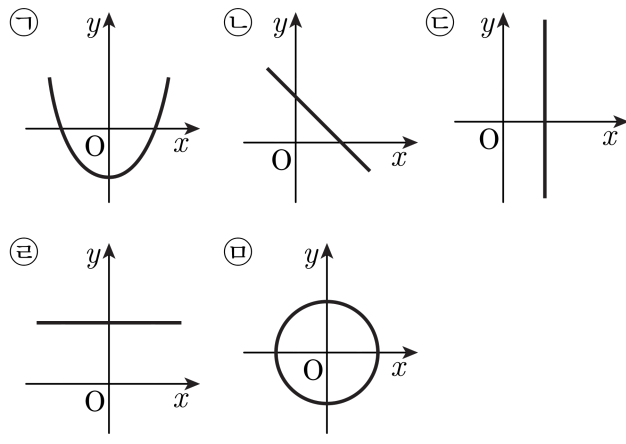


1. 다음 그래프 중 함수인 것은 모두 몇 개인가?



- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

주어진 그래프가 함수가 되기 위해서는 집합 X 의 각 원소 x 의 함수값 $f(x)$ 가 하나로 결정되어야 한다. 그러나 ㉢, ㉤은 x 의 함수값 $f(x)$ 가 두개 이상인 점이 존재하므로 함수가 될 수 없다.

2. 두 집합 $X = \{0, 1, 2\}$, $Y = \{-1, 0, 1, 2\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 가 $f(x) = 2x^2 - 3x$ 일 때, 함수 f 의 치역을 구하면?

① $\{-1, 1\}$

② $\{-1, 0, 1\}$

③ $\{0, 1, 2\}$

④ $\{-1, 0, 2\}$

⑤ $\{-1, 0, 1, 2\}$

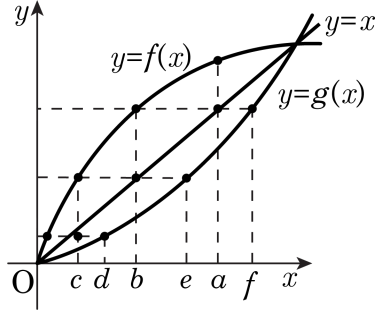
해설

$f(x) = 2x^2 - 3x$ 이므로

$f(0) = 0, f(1) = -1, f(2) = 2$

따라서 치역은 $\{-1, 0, 2\}$

3. 다음 그림은 세 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = x$ 의 그래프이다. 이때, $(f \circ f \circ g)^{-1}(a)$ 의 값은?



- ① a ② b ③ c ④ d ⑤ e

해설

$(f \circ f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1} \dots \dots \ominus$ 이고
 $f^{-1}(a) = k$ 라 하면 $f(k) = a$ 에서 $k = b$
 $\therefore f^{-1}(a) = b \dots \dots \ominus$
 $f^{-1}(b) = l$ 이라 하면 $f(l) = b$ 에서 $l = c$
 $\therefore f^{-1}(b) = c \dots \dots \ominus$
 $g^{-1}(c) = m$ 이라 하면 $g(m) = c$ 에서 $m = d$
 $\therefore g^{-1}(c) = d \dots \dots \omin�$
 $\omin�, \omin�, \omin�, \omin�$ 에서
 $(f \circ f \circ g)^{-1} = (g^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1})(a)$
 $= g^{-1}[f^{-1}\{f^{-1}(a)\}]$
 $= g^{-1}\{f^{-1}(b)\} = g^{-1}(c) = d$

4. 함수 $f(x) = ||x - 2| + 1|$ 에 대하여 $f(-1) - f(3)$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(-1) = ||-1 - 2| + 1| = 4$
 $f(3) = ||3 - 2| + 1| = 2$ 이므로
 $\therefore f(-1) - f(3) = 2$

5. 두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여 $(f \circ g)(x)$ 를 구하면?

① $(f \circ g)(x) = (x + 2)^2$ ② $(f \circ g)(x) = x^2 + 2$

③ $(f \circ g)(x) = (x - 2)^2$ ④ $(f \circ g)(x) = x^2 - 2$

⑤ $(f \circ g)(x) = -x^2 + 2$

해설

두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여
 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x + 2) = (x + 2)^2$

6. 두 함수 $f(x) = ax + b$, $g(x) = ax + c$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은 무엇인가?

① $a = 1$ 또는 $b = c$

② $a = 1$

③ $b = c$

④ $a = 0$ 또는 $b = c$

⑤ $a = 0$

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(ax + c) \\ &= a(ax + c) + b \\ &= a^2x + ac + b\end{aligned}$$

$$\text{마찬가지로 } (g \circ f)(x) = a^2x + ab + c$$

$$\therefore ac + b = ab + c$$

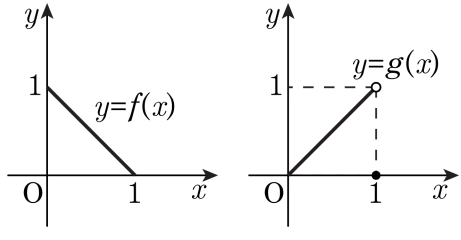
$$\text{즉, } (a - 1)(b - c) = 0$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } b = c$$

7. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 다음 성질을 만족시킨다.

- I. $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 주기가 2인 주기함수이다.
II. 임의의 실수 x 에 대하여
 $f(-x) = f(x)$, $g(-x) = -g(x)$

함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 그래프의 일부가 각각 다음과 같을 때,
 $f\left(g\left(-\frac{7}{3}\right)\right)$ 의 값을 구하면?



- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

해설

II. 에 의하여
 $y = f(x)$ 의 그래프는 y 축에 대하여 대칭이고,
 $y = g(x)$ 의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.
 $g\left(-\frac{7}{3}\right) = -g\left(\frac{7}{3}\right) = -g\left(2 + \frac{1}{3}\right)$
 $= -g\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{3}$
($\because -1 < x < 1$ 에서 $g(x) = x$) 이고
 $0 \leq x \leq 1$ 에서 $f(x) = -x + 1$
따라서 $f\left(g\left(-\frac{7}{3}\right)\right) = f\left(-\frac{1}{3}\right)$
 $= -\left(-\frac{1}{3}\right) + 1 = \frac{2}{3}$

8. $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2}{x(x+2)}$

② $\frac{3}{x(x+2)}$

③ $\frac{2}{(x+2)(x+3)}$

④ $\frac{3}{(x+2)(x+3)}$

⑤ $\frac{3}{x(x+3)}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} \right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{3}{x(x+3)}\end{aligned}$$

9. 다음 유리식을 간단히 하시오.

$$\frac{\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x}}{\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x}}$$

- ① 1
- ② x
- ③ $-x$
- ④ $\frac{1}{x}$
- ⑤ $-\frac{1}{x}$

해설

$$\begin{aligned} \text{(준식)} &= \frac{\frac{(1+x) + (1-x)}{(1-x)(1+x)}}{\frac{(1+x) - (1-x)}{(1-x)(1+x)}} = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x} \end{aligned}$$

해설

주어진 식의 분모와 분자에 $(1-x)(1+x)$ 를 곱하면
(준식)

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{1}{1-x}(1-x)(1+x) + \frac{1}{1+x}(1-x)(1+x)}{\frac{1}{1-x}(1-x)(1+x) - \frac{1}{1+x}(1-x)(1+x)} \\ &= \frac{(1+x) + (1-x)}{(1+x) - (1-x)} = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x} \end{aligned}$$

10. 함수 $y = \frac{x-6}{x-4}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a-b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수 $y = \frac{x-6}{x-4}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고

치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a$, $y = b$ 는 점근선이다.

따라서 $y = \frac{(x-4)-2}{x-4} = \frac{-2}{x-4} + 1$ 에서

$a = 4$, $b = 1$ 이므로

$\therefore a - b = 4 - 1 = 3$

11. 곡선 $xy + x - 3y - 2 = 0$ 이 지나지 않는 사분면을 구하면?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 없다.

해설

$xy + x - 3y - 2 = 0$ 을 y 에 대하여
정리하면 $(x - 3)y = -x + 2$

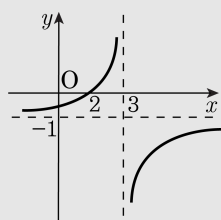
$$\therefore y = \frac{-x + 2}{x - 3} = \frac{-1}{x - 3} - 1 (x \neq 3)$$

즉, $y = \frac{-1}{x - 3} - 1$ 은 점근선이

$x = 3$, $y = -1$ 이고 점 $(2, 0)$ 을 지나므로

그래프는 다음 그림과 같다. 따라서,

제 2 사분면을 지나지 않는다.



12. 함수 $f(x) = x^2 + 2x + 3 (x \geq -1)$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = \sqrt{x+a} - b$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$y = x^2 + 2x + 3$$

$$\Rightarrow y - 2 = (x + 1)^2$$

$$\Rightarrow (y + 1)^2 = x - 2$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{x - 2} - 1 \cdots f^{-1}(x)$$

$$\therefore a + b = -1$$

13. $\sqrt{12-6\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $\frac{6}{a+b}+b$ 의 값은?

- ① 0 ② $\frac{2}{3}$ ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{12-6\sqrt{3}} &= \sqrt{12-2\sqrt{27}} = 3-\sqrt{3} \\ a &= 1, \quad b = 2-\sqrt{3} \quad (\because 1 < \sqrt{3} < 2) \\ \therefore \frac{6}{a+b}+b &= \frac{6}{3-\sqrt{3}}+2-\sqrt{3} = 5\end{aligned}$$

14. 유리수 x, y 가 $(x - 2\sqrt{2})(2\sqrt{2} - y) = 4\sqrt{2}$ 를 만족시킬 때 $x^3 + y^3$ 의 값은?

① 45

② 56

③ 48

④ 37

⑤ 26

해설

$$2\sqrt{2}x - xy - 8 + 2\sqrt{2}y = 4\sqrt{2}$$

$$-xy - 8 + (2x + 2y - 4)\sqrt{2} = 0$$

$$xy = -8, \quad x + y = 2$$

$$\begin{aligned}\therefore x^3 + y^3 &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) \\ &= 2^3 - 3 \cdot (-8) \cdot 2 = 56\end{aligned}$$

15. 다음 중 함수 $y = a\sqrt{bx}$ 의 그래프가 그려지는 사분면을 옳게 나타낸 것을 고르면? (단, $ab \neq 0$)
- ① $ab > 0$ 이면 제 3사분면
 - ② $ab < 0$ 이면 제 4사분면
 - ③ $a < 0, b > 0$ 이면 제 4사분면
 - ④ $a > 0, b < 0$ 이면 제 1사분면
 - ⑤ $a < 0, b < 0$ 이면 제 2사분면

해설

- ㉠ $ab > 0 \Leftrightarrow (a > 0 \text{ 이고 } b > 0) \text{ 또는 } (a < 0 \text{ 이고 } b < 0)$ 이므로 제 1사분면 또는 제 3사분면에 그래프가 그려진다.
- ㉡ $ab < 0 \Leftrightarrow (a > 0 \text{ 이고 } b < 0) \text{ 또는 } (a < 0 \text{ 이고 } b > 0)$ 이므로 제 2사분면 또는 제 4사분면에 그래프가 그려진다.
- ㉢ $a < 0, b > 0$ 이면 제 4사분면에 그래프가 그려진다.
- ㉤ $a > 0, b < 0$ 이면 제 2사분면에 그래프가 그려진다.
- ㉥ $a < 0, b < 0$ 이면 제 3사분면에 그래프가 그려진다.

16. 두 함수 $y = \sqrt{x+3}$ 과 $y = x+k$ 의 그래프가 서로 다른 두 개의 교점을 갖도록 상수 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $1 \leq k < \frac{13}{4}$ ② $2 \leq k < \frac{13}{4}$ ③ $3 \leq k \leq \frac{13}{4}$
 ④ $3 < k < \frac{13}{4}$ ⑤ $3 \leq k < \frac{13}{4}$

해설

직선과 포물선이 접하려면 $\sqrt{x+3} = x+k$

$$\therefore x+3 = (x+k)^2$$

$$x^2 + (2k-1)x + (k^2-3) = 0 \text{ 에서}$$

$$D = (2k-1)^2 - 4(k^2-3) = 0$$

$$4k^2 - 4k + 1 - 4k^2 + 12 = 0$$

$$\therefore -4k + 13 = 0$$

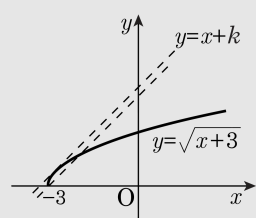
$$\therefore k = \frac{13}{4}$$

또, 직선 $y = x+k$ 가 점 $(-3, 0)$ 을 지날 때

$$0 = -3 + k \quad \therefore k = 3$$

따라서 서로 다른 두 개의 교점을 가질 때의 k 의 값의 범위는

$$3 \leq k < \frac{13}{4}$$



17. 집합 $X = \{x \mid x \leq a, x \text{는 실수}\}$ 에 대하여 X 에서 X 로 함수 $f(x) = -x^2 + 4x$ 의 역함수가 존재할 때, a 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

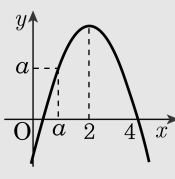
$f(x) = -(x-2)^2 + 4$ 의 그래프를 그리면 다음 그림과 같다.

정의역, 공역은 모두 a 이하이고 $a \leq 2$, $f(a) =$

a

$$-a^2 + 4a = a \quad \therefore a = 0, 3$$

a 는 2보다 작아야 하므로 구하는 값은 0



18. 소비자 단체에서 백화점의 할인 판매 상품의 가격을 조사하였더니, 각 백화점들은 상품의 정가를 원가보다 높게 거짓으로 표시하여 할인 판매를 하고 있었다. 표시된 정가보다 20 %를 할인하여 팔아도 12 %의 이익을 남기도록 하고 있었다면, 정가는 원가보다 몇 %를 더 높여 표시되었는가? (여기서, 원가는 업자의 이윤까지 포함된 정상적인 판매 가격이다.)

- ① 24 % ② 28 % ③ 32 % ④ 36 % ⑤ 40 %

해설

원가를 A 원이라 하고, $x\%$ 높게 정가를 정했다고 하자.

표시된 정가는 $A\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 원

할인 판매 가격은 $A\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{20}{100}\right)$ 이다.

원가에 12%의 이익이 있게 파는 가격은

$A\left(1 + \frac{12}{100}\right)$ 이므로

$A\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{20}{100}\right) = A\left(1 + \frac{12}{100}\right)$

$\frac{100+x}{100} \cdot \frac{80}{100} A = \frac{112}{100} A$

$\frac{100+x}{100} = \frac{112}{100} \cdot \frac{100}{80} = \frac{7}{5}$

$\therefore x = \frac{7}{5} \times 100 - 100 = 40(\%)$

19. $0 < a < 1$ 이고 $x = a + \frac{1}{a}$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 4} + x$ 를 a 로 나타내면?

- ① $2a$ ② $\frac{2}{a}$ ③ $-\frac{2}{a}$ ④ $-2a$ ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2 - 4} + x &= \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4} + a + \frac{1}{a} \\&= \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} + a + \frac{1}{a} \\&= -\left(a - \frac{1}{a}\right) + a + \frac{1}{a} = \frac{2}{a} \\&\left(\because 0 < a < 1 \text{ 일 때, } a < \frac{1}{a}\right)\end{aligned}$$

20. 두 함수 f, g 가 $f(x) = \frac{1}{x+1}$, $g(x) = \sqrt{x} + 1$ 일 때, $0 \leq x \leq 4$ 에서 함수 $y = (f \circ g)(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{3}{4}$
- ④ 1
- ⑤ $\frac{5}{4}$

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(\sqrt{x} + 1) \\ &= \frac{1}{\sqrt{x} + 1 + 1} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x} + 2}\end{aligned}$$

$\sqrt{x} = t$ 로 놓으면
 $0 \leq x \leq 4$ 에서 $0 \leq t \leq 2$ 이므로
주어진 함수는 $y = \frac{1}{t+2} (0 \leq t \leq 2)$

따라서 다음 그림에서 $t = 0$ 일 때
최댓값은 $\frac{1}{2}$,
 $t = 2$ 일 때
최솟값은 $\frac{1}{4}$ 이므로
구하는 합은 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

