

1. 분수식 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-4}$ 을 간단히 하면 $\frac{ax^2 + bx + c}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

① -6

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-4} \\
 &= \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-3} \right) + \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-4} \right) \\
 &= \frac{-2}{(x-1)(x-3)} + \frac{-2}{(x-2)(x-4)} \\
 &= \frac{-2(x^2 - 6x + 8 + x^2 - 4x + 3)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\
 &= \frac{-2(2x^2 - 10x + 11)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\
 &= \frac{ax^2 + bx + c}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\
 \therefore a &= -4, b = 20, c = -22 \\
 \therefore a + b + c &= -6
 \end{aligned}$$

2. $x : y = 4 : 5$ 일 때, $\frac{x+y}{2x-y}$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$x : y = 4 : 5$, $x = 4k, y = 5k (k \neq 0)$ 이므로

$$\frac{x+y}{2x-y} = \frac{4k+5k}{8k-5k} = \frac{9k}{3k} = 3$$

3. 함수 $f(x) = \sqrt{x-1} + 2$ 에서 $f^{-1}(4)$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$f(x) = \sqrt{x-1} + 2$ 에서 $f^{-1}(4) = k$ 로 놓으면

$$f(k) = 4$$

$$\sqrt{k-1} + 2 = 4, \sqrt{k-1} = 2$$

$$k-1 = 4 \text{에서 } k = 5$$

$$\therefore f^{-1}(4) = 5$$

4. 6의 거듭제곱 중 양의 약수의 개수가 16인 수는?

① 36

② 124

③ 216

④ 365

⑤ 442

해설

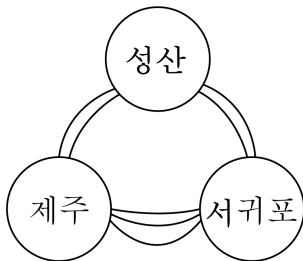
$$6^n = (2 \times 3)^n = 2^n \cdot 3^n$$

$$\text{약수의 개수} : (n+1)(n+1) = 16$$

$$\therefore n = 3$$

$$\text{따라서 구하는 수는 } 6^3 = 216$$

5. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2 개 성산과 서귀포를 잇는 길은 2 개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3 개가 있다. 제주에서 서귀포로 가는 방법은 모두 몇 가지인가? (단, 한 번 지나간 길은 다시 지나지 않는다.)



① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$3 + (2 \times 2) = 7$$

∴ 7 가지

6. 함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고
치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a$, $y = b$ 는 점근선이다.

$$\text{따라서 } y = \frac{(x-1)+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} + 1 \text{에서}$$

$$a = 1, b = 1 \text{이므로}$$

$$\therefore a + b = 1 + 1 = 2$$

7. 함수 $y = \frac{x+a}{bx+c}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3, y 축 방향으로 1만큼 평행이동시켰더니 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 일치하였다. 이 때, abc 의 값을 구하면?

① 8

② 6

③ 1

④ -6

⑤ -8

해설

$y = \frac{x+a}{bx+c}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3,

y 축 방향으로 1만큼 평행이동시킨 것은 반대로

$y = \frac{1}{x}$ 을 x 축의 방향으로 -3만큼,

y 축의 방향으로 -1만큼 이동시킨 것과 같다.

$$y = \frac{1}{x+3} - 1 = \frac{-x-2}{x+3} = \frac{x+2}{-x-3}$$

따라서 $a = 2, b = -1, c = -3$ 이므로

$$\therefore abc = 6$$

8. $2 + \sqrt{3} = \sqrt{a + b\sqrt{3}}$ (a, b 는 유리수) 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$2 + \sqrt{3} = \sqrt{a + b\sqrt{3}}$$

양변을 제곱하면

$$4 + 3 + 4\sqrt{3} = a + b\sqrt{3}$$

$$\therefore a = 7, b = 4 \quad \therefore a - b = 7 - 4 = 3$$

9. 무리함수 $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 고르면?

- ① 그래프는 x 축과 점 $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$ 에서 만난다.
- ② 정의역은 $\{x|x \leq -3\}$ 이다.
- ③ 치역은 $\{y|y \geq -1\}$ 이다.
- ④ 그래프를 평행이동하면 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.
- ⑤ 제4 사분면을 지나지 않는다.

해설

① $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 에 $x = \frac{5}{3}$ 를 대입하면

$$y = \sqrt{14} - 2$$

따라서, 점 $\left(\frac{5}{3}, \sqrt{14} - 2\right)$ 를 지난다.

② $9+3x \geq 0$ 에서 $x \geq -3$

따라서, 정의역은 $\{x|x \geq -3\}$ 이다.

③ $\sqrt{9+3x} \geq 0$ 이므로 치역은 $\{y|y \geq -2\}$ 이다.

④ $y = \sqrt{9+3x} - 2 = \sqrt{3(x+3)} - 2$ 이므로

$y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를

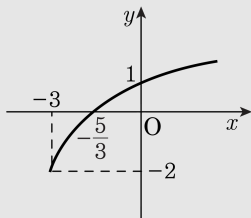
x 축의 방향으로 -3 만큼,

y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.

⑤ $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 의 그래프는

그림과 같으므로

제4 사분면을 지나지 않는다.



10. 216 과 360 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

① 8 개

② 9 개

③ 12 개

④ 15 개

⑤ 16 개

해설

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로

$$216 = 2^3 \times 3^3,$$

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \text{ 에서 G.C.D. 는 } 2^3 \times 3^2$$

$$\text{따라서 공약수의 개수는 } (3 + 1)(2 + 1) = 12$$

11. n 권의 책이 있다. 이 n 권 중에서 5 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수는? (단, $n \geq 5$)

① ${}_{n-1}P_5$

② ${}_nP_4$

③ ${}_nC_4$

④ ${}_nP_5$

⑤ ${}_nC_5$

해설

n 권에서 5 권을 뽑는 순열의 수이므로 ${}_nP_5$

12. 남학생 4 명, 여학생 3 명이 한 줄로 서서 등산을 할 때, 특정인 2 명이 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

① $7!$

② $7! \times 2!$

③ $6! \times 2!$

④ $6!$

⑤ $5! \times 2!$

해설

특정인 2 명을 한 묶음으로 생각하여 6 명을 일렬로 세우는 방법의 수가 $6!$,

묶음 안에서 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 $2!$ 이므로, 구하는 경우의 수는 $6! \times 2!$ (가지)

13. 다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 세 자리의 자연수를 만들 때, 5 의 배수의 개수는?

①

12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 만든 세 자리의 자연수가 5 의 배수하려면 일의 자리의 수가 5 이어야 한다.

따라서, 1, 2, 3, 4 에서 서로 다른 두 숫자를 택하여 백의 자리와 십의 자리에 배열하면 되므로 구하는 5 의 배수의 개수는 ${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$ (개)

14. 5 명의 학생을 2 명과 3 명의 두 그룹으로 나누는 방법의 수는?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$${}_5C_2 \times {}_3C_3 = 10$$

15. $\sqrt{12-6\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $a+\frac{1}{b}$ 의 값은?

① $1 + \sqrt{3}$

② $2 + \sqrt{3}$

③ $2 + 2\sqrt{3}$

④ $3 + \sqrt{3}$

⑤ $3 + 2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{12-6\sqrt{3}} &= \sqrt{12-2\sqrt{9\times 3}} \\ &= 3 - \sqrt{3} = 1. \times \dots\end{aligned}$$

$$a = 1, b = 2 - \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}a + \frac{1}{b} &= 1 + \frac{1}{2 - \sqrt{3}} \\ &= 1 + 2 + \sqrt{3} = 3 + \sqrt{3}\end{aligned}$$

16. 연립방정식 $\begin{cases} y = ax - b \\ y = 2ax + b \end{cases}$ 에서 $ab = 8$ 이다.

이 때, 연립방정식의 해 x, y 의 값이 정수가 되는 경우의 수를 구하면?
(단, a, b 의 값은 모두 자연수이다.)

① 1 가지

② 2 가지

③ 3 가지

④ 4 가지

⑤ 5 가지

해설

$$\begin{cases} y = ax - b \cdots \textcircled{A} \\ y = 2ax + b \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{B} - \textcircled{A}$ 에서 $x = -\frac{2b}{a} \cdots \textcircled{C}$

그런데 $ab = 8$ 을 만족하는 자연수의 순서쌍 (a, b) 는 $(1, 8), (2, 4), (4, 2), (8, 1)$ 의 4 가지이므로 이를 $\textcircled{C}$ 에 대입하여 x 의 값을 구하면 다음과 같다.

$(1, 8)$ 일 때, $x = -\frac{2 \times 8}{1} = -16$

$(2, 4)$ 일 때, $x = -\frac{2 \times 4}{2} = -4$

$(4, 2)$ 일 때, $x = -\frac{2 \times 2}{4} = -1$

$(8, 1)$ 일 때, $x = -\frac{2 \times 1}{8} = -\frac{1}{4}$

따라서 x, y 의 값이 정수가 되는 경우는 모두 3 가지이다.

17. *various* 의 7 개의 문자를 일렬로 나열할 때, 양 끝에 모두 자음이 오는 경우의 수는?

① 120

② 360

③ 600

④ 720

⑤ 1080

해설

자음 3 개중 2 개를 뽑아 일렬로 나열하는 수 : ${}_3P_2$

나머지 5 개 문자를 배열하는 수 : $5!$

$${}_3P_2 \times 5! = 720$$

18. 1부터 45까지의 서로 다른 숫자가 각각 적힌 45개의 공 중에서 6개의 공을 뽑을 때, 3 이하의 숫자가 적힌 공이 적어도 1개 이상 나오는 방법의 수는?

① ${}_{45}C_6$

② ${}_{45}C_6 - {}_{42}C_3$

③ ${}_{42}C_6$

④ ${}_{45}C_6 - {}_{42}C_6$

⑤ ${}_{45}C_6 + {}_{42}C_3$

해설

전체의 경우에서 3 보다 큰 숫자 중 6 개의 공을 뽑는 경우를 빼준다.

$$\therefore {}_{45}C_6 - {}_{42}C_6$$

19. 서로 다른 5 개의 풍선과 3 개의 깃발이 있다. 이 중에서 3 개의 풍선과 2 개의 깃발을 일렬로 배열하여 신호를 보내려고 할 때, 그 방법의 수는?

① 1200 가지

② 1800 가지

③ 2400 가지

④ 3000 가지

⑤ 3600 가지

해설

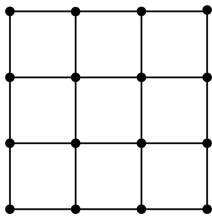
(i) 5 개의 풍선에서 3 개의 풍선을 택하는
방법의 수는 ${}_5C_3$

(ii) 3 개의 깃발에서 2 개의 깃발을 택하는
방법의 수는 ${}_3C_2$

(iii) 5 개를 일렬로 배열하는 방법의 수는 5!
따라서 구하는 방법의 수는

$${}_5C_3 \times {}_3C_2 \times 5! = 3600 \text{ (가지)}$$

20. 그림과 같이 9 개의 정사각형의 꼭짓점 위에 16 개의 점이 있다. 이 중에서 세 점을 이어 만들 수 있는 삼각형의 개수는?



① 236

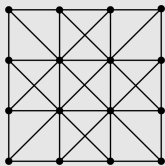
② 338

③ 400

④ 442

⑤ 516

해설



세 점을 뽑을 수 있는 모든 방법의 수는

$${}_{16}C_3 = 560 \text{ (가지)}$$

4 점이 일직선 위에 있는 경우가 10 가지,

3 점이 일직선 위에 있는 경우가 4 가지

있으므로, 일직선 위의 세 점을 선택하는 경우의 수는

$${}_4C_3 \times 10 + {}_3C_3 \times 4 = 44$$

따라서, 구하는 삼각형의 수는 $560 - 44 = 516$ (개)

21. $abc = 1$ 일 때,

$$\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1} \text{ 의 값은?}$$

① 1

② 2

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ 3

해설

$$abc = 1 \Rightarrow bc = \frac{1}{a} \text{ 이므로}$$

$$(\text{준식}) = \frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{\frac{1}{a}+b+1} + \frac{c}{ca+c+abc}$$

$$= \frac{a}{ab+a+1} + \frac{ab}{1+ab+a} + \frac{c}{c(a+1+ab)}$$

$$= \frac{a}{ab+a+1} + \frac{ab}{ab+a+1} + \frac{1}{ab+a+1}$$

$$= \frac{ab+a+1}{ab+a+1} = 1$$

22. 전 구간을 일정한 속도 60 km/h 로 달리도록 되어 있는 어느 고속도로에서 하행하던 고속버스가 5 분 동안에 상행하는 같은 회사 소속의 고속버스 20 대를 보았다. 이 고속버스의 배차 간격이 일정할 때, 100 km 의 상행선에는 약 몇 대의 고속버스가 달리고 있는가?

① 50 대

② 100 대

③ 120 대

④ 150 대

⑤ 200 대

해설

각 방향으로 시속 60 km로 달리고 있으므로 어느 한 방향에 대한 다른 방향의 상대 속도는 시속 120 km이다.

이때, 5분 동안의 주행 거리는 $120 \times \frac{5}{60} = 120 \times \frac{1}{12} = 10(\text{km})$ 이고, 이 사이를 달리는 동안에 20 대의 버스를 보았으므로 100 km 의 구간에는 200 대가 있다.

23. 함수 $y = \frac{2x+5}{x+1}$ 의 그래프가 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭일 때,
 $a - b$ 의 값은? (단, $a < 0$)

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

해설

$$y = \frac{2x+5}{x+1} = \frac{2(x+1)+3}{x+1} = \frac{3}{x+1} + 2$$

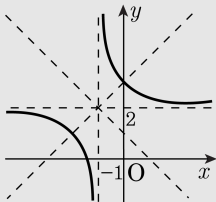
이므로

주어진 함수의 그래프는 점 $(-1, 2)$ 를 지나고

기울기가 ± 1 인 직선에 대하여 대칭이다.
 이 때, 구하는 직선의 기울기가 음수이므로
 직선의 방정식은 $y - 2 = -(x + 1)$

$$\therefore y = -x + 1$$

따라서 $a = -1$, $b = 1$ 이므로 $a - b = -2$



24. $a + \frac{1}{a} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 일 때, a^5 의 값은?

① $-\sqrt{5}$

② -2

③ -1

④ 1

⑤ $\sqrt{5}$

해설

$$a^2 + 1 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}a$$

$$\therefore a^2 = \frac{\sqrt{5}-1}{2}a - 1$$

$$a^5 = a^4 \cdot a = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}a - 1 \right)^2 \cdot a$$

$$= \left\{ \frac{3-\sqrt{5}}{2}a^2 - (\sqrt{5}-1)a + 1 \right\} \cdot a$$

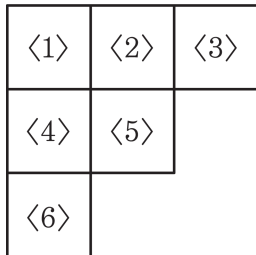
$$= \left\{ \frac{3-\sqrt{5}}{2} \times \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}a - 1 \right) - (\sqrt{5}-1)a + 1 \right\} \cdot a$$

$$= \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} - a \right) \cdot a$$

$$= \frac{\sqrt{5}-1}{2}a - a^2$$

$$= \frac{\sqrt{5}-1}{2}a - \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}a - 1 \right) = 1$$

25. 어느 동물원에서 그림과 같이 번호가 적혀 있는 6 칸의 동물 우리에 호랑이, 사자, 늑대, 여우, 원숭이, 곰을 각각 한 마리씩 넣을 때, 호랑이와 사자는 이웃하지 않게 넣으려고 한다. 예를 들어, <1>의 경우에는 <2>와 <4>가 이웃하는 우리이고, <3>, <5>, <6>은 이웃하지 않는 우리이다. 이때, 6 마리의 동물들을 서로 다른 우리에 각각 넣는 방법의 수는?



① 112

② 120

③ 184

④ 216

⑤ 432

해설

(호랑이, 사자)가 이웃하지 않는 경우는 9 가지

즉, (1, 3), (1, 5), (1, 6), (2, 4), (2, 6), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (5, 6) 이고

서로 바꾸는 경우의 수가 2가지 이므로 구하는 방법의 수는

$$9 \times 2 \times 4! = 432$$