16=0$$

$$A^2-6A-16=0$$

$$(A-8)(A+2)=0$$

$\therefore x+y=8$ 또는 $x+y=-2$

따라서 $x+y$ 의 값들의 합은 $8+(-2)=6$ 이다.

7. 둘레의 길이가 18m , 넓이가 20m^2 인 직사각형의 가로 길이 x 를 구하는 방정식은?

① $x^2 - 9x + 20 = 0$

② $x^2 + 9x + 20 = 0$

③ $x^2 - 18x + 20 = 0$

④ $x^2 + 18x + 20 = 0$

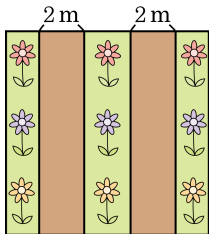
⑤ $x^2 - 20x + 18 = 0$

해설

가로의 길이가 $x\text{cm}$ 이면 세로의 길이는 $(9 - x)\text{cm}$
따라서 직사각형의 넓이는 $x(9 - x) = 20$ 이다.

$$\therefore x^2 - 9x + 20 = 0$$

8. 다음 그림과 같은 정사각형 모양의 꽃밭이 있다.
 꽃밭 사이에 폭이 2m 가 되는 길을 2개 만들
 었더니 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 45 m^2 였다.
 처음 꽃밭의 가로 길이是多少?



- ① 3m ② 6m ③ 7m
 ④ 8m ⑤ 9m

해설

정사각형의 가로 길이를 $x\text{ m}$ 라고 하면

$$(\text{꽃밭의 넓이}) = (x - 4)x$$

$$(x - 4)x = 45$$

$$\therefore x = 9 (\because x > 0)$$

9. 이차방정식 $ax^2 - (a-3)x + 2 - a^2 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 식에 $x = -1$ 을 대입하면

$$a + (a - 3) + 2 - a^2 = 0$$

$$a^2 - 2a + 1 = 0$$

$$(a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

10. 이차방정식 $x^2 + ax - a - 6 = 0$ 의 한 해가 -4 일 때, 상수 a 의 값을 구하면?

① -3

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

이차방정식 $x^2 + ax - a - 6 = 0$ 의 한 근은 -4 이므로

$$(-4)^2 + a \times (-4) - a - 6 = 0$$

$$16 - 4a - a - 6 = 0, 10 - 5a = 0$$

$$\therefore a = 2$$

11. 이차방정식 $2x + 5 = x^2 + 4x + m$ 이 중근을 갖도록 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 6$

해설

$2x + 5 = x^2 + 4x + m$ 이 중근을 가지므로

$x^2 + 2x + m - 5 = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = 1 - 1 \times (m - 5) = 0 ,$$

$$1 - m + 5 = 0$$

$$\therefore m = 6$$

12. 이차방정식 $2x^2 - (k+3)x + 2k = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 k 값 들의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - (k+3)x + 2k &= 2(x-a)^2 \\ &= 2x^2 - 4ax + 2a^2 \end{aligned}$$

$$k+3 = 4a, \quad 2a^2 = 2k$$

$$(k+3)^2 = 16k$$

$$k^2 - 10k + 9 = 0$$

$$\therefore k = 1, k = 9$$

$$(k \text{의 값의 곱}) = 1 \times 9 = 9$$

13. 이차방정식 $(x + 3)^2 = k - 1$ 이 중근 a 를 갖는다고 할 때, $a + k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

(완전제곱꼴) = 0 일 때 중근을 갖는다.

$$k - 1 = 0, k = 1$$

$$(x + 3)^2 = 0 \text{ 이므로 } a = -3$$

$$\therefore a + k = -2$$

14. 이차방정식 $x^2 + 2x - 4 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 하고 $2x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 c, d 라 할 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$x^2 + 2x - 4 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = -1 \pm \sqrt{5}$$

$2x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2} \text{ 이므로}$$

$$\therefore a + b + c + d$$

$$= -1 - \sqrt{5} - 1 + \sqrt{5} + \frac{-1 + \sqrt{7}}{2} + \frac{-1 - \sqrt{7}}{2}$$

$$= -3$$

15. 책을 1장 찢어서 보이는 두 쪽수의 곱이 210 이었을 때, 두 쪽의 합을 구하여라.

▶ 답 : 쪽

▷ 정답 : 29 쪽

해설

두 쪽수를 $x, x+1$ 이라 하면

$$x(x+1) = 210$$

$$x^2 + x - 210 = 0$$

$$(x+15)(x-14) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 14$ (쪽)

따라서 두 쪽의 쪽수는 14, 15 이므로 합은 $14 + 15 = 29$ (쪽)이다.

- 16.** 지면으로부터 45m 높이의 건물 옥상에서 초속 30m 로 쏘아 올린 물로켓의 x 초 후의 높이는 $(45 + 40x - 5x^2)$ m 이다. 이 물체가 다시 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 정답 : 9 초

해설

지면에 떨어지므로 높이는 0m 이다.

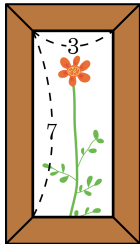
$$45 + 40x - 5x^2 = 0 \text{ 이므로}$$

$$x^2 - 8x - 9 = 0$$

$$(x + 1)(x - 9) = 0$$

따라서 $x = 9$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 가로가 3, 세로가 7 인 직사각형 모양의 사진이 있다. 이 사진의 둘레에 폭이 일정하게 종이를 붙일 때, 종이의 넓이가 24 라고 하면, 종이의 폭은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

종이의 폭을 x 라 하면, 종이와 액자의 넓이의 합은

$$(3 + 2x)(7 + 2x) = 21 + 24$$

$$4(x^2 + 5x - 6) = 0$$

$$(x + 6)(x - 1) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 1$$

18. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$$

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{7}{2}$

③ $\frac{9}{2}$

④ $\frac{11}{2}$

⑤ $\frac{33}{2}$

해설

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2 \text{를 정리하면,}$$

$$(a - 8)x^2 + (-3 - 2c)x - b + 10 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 8 = 0, \quad -3 - 2c = 0, \quad -b + 10 = 0$$

$$\therefore a = 8, \quad b = 10, \quad c = -\frac{3}{2}$$

$$a + b + c = \frac{33}{2} \text{ 이다.}$$

19. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\begin{aligned} x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 9 - 2 + 3 = 10 \end{aligned}$$

20. 직선 $y = ax + b$ 의 그래프가 2, 3, 4 분면을 지날 때, x 에 대한 이차 방정식 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 근의 개수에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ② 하나의 중근을 갖는다.
- ③ 근은 존재하지 않는다.
- ④ 근의 개수는 무한하다.
- ⑤ 알 수 없다.

해설

직선 $y = ax + b$ 의 기울기와 y 절편이 모두 음수이므로 $a < 0$, $b < 0$,

$ax^2 + bx + 1 = 0$ 에서 $D = b^2 - 4a > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

21. 이차방정식 $x^2 + (m - 4)x + 40 = 0$ 의 두 근의 차가 3일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 큰 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m = 17$ 이다.
- ② 주어진 식을 만족하는 해는 8, 5 또는 -5, -8이다.
- ③ 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 9이다.
- ④ 작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m < 0$ 이다.
- ⑤ 모든 m 의 값의 곱은 0보다 작다.

해설

두 근을 $\alpha, \alpha - 3$ 이라 하면

$$\alpha(\alpha - 3) = 40$$

$$\alpha = 8 \text{ 또는 } \alpha = -5$$

따라서 두 근은 8, 5 또는 -5, -8이다.

$$\text{두 근의 합은 } 13 = 4 - m, m = -9 \text{ 또는 } -13 = 4 - m, m = 17$$

따라서 주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 8이다.

22. 어떤 무리수 x 가 있다. x 의 소수 부분을 y 라 할 때 x 의 제곱과 y 의 제곱의 합이 33이다.
무리수 x 의 값은? (단, $x > 0$)

① $x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2}$

② $x = \frac{2 + \sqrt{41}}{5}$

③ $x = \frac{5 + \sqrt{37}}{3}$

④ $x = \frac{-2 + \sqrt{41}}{5}$

⑤ $x = \frac{3 + \sqrt{37}}{4}$

해설

$$x^2 + y^2 = 33, \quad 0 \leq y < 1$$

$$0 \leq y^2 = 33 - x^2 < 1, \quad \sqrt{32} < x \leq \sqrt{33}$$

따라서 x 의 정수 부분은 5 이고 $y = x - 5$

$$x^2 + (x - 5)^2 = 33$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{5 + \sqrt{41}}{2} \quad (\because x > 0)$$

23. 이차방정식 $\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $3\alpha^2 - 3\alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $11 + \sqrt{33}$

해설

$$\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} = \frac{2}{3x} \text{ 의 양변에 } 12x \text{ 를 곱하면}$$

$$3x^2 - 6x - 8 = 0$$

$$3(x^2 - 2x + 1) = 8 + 3$$

$$3(x - 1)^2 = 11$$

$$\therefore x = 1 \pm \frac{\sqrt{33}}{3}$$

$$\alpha \text{ 는 양의 근이므로 } \alpha = 1 + \frac{\sqrt{33}}{3}$$

$$\therefore 3\alpha^2 - 3\alpha = 11 + \sqrt{33}$$

24. 두 수 x, y 가 모두 양의 정수일 때, $(x+y)^2 + 3x + y = 1996$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 $y - 2x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$x + y \leq 44$ 이므로 ($\because 44^2 < 1996 < 45^2$)

1) $x + y = 44$ 이면,

$$\begin{aligned}(x+y)^2 + 3x + y &= (x+y)^2 + 3(x+y) - 2y \\ &= 1936 + 132 - 2y = 1996\end{aligned}$$

$\therefore y = 36, x = 8$

2) $x + y \leq 43$ 이면,

$$2y = (x+y)^2 + 3(x+y) - 1996 \leq 43^2 + 129 - 1996$$

$$2y \leq -18$$

즉, y 의 값이 음수이므로 문제의 조건에 적합하지 않다.

따라서 $y = 36, x = 8$ 이므로 $y - 3x = 20$ 이다.

25. 배가 강을 따라 내려올 때는 거꾸로 거슬러 올라갈 때보다 시속 1km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 20km 를 왕복하는데 9시간 걸린다면 20km 를 내려오는 데 걸리는 시간은 몇 시간인지 구하여라.

▶ 답 : 시간

▷ 정답 : 4시간

해설

올라갈 때 속력을 x km/h 라 하면

내려올 때 속력은 $(x + 1)$ km/h

$\frac{20}{x} + \frac{20}{x+1} = 9$ 의 양변에 $x(x+1)$ 을 곱하면

$$20(x+1) + 20x = 9x(x+1)$$

$$40x + 20 = 9x^2 + 9x$$

$$9x^2 - 31x - 20 = 0$$

$$(x-4)(9x+5) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 4$ (km/h)

따라서 내려올 때 속력 : $x + 1 = 5$ km/h

$$\therefore \frac{20}{5} = 4 \text{ (시간)}$$