

1. $2|x-1|+x-4=0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 2

▷ 정답: -2

해설

i) $x < 1$ 일 때,
 $-2(x-1) + (x-4) = 0$
 $\therefore x = -2$

ii) $x \geq 1$ 일 때,
 $2(x-1) + x - 4 = 0$
 $\therefore x = 2$

따라서 구하는 해는 $x = -2$ 또는 $x = 2$ 이다.

2. 이차방정식 $x^2 + 2(k-1)x + 4 = 0$ 이 증근을 갖도록 하는 상수 k 값들의 합은?

① 1 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 2

해설

증근을 가지려면 판별식 $D = 0$

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - 4 = 0$$

$$k^2 - 2k - 3 = 0, (k-3)(k+1) = 0$$

$$\therefore k = 3, -1$$

3. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k = 0$ 이 실근을 갖도록 실수 k 의 범위를 정하면?

① $k < 1$

② $k \leq 1$

③ $k < 3$

④ $k \leq 3$

⑤ $1 < k < 3$

해설

$$3x^2 + 6x + k = 0,$$

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 3 \cdot k \geq 0$$

$$3k \leq 9 \quad \therefore k \leq 3$$

4. 이차방정식 $x^2 + 2(k-a)x + k^2 + a^2 + b - 2 = 0$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 중근을 가질 때, $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{D}{4} = (k-a)^2 - (k^2 + a^2 + b - 2) = 0$$

$$\therefore -2ka - b + 2 = 0$$

이 식은 k 의 값에 관계없이 항상 성립하므로 k 에 대한 항등식이다.

$$a = 0, b = 2$$

$$\therefore a + b = 2$$

5. x 에 대한 이차식 $2x^2 + (k+1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이 될 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2x^2 + (k+1)x + k - 1$ 이 완전제곱식이므로

$$D = (k+1)^2 - 8(k-1) = 0$$

$$(k-3)^2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

6. 이차방정식 $x^2 + 2x + 3 = 0$ 의 해를 구하기 위해 완전제곱식으로 고쳐 $(x+a)^2 = b$ 를 얻었다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2 + 2x + 3 = 0$ 를 완전제곱식으로 고치면

$$(x^2 + 2x + 1) + 2 = 0, \quad (x+1)^2 = -2$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

$$\therefore a - b = 3$$

7. 이차식 $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4$ 가 x 에 대하여 완전제곱식이 될 때, 상수 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차식이 완전제곱식이 되면
이차방정식 $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4 = 0$
이 중근을 갖는다.
따라서, $\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (2k^2 - 6k + 4) = 0$
위의 식을 정리하면
 $-k^2 + 4k - 3 = 0$
 $k^2 - 4k + 3 = 0$
 $(k-1)(k-3) = 0$ 에서
 $k = 1$ 또는 $k = 3$

8. 이차식 $ax^2 + 4x + 2a$ 가 x 에 대한 완전제곱식이 되도록 하는 실수 a 의 값은?

① ± 1 ② $\pm \sqrt{2}$ ③ ± 2 ④ $\pm \sqrt{3}$ ⑤ $\pm \sqrt{5}$

해설

주어진 식이 x 에 대한 완전제곱식이 되려면
판별식 $D = 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = 2^2 - a \cdot 2a = 0$$

$$4 - 2a^2 = 0, \quad a^2 = 2$$

$$\therefore a = \pm \sqrt{2}$$

9. 다음 방정식의 해는?

$$x^2 + 3|x| - 4 = 0$$

- ① 0 ② ± 1 ③ $\pm \sqrt{2}$ ④ $\pm \sqrt{3}$ ⑤ ± 2

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때 $|x| = x$ 이므로 주어진 방정식은

$$x^2 + 3x - 4 = 0, (x + 4)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 1$$

이 때, $x \geq 0$ 이므로 $x = -4$ 는 부적합

$$\therefore x = 1$$

(ii) $x < 0$ 일 때 $|x| = -x$ 이므로 주어진 방정식은

$$x^2 - 3x - 4 = 0, (x - 4)(x + 1) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -1$$

그런데 $x < 0$ 이므로 $x = 4$ 는 부적합

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -1$$

이 때, $x < 0$ 이므로 $x = 4$ 는 부적합

(i), (ii)에서 $x = \pm 1$

10. 방정식 $(x-1)^2 + |x-1| - 6 = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 6

해설

(i) $x \geq 1$ 일 때
 $x^2 - 2x + 1 + x - 1 - 6 = 0$
 $x^2 - x - 6 = 0, (x-3)(x+2) = 0$ 이므로
 $x = -2, x = 3$
그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x = 3$

(ii) $x < 1$ 일 때
 $x^2 - 2x + 1 - x + 1 - 6 = 0$
 $x^2 - 3x - 4 = 0, (x-4)(x+1) = 0$
 $x = -1, x = 4$
그런데 $x < 1$ 이므로 $x = -1$

(i), (ii)에서 $x = 3, -1$ 이므로
두 근의 합은 2

11. 이차방정식 $5x^2 - 6x + a - 5 = 0$ 이 서로 다른 두 허근을 가질 때 정수 a 의 최솟값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$D' = 9 - 5(a - 5) = -5a + 34 < 0$$

$$\therefore a > \frac{34}{5}$$

12. 이차방정식 $x^2 - 2x + m = 0$ 이 허근을 가질 때, 실수 m 의 범위를 구하면?

① $m < 1$

② $-1 < m < 1$

③ $m < -1$ 또는 $m > 1$

④ $m > 1$

⑤ $m > -1$

해설

주어진 이차방정식이 허근을 가지려면

$$D/4 = 1 - m < 0$$

$$\therefore m > 1$$

13. 이차방정식 $x^2 - x(kx - 5) + 3 = 0$ 이 허근을 가질 때, 정수 k 의 최댓값을 구하면?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$x^2 - kx^2 + 5x + 3 = 0$ 이 허근을 가지려면

$$D = 25 - 4 \times 3(1 - k) < 0$$

$$25 - 12 + 12k < 0 \quad \therefore 12k < -13$$

$$\therefore k < -\frac{13}{12} \text{이므로}$$

정수 k 의 최댓값은 -2

14. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k = 0$ 이 허근을 갖도록 실수 k 의 범위를 정하면?

- ① $k \leq 3$ ② $k > 3$ ③ $k \leq 2$ ④ $k > 2$ ⑤ $k < 1$

해설

이차방정식이 허근을 가질 조건 : $D < 0$

$$3x^2 - 6x + k = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9 - 3k < 0$$

$$\therefore k > 3$$

15. 이차방정식 $x^2 + 4x + k = 0$ 이 허근을 가지도록 상수 k 의 값의 범위를 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k > 4$

해설

$$\frac{D}{4} = 2^2 - k < 0$$

$$\therefore k > 4$$

16. 이차방정식 $x^2 + 8x + 2k = 0$ 이 허근을 가지도록 하는 정수 k 의 값의 최솟값은?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

이차방정식에서 허근을 가질 조건은

$$\frac{D'}{4} < 0 \text{ 이어야 하므로,}$$

$$16 - 2k < 0, 2k > 16, \therefore k > 8$$

\therefore 정수 k 의 최솟값은 9