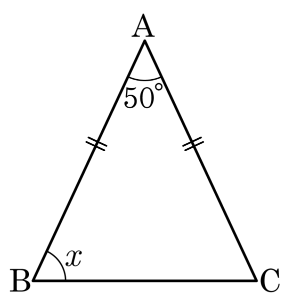
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A = 50°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



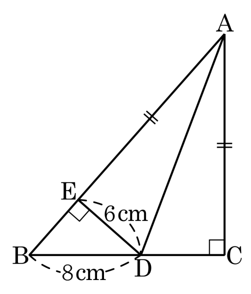
▶ 답: $\underline{\quad\quad}$°

▷ 정답: 65°

해설

$\angle x = (180° - 50°) \div 2 = 65°$

2. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AE} = \overline{AC}$, $\overline{AB} \perp \overline{DE}$ 일 때, $\overline{DC}$ 의 길이는?



① 3 cm ② 6 cm ③ 7 cm

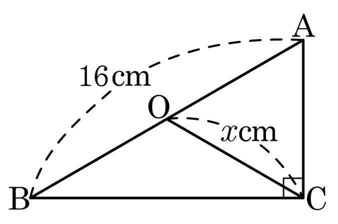
④ 8 cm ⑤ 10 cm

해설

$\triangle AED \equiv \triangle ACD$ (RHS 합동)

$\therefore \overline{ED} = \overline{CD} = 6$ (cm)

3. 다음 그림에서 점 O는 직각삼각형 ABC의 외심이다. $\overline{\mathrm{AB}} = 16\mathrm{cm}$ 일 때, x의 길이는?

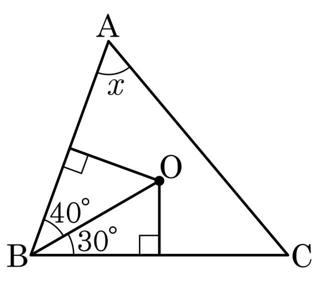


① 4cm ② 6cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설

점 O가 $\triangle\mathrm{ABC}$의 외심이므로
$\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OC}}$ 이다.
$\therefore x = \overline{\mathrm{OC}} = 8(\mathrm{cm})$

4. 다음 그림에서 점 O 가 △ABC 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

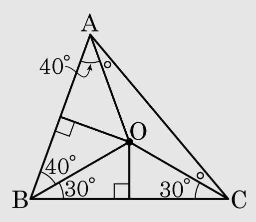


▶ 답: $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답: 60 °

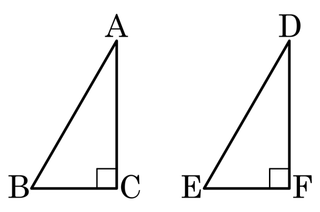
해설

다음 그림과 같이 $\angle BCO = 30°$, $\angle OAB = 40°$ 이고 $\angle OCA = 90° - (40° + 30°) = 20°$ 이다.



따라서 $\angle x = 40° + 20° = 60°$ 이다.

5. 다음 그림의 두 직각삼각형이 서로 합동이 되는 조건이 아닌 것은?



① $\overline{BC}=\overline{EF}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$
② $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$
③ $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\angle A=\angle D$
④ $\angle B=\angle E$, $\angle A=\angle D$
⑤ $\angle B=\angle E$, $\overline{AC}=\overline{DF}$

해설

④ 세 각이 같다는 것만으로 합동이라고 할 수 없다.
① SAS 합동
② RHS 합동
③ RHA 합동
⑤ ASA 합동

6. 다음은 $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점을 P 라 하고 점 P 에서 $\overline{OX}$, $\overline{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각A, B 라고 할 때, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 임을 증명하는 과정이다. ㉠~㉤에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

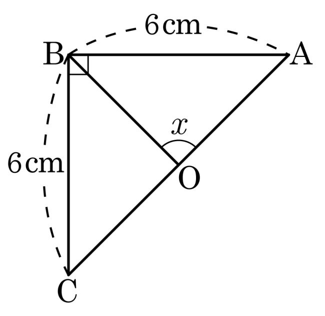
> [가정]$\angle AOP$ = (㉠),
> $\angle PAO = \angle PBO = 90°$
> [결론] (㉡)= (㉢)
> [증명]$\triangle POA$ 와 $\triangle POB$ 에서
> $\angle AOP$ = (㉠) ⋯ ⓐ
> (㉣)는 공통 ⋯ ⓑ
> $\angle PAO = \angle PBO = 90°$ ⋯ ⓒ
> ⓐ, ⓑ, ⓒ에 의해서 $\triangle POA \equiv \triangle POB$ ((㉤) 합동)
> ∴ (㉡)= (㉢)

① ㉠$\angle BOP$　② ㉡$\overline{PA}$　③ ㉢$\overline{PB}$
④ ㉣$\overline{OP}$　⑤ ㉤SAS

해설

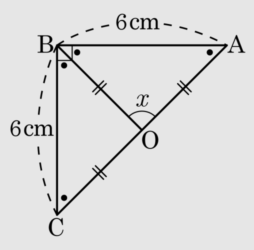
$\triangle POA \equiv \triangle POB$ 는 $\angle AOP = \angle BOP$, $\overline{OP}$ 는 공통, $\angle PAO = \angle PBO = 90°$ 이므로 RHA 합동이다.

7. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 O 가 빗변의 중점일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



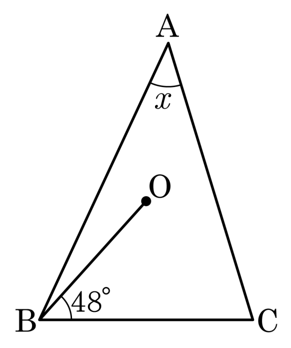
① $70°$　② $75°$　③ $80°$　④ $85°$　⑤ $90°$

해설



$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형
$\angle BCA = \angle BAC$ 이고, $\angle B = 90°$ 이므로
$\angle BCA = \angle BAC = 45°$
직각삼각형 $\triangle ABC$ 의 점 O 가 빗변의 중점이므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
$\therefore \overline{OC} = \overline{OB} = \overline{OA}$
$\triangle OAB$ 가 이등변삼각형이므로 $(\because \overline{OA} = \overline{OB})$
$\angle OAB = \angle OBA = 45°$
따라서 $\angle AOB = 90°$ 이다.

8. 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이라고 할 때, $\angle OBC = 48°$이다. $\angle x$의 크기는?

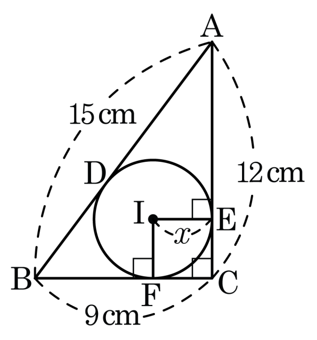


① 40°　② 42°　③ 44°　④ 46°　⑤ 48°

해설

$\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로
$\angle OBC = \angle OCB = 48°$
$\angle BOC = 84°$
$\triangle ABC$에서 $\angle BAC = \dfrac{1}{2}\angle BOC = 42°$

9. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에 내접하는 원 I 의 반지름의 길이 x 는 얼마인가?

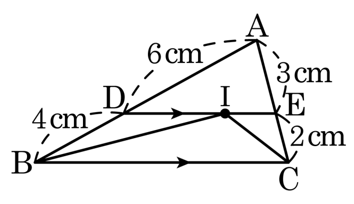


① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$x = \overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{BD} = \overline{BF} = 9 - x$, $\overline{AD} = \overline{AE} = 12 - x$
따라서 $(9 - x) + (12 - x) = 15$ 이므로 $x = 3(\text{cm})$ 이다.

10. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE}$ 와 $\overline{BC}$ 가 평행일 때, $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{DB} = 4\text{cm}$, $\overline{AE} = 3\text{cm}$, $\overline{EC} = 2\text{cm}$ 이다. $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?

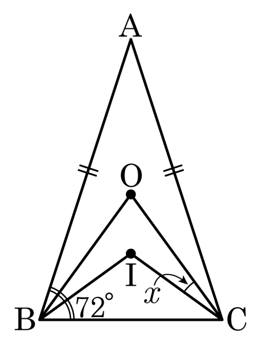


① 9cm ② 11cm ③ 13cm ④ 15cm ⑤ 17cm

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때,
($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{AB} + \overline{AC}$
따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는 15cm 이다.

11. 다음 그림에서 점 O 와 I 는 각각 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외심과 내심이다. $\angle ABC = 72°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기$=$ (   )° 이다. 빈칸에 들어갈 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$\angle BAC = 180° - 2 \times 72° = 36°$이므로 $\angle BOC = 2\angle BAC = 72°$

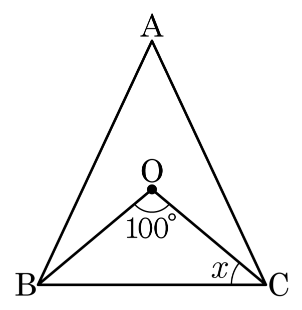
$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2} \times \angle BAC = 108°$

따라서 $\angle OCB = \frac{1}{2}(180° - 72°) = 54°$

$\angle ICB = \frac{1}{2}(180° - 108°) = 36°$이므로

$\angle x = 54° - 36° = 18°$

12. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle$ABC 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

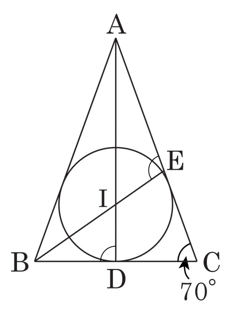


① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

해설

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle$OBC 는 이등변삼각형이다.
따라서 두 밑각의 크기가 같으므로
$\angle OBC = \angle OCB$
$\therefore 2x + 100 = 180,\ x = 40$ 이다.

13. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이고 $\angle C = 70°$이다. $\overline{AI}$, $\overline{BI}$의 연장선이 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$와 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, $\angle IDB + \angle IEA$의 크기를 구하여라.

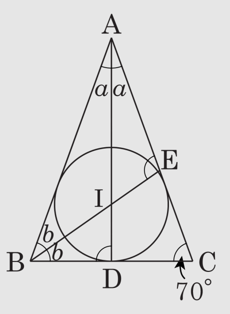


▶ 답 :

▷ 정답 : $195°$

해설

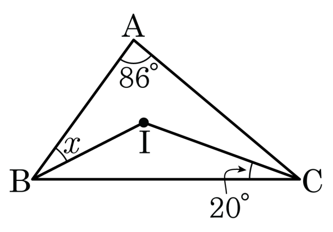
점 I가 내심이므로
$\angle IAB = \angle IAC = \angle a$,
$\angle IBA = \angle IBC = \angle b$라고 하면
$2\angle a + 2\angle b + 70° = 180°$
$2(\angle a + \angle b) = 110°$
$\therefore\ \angle a + \angle b = 55°$



삼각형의 두 내각의 합은 한 외각의 크기와 같으므로
$\angle IDB = \angle a + 70°$, $\angle IEA = \angle b + 70°$

$$\begin{aligned}\therefore\ \angle IDB + \angle IEA &= \angle a + 70° + \angle b + 70° \\ &= (\angle a + \angle b) + 140° \\ &= 55° + 140° \\ &= 195°\end{aligned}$$

14. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고, $\angle A = 86°$일 때, $\angle ABI =$ (   )°이다. (   ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

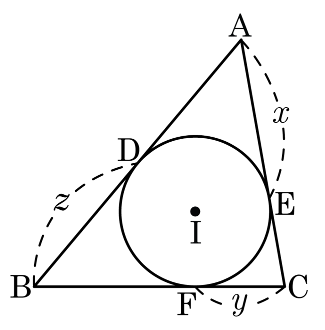
$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 86° = 133°$ 이다.

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle IBC = 180° - 20° - 133° = 27°$ 이다.

점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 27°$이다.

$\therefore \angle ABI = 27°$이다.

15. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이고, 점 D, E, F 는 내접원의 접점일 때, $\triangle$ABC 의 둘레가 24cm 이다. $x+y+z$의 값은 얼마인지 보기에서 찾아라.



보기

㉠ 11cm　㉡ 12cm　㉢ 13cm
㉣ 14cm　㉤ 15cm

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
$\overline{AE} = \overline{AD} = x, \overline{BD} = \overline{BF} = z, \overline{CE} = \overline{CF} = y$ 이므로 $2x + 2y + 2z = 24$ 이다.
$\therefore x + y + z = 12(\mathrm{cm})$ 이다.