

1. $x \neq 0$ 일 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{1}{2x}$

② $\frac{1}{6x}$

③ $\frac{5}{6x}$

④ $\frac{11}{6x}$

⑤ $\frac{1}{6x^3}$

해설

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} = \frac{6}{6x} + \frac{3}{6x} + \frac{2}{6x} = \frac{11}{6x}$$

2. 어떤 수 x 의 8배에 2를 더한 수의 4분의 1은?

㉠ $2x + \frac{1}{2}$

㉡ $x + \frac{1}{2}$

㉢ $2x + 2$

㉣ $2x + 4$

㉤ $2x + 16$

해설

$$\frac{8x+2}{4} = 2x + \frac{1}{2}$$

3. 함수 $y = \frac{2}{x+3} - 4$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a, y = b$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -7 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 7

해설

점근선이 $x = -3, y = -4$ 이므로 $a - b = 1$

4. 어떤 산에는 서로 다른 등산로가 5가지가 있다. 이 산을 올라갔다가 내려오는 방법의 수는? (단, 올라갈 때 간 등산로로 내려오지 않는다)

① 9 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

이 산의 등산로를 A, B, C, D, E 라고 하자. 올라갈 때 사용할 수 있는 등산로는 5 가지가 있다. 만약 A 등산로로 올라갔다면 내려올 때는 A 를 제외한 나머지 등산로 B, C, D, E 즉 4 가지 등산로를 이용해야 한다. 따라서 이 산의 등산로를 이용하는 방법의 수는 곱의 법칙을 이용하여 $5 \times 4 = 20$ (가지)

5. 72의 양의 약수의 개수는?

① 6

② 8

③ 9

④ 12

⑤ 16

해설

72를 소인수 분해하면 $72 = 2^3 \times 3^2$

2^3 의 약수는 $2^0, 2^1, 2^2, 2^3$,

3^2 의 약수는 $3^0, 3^1, 3^2$

그런데 72의 양의 약수는 $2^x \times 3^y$ 의 꼴이 되므로

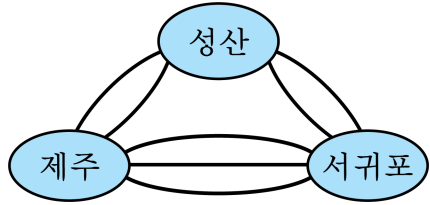
$0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2$

따라서 x, y 가 되는 정수의 개수는 각각 4, 3이므로

구하는 약수의 개수는 곱의 법칙에 의하여

$4 \times 3 = 12(\text{개})$

6. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2개, 성산과 서귀포를 잇는 길은 2개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아오는 방법은 모두 몇 가지인가?



- ① 14 ② 24 ③ 36 ④ 42 ⑤ 49

해설

갈 때 7가지, 올 때 7가지
 $7 \times 7 = 49$
 $\therefore 49$ 가지

7. ${}_9P_r = \frac{9!}{3!}$ 일 때, r 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

${}_9P_6 = \frac{9!}{3!}$ 이므로 $r = 6$

8. 5명의 학생 중 3명을 뽑아 일렬로 세우는 방법의 수를 a , 5명의 학생을 일렬로 세우는 방법의 수를 b 라고 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 3

해설

5명 중 3명을 뽑아 일렬로 배열: ${}_5P_3 = 60$

5명을 일렬로 배열: $5! = 120$

$a = 60, b = 120 \therefore \frac{b}{a} = 2$

9. 5 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 서로 다른 4 개의 숫자를 사용하여 만든 네 자리의 자연수의 개수는?

① 5 ② 10 ③ 20 ④ 60 ⑤ 120

해설

네 자리 자연수는 수의 배열에서 순서에 따라 다른 수가 되므로 5 개의 숫자 중에서 서로 다른 4 개를 택하는 순열의 수이므로 ${}_5P_4 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ (가지)

10. 한국 선수 11명과 일본 선수 11명이 축구 경기 후 상대팀 선수들과 서로 악수를 할 때, 악수한 총 횟수는? (단, 한 번 악수한 사람과는 다시 악수하지 않는다.)

① 54 ② 66 ③ 85 ④ 112 ⑤ 121

해설

한국 선수 1 명당 일본 선수 11 명과 악수를
해야 한다. $11 \times 11 = 121$

11. 분수식 $\frac{1}{x^2+x-2} - \frac{x+1}{x^2-4x+3} \div \frac{2x^2+5x+3}{x^2-5x+6}$ 을 간단히 하면 ?

① 1

② -2

③ $\frac{-x^2+2x+7}{(x-1)(x+2)(2x+3)}$

④ $\frac{x^2-2x+7}{(x-1)(x+2)(2x+3)}$

⑤ $\frac{-x^2+2x+7}{(x+1)(x-2)(2x-3)}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x^2+x-2} - \frac{x+1}{x^2-4x+3} \div \frac{2x^2+5x+3}{x^2-5x+6} \\ &= \frac{1}{(x+2)(x-1)} - \frac{x+1}{(x-3)(x-1)} \\ & \times \frac{(x-2)(x-3)}{(2x+3)(x+1)} \\ &= \frac{2x+3-(x-2)(x+2)}{(x+2)(x-1)(2x+3)} \\ &= \frac{-x^2+2x+7}{(x-1)(x+2)(2x+3)} \end{aligned}$$

12. $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 을 만족시키는 상수 a 와 b 가 있다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① -6 ② -3 ③ -1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 의 우변을 통분하여 계산하면

$$\begin{aligned}\frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4}\end{aligned}$$

따라서 $a-b=1$, $-2(a+b)=6$ 이므로 연립하여 풀면

$$a=-1, b=-2$$

$$\therefore a+b=-3$$

13. 분수식 $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{a}}} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{a}}}$ 을 간단히 하면?

① 1

② $1 - a$

③ $1 - a^2$

④ $1 + a^2$

⑤ $1 + a$

해설

$$\begin{aligned}\text{준식} &= \frac{1}{1 - \frac{1}{a-1}} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{a+1}} \\ &= \frac{a-1}{a-1-a} \times \frac{a+1}{a+1-a} \\ &= \frac{a-1}{-1} \times \frac{a+1}{1} = 1 - a^2\end{aligned}$$

14. $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} \neq 0$ 일 때, $\frac{xy}{x^2 + 2y^2}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{2}{17}$ ② $\frac{3}{17}$ ③ $\frac{4}{17}$ ④ $\frac{5}{17}$ ⑤ $\frac{6}{17}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{x}{4} = \frac{y}{3} &\Rightarrow x = \frac{4}{3}y \\ \therefore \frac{xy}{x^2 + 2y^2} &= \frac{16}{9} \frac{\frac{4}{3}y^2}{y^2 + 2y^2} = \frac{6}{17}\end{aligned}$$

15. 양수 a, b, c, d 는 $a : b = c : d$ 가 성립한다. 다음 중에서 옳은 것은?

① $ac = bd$

② $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

③ $a + b = c + d$

④ $a - c = b - d$

⑤ $\frac{a}{d} = \frac{b}{c}$

해설

$a : b = c : d$ 이면 $ad = bc$

16. 함수 $y = \frac{x+1}{x-4}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수 $y = \frac{x+1}{x-4}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고
치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a$, $y = b$ 는 점근선이다.
따라서 $y = \frac{(x-4)+5}{x-4} = \frac{5}{x-4} + 1$ 에서
 $a = 4$, $b = 1$ 이므로
 $\therefore a + b = 4 + 1 = 5$

17. 유리함수 $y = \frac{ax-b}{x-2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면 $y = \frac{3x-1}{x+c}$ 의 그래프와 일치한다. 이 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{ax-b}{x-2} \Rightarrow y-2 = \frac{a(x+3)-6}{(x+3)-2} \\ \Rightarrow y &= \frac{ax+3a-b+2(x+1)}{(a+2)x+3a-b+2} \\ &= \frac{(a+2)x+3a-b+2}{x+1} \\ \therefore c &= 1, a = 1, b = 6 \\ \Rightarrow a+b+c &= 8 \end{aligned}$$

18. 곡선 $xy + x - 3y - 2 = 0$ 이 지나지 않는 사분면을 구하면?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 없다.

해설

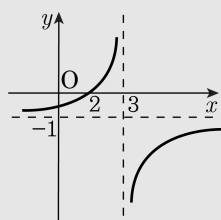
$xy + x - 3y - 2 = 0$ 을 y 에 대하여
정리하면 $(x - 3)y = -x + 2$

$$\therefore y = \frac{-x + 2}{x - 3} = \frac{-1}{x - 3} - 1 (x \neq 3)$$

즉, $y = \frac{-1}{x - 3} - 1$ 은 점근선이

$x = 3, y = -1$ 이고 점 $(2, 0)$ 을 지나므로

그래프는 다음 그림과 같다. 따라서,
제 2 사분면을 지나지 않는다.



19. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 5 또는 8 이 되는 경우의 수는?

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

서로 다른 두 개의 주사위의 눈의 수를 순서쌍 (x,y) 로 나타내면

(i) 눈의 합이 5 가 되는 경우는

$(1,4)$, $(2,3)$, $(3,2)$, $(4,1)$: 4 가지

(ii) 눈의 합이 8 이 되는 경우는

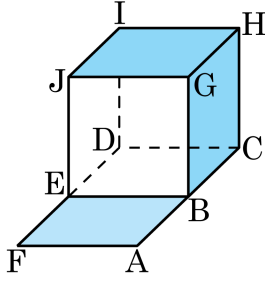
$(2,6)$, $(3,5)$, $(4,4)$, $(5,3)$, $(6,2)$: 5 가지

그런데 (i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로

$4 + 5 = 9$ (가지)

$\therefore 9$

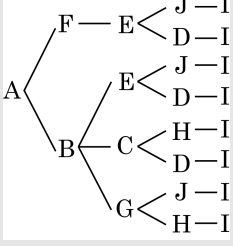
20. 다음그림은 정육면체의 뚜껑이 열려 있는 상태를 나타낸 것이다. A에서 I까지 최단 거리로 모서리를 따라가는 방법의 수는?



- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

A에서 I까지 최단 거리로 수행도를 그려보면



위의 수행도에서 구하는 방법의 수는 8가지이다.

21. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 남녀 교대로 서는 경우의 수를 구하여라.

① 72 ② 112 ③ 144 ④ 216 ⑤ 288

해설

남자 4명을 줄 세운 다음 그 사이 사이에 여자 3명을 배치한다.
 $4! \times 3! = 144$

22. 10 종류의 아이스크림 중에서 3가지를 고르는 방법의 수는?

- ① 120 ② 320 ③ 540 ④ 620 ⑤ 720

해설

$${}_{10}C_3 = 120$$

23. 5명의 가족 중에서 아빠, 엄마를 포함하여 4명을 뽑아 일렬로 세우는 방법의 수는?

① 35 ② 72 ③ 108 ④ 144 ⑤ 180

해설

3명 중 2명을 뽑은 후, 4명을 일렬로 세우는 방법을 구한다.
 $\therefore {}_3C_2 \times 4! = 72$

24. 다음 중 함수 $y = \frac{3x}{x-3}$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제1사분면

② 제2사분면

③ 제3사분면

④ 제4사분면

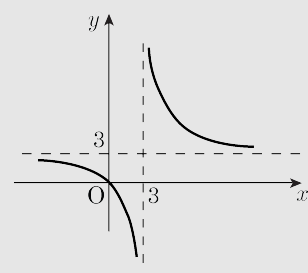
⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$$y = \frac{3x}{x-3}$$

$$y = \frac{3(x-3) + 9}{x-3}$$

$$y = \frac{9}{x-3} + 3$$



따라서 제3사분면을 지나지 않는다.

25. 점근선이 $x = -2$, $y = 3$ 이고, 점 $(0, 5)$ 를 지나는 유리함수 $f(x)$ 의 $-6 \leq x \leq -4$ 에서의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, Mm 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = \frac{k}{x+2} + 3, (k \neq 0)$$

$$5 = \frac{k}{0+2} + 3 \quad \therefore k = 4$$

$$f(x) = \frac{4}{x+2} + 3$$

$$x = -6 \text{ 일 때, } M = \frac{4}{-6+2} + 3 = 2$$

$$x = -4 \text{ 일 때, } m = \frac{4}{-4+2} + 3 = 1$$

$$\therefore Mm = 2 \times 1 = 2$$

26. 다음 연립방정식을 만족하는 n 의 값은?

$${}_8C_{r-1} = {}_8C_{3r+1}, {}_nC_r + {}_nC_{r+1} = 2 \cdot {}_{2n}C_{r-1}$$

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

${}_8C_{r-1} = {}_8C_{3r+1}$ 에서 $r-1 = 3r+1$
또는 $(r-1) + (3r+1) = 8, r > 0$ 이므로
 $\therefore r = 2$
따라서 두 번째 식에서
 ${}_nC_r + {}_nC_{r+1} = 2 \cdot {}_{2n}C_{r-1}$
 $\frac{n(n-1)}{2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 2 \cdot 2n \cdots (i)$
 $n \geq 3$ 이므로 (i)을 정리하면
 $3(n-1) + (n-1)(n-2) = 24$
따라서 $n^2 - 25 = 0 \therefore n = 5$

27. 남학생 6명과 여학생 7명 중에서 남학생 3명, 여학생 4명을 뽑아 청소를 시킬 때, 키가 가장 큰 남학생 1명은 청소를 하고, 키가 가장 작은 여학생 1명은 청소를 하지 않는 방법의 수는?(단, 학생들의 키는 모두 다르다.)

① 100 ② 150 ③ 200 ④ 250 ⑤ 300

해설

남학생 5명 중 2명을 뽑고, 여학생 6명 중 4명을 뽑는 경우의 수와 같다.

$$\therefore {}_5C_2 \times {}_6C_4 = 150$$

28. 원에 내접하는 칠각형에 대하여 대각선은 모두 몇 개를 그을 수 있는가?

① 7

② 12

③ 14

④ 35

⑤ 38

해설

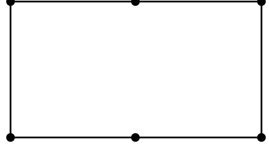
7 개의 점에서 2 개를 택하는 조합

$$\therefore {}_7C_2 = \frac{7!}{5!2!} = 21$$

이 때, 7 각형의 변의 개수는 빼줘야 하므로

$$\therefore 21 - 7 = 14 \text{ 개}$$

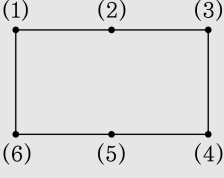
29. 직사각형에 그림과 같이 6 개의 점을 찍었다. 이 점 중 4 개를 선택하여 만들 수 있는 사각형의 개수는?



- ① 8개
- ② 9개
- ③ 10개
- ④ 11개
- ⑤ 12개

해설

- (i) 6 개 중에서 4 를 선택할 가짓수는
⇒ ${}_6C_4 = 15$
- (ii) 사각형이 되지 않는 가짓수는 예를 들어
(1, 2, 3, 4), (1, 2, 3, 5) 와 같이 6(가지)



∴ $15 - 6 = 9$ 가지

30. 분수식 $\frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1} - \frac{x^2+1}{x^2+x}$ 를 간단히 하면?

① $\frac{x^2+1}{x(x+1)}$

③ $\frac{x^2+2}{x(x+1)}$

⑤ $\frac{x^2+1}{x(x+1)(x+1)}$

② $\frac{x^2+2}{x(x-1)}$

④ $\frac{x^2+1}{x(x-1)}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x-1}{x+1} + \frac{x+1}{x-1} - \frac{x^2+1}{x^2+x} \\ &= \frac{(x-1)^2 + (x+1)^2}{(x+1)(x-1)} - \frac{x^2+1}{x^2+x} \\ &= \frac{2x^2+2}{(x+1)(x-1)} - \frac{x^2+1}{x^2+x} \\ &= \frac{(2x^2+2)x - (x-1)(x^2+1)}{x(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{(x^2+1)(2x-x+1)}{x(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{(x^2+1)(x+1)}{x(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{x^2+1}{x(x-1)} \end{aligned}$$

31. $a + b + c = 0$ 일 때, $a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② -2 ③ 2 ④ -3 ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}
 & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\
 &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \\
 \Rightarrow & a^3 + b^3 + c^3 = 3abc \quad (\because a + b + c = 0) \quad \cdots \textcircled{1} \\
 & a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \\
 &= a\frac{(b+c)}{bc} + b\frac{(c+a)}{ca} + c\frac{(a+b)}{ab} \\
 &= \frac{-a^2}{bc} + \frac{-b^2}{ca} + \frac{-c^2}{ab} \quad (\because a + b + c = 0) \\
 &= \frac{-(a^3 + b^3 + c^3)}{abc} \\
 &= -3 \quad (\because \textcircled{1})
 \end{aligned}$$

32. 한 쪽에는 추만 놓고 다른 쪽에는 물건을 놓아 무게를 재는 양팔저울과 1g의 추 2개, 3g의 추 2개, 9g의 추 1개, 27g의 추 2개 등 모두 7개의 추가 있다. 이것으로 잴 수 있는 무게는 모두 몇 가지인가? (단, 무게가 0인 경우도 포함한다.)
- ① 8가지 ② 16가지 ③ 24가지
- ④ 36가지 ⑤ 54가지

해설

가벼운 추를 모두 올려놓아도 무거운 추 하나보다 가볍기 때문에 계산은 간단해진다.
1g의 추를 올려놓는 경우의 수는 0, 1, 2개의 3가지,
3g의 추를 올려놓는 경우의 수는 0, 1, 2개의 3가지,
9g의 추를 올려놓는 경우의 수는 0, 1개의 2가지,
27g의 추를 올려놓는 경우의 수는 0, 1, 2개의 3가지
따라서 $3 \times 3 \times 2 \times 3 = 54$ 가지

33. n 명을 일렬로 세울 때, 이 중 특정한 세 명의 순서가 하나로 정해져 있다. 방법의 수는?

① $\frac{n!}{2}$

② $\frac{n!}{6}$

③ $n!$

④ $\frac{(n-1)!}{2}$

⑤ $3(n-1)!$

해설

n 명을 일렬로 세우는 방법의 수는 ${}_nP_n = n!$

그런데 여기에는 순서가 정해진 세 명이 자리를 바꾸는 경우의 수가 포함되어 있다.

즉, 세 명의 자리를 바꾸는 방법의 수만큼 배가 된 것이므로 세 명이 자리를 바꾸는 방법의 수로 나누면 된다.

따라서 구하는 방법의 수는 $\frac{n!}{3!} = \frac{n!}{6}$