

1. 방정식 $|x-3| + |x-4| = 2$ 의 해의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

i) $x < 3$ 일 때,

$$-(x-3) - (x-4) = 3, -2x = -5$$

$$\therefore x = \frac{5}{2}$$

ii) $3 \leq x < 4$ 일 때

$$(x-3) - (x-4) = 2, 0 \cdot x = 1$$

$\therefore$ 해가 없다.

iii) $x \geq 4$ 일 때

$$x-3 + x-4 = 2, 2x = 9$$

$$\therefore x = \frac{9}{2}$$

따라서 $x = \frac{5}{2}, \frac{9}{2}$ 이고 그 합은 7

2. $|x - 1| = 3 - \sqrt{x^2}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$|x - 1| = 3 - |x|$ 에서,

$|x| + |x - 1| = 3$ 이다.

i) $x < 0$ 일 때,

$$-x - (x - 1) = 3$$

$$\therefore x = -1$$

ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,

$$x - (x - 1) = 3$$

$0 \cdot x + 1 = 3$ 이므로 불능

iii) $x \geq 1$ 일 때,

$$x + (x - 1) = 3$$

$$\therefore x = 2$$

따라서 구하는 해는

$x = -1$ 또는 $x = 2$ 이다.

3. 방정식 $|x| + |x - 1| = 9$ 의 모든 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -20

해설

$$|x| + |x - 1| = 9 \text{에서}$$

i) $x < 0$ 일 때,

$$-x - x + 1 = 9$$

$$\therefore x = -4$$

ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,

$$x - x + 1 = 9 \text{(성립하지 않음)}$$

iii) $x \geq 1$ 일 때,

$$x + x - 1 = 9$$

$$\therefore x = 5$$

따라서 모든 근의 곱은

$$(-4) \times 5 = -20$$

4. $|x-2| + |x-3| = 1$ 을 만족하는 실수 x 의 개수는?

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개이상

해설

$|x-2| + |x-3| = 1$ 에서

i) $x < 2$ 일 때,

$$-(x-2) - (x-3) = 1$$

$\therefore x = 2$ (성립하지 않음)

ii) $2 \leq x < 3$ 일 때,

$$(x-2) - (x-3) = 1$$

$\therefore 0 \cdot x = 0$ (모든 실수)

iii) $x \geq 3$ 일 때,

$$(x-2) + (x-3) = 1$$

$\therefore x = 3$

5. $|x+1| + |x-2| = x+3$ 을 만족하는 해의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

i) $x < -1$ 일 때,

$$-x-1-x+2=x+3$$

$$\therefore x = -\frac{2}{3} \text{ (모순)}$$

ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,

$$x+1-x+2=x+3$$

$$\therefore x = 0$$

iii) $x \geq 2$ 일 때,

$$x+1+x-2=x+3$$

$$\therefore x = 4$$

6. 방정식 $x^2 + |x| = |x - 1| + 5$ 를 만족하는 두 근의 곱은?

① $-2\sqrt{6}$

② $-\sqrt{6}$

③ 0

④ $\sqrt{6}$

⑤ $2\sqrt{6}$

해설

i) $x < 0$ 일 때

$$x^2 - x = -(x - 1) + 5, x^2 = 6$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{6}$$

그런데 $x < 0$ 이므로 $x = -\sqrt{6}$

ii) $0 \leq x < 1$ 일 때

$$x^2 + x = -(x - 1) + 5$$

$$x^2 + 2x - 6 = 0$$

$$\therefore x = -1 \pm \sqrt{7}$$

그런데 $0 \leq x < 1$ 이므로 해가 없다.

iii) $x \geq 1$ 일 때,

$$x^2 + x = x - 1 + 5, x^2 = 4$$

$$\therefore x = \pm 2$$

그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x = 2$

i), ii), iii)에서 주어진 방정식의 해는

$x = 2$ 또는 $x = -\sqrt{6}$ 이므로

두 근의 곱은 $-2\sqrt{6}$

7. 이차방정식 $x^2 - 4|x| - 5 = 0$ 의 두 근의 곱은?

① -5

② -10

③ -15

④ -20

⑤ -25

해설

i) $x \geq 0$ 일 때,

$$x^2 - 4x - 5 = (x - 5)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 5$$

ii) $x < 0$ 일 때,

$$x^2 + 4x - 5 = (x + 5)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -5$$

i), ii)에서 두 근의 곱은 -25이다.