1. $\dfrac{2+3i}{3-i}$ 를 계산하면?

① $\dfrac{3+11i}{8}$ ② $\dfrac{9+11i}{8}$ ③ $\dfrac{3+9i}{10}$
④ $\dfrac{3+11i}{10}$ ⑤ $\dfrac{9+11i}{10}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2+3i}{3-i} &= \frac{(2+3i)(3+i)}{(3-i)(3+i)} \\ &= \frac{6-3+11i}{10} \\ &= \frac{3+11i}{10}\end{aligned}$$

2. 복소수 $z = \dfrac{1+i}{\sqrt{2}}$ 에 대하여 z^2 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $z^2 = i$

해설

$z = \dfrac{1+i}{\sqrt{2}}$ 이므로 $z^2 = \dfrac{1+2i-1}{2} = i$

3. 실수 x, y 에 대하여 복소수 $z = x + yi$ 가 $z\bar{z} = 4$ 를 만족할 때, $x^2 + y^2$ 의 값은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$z = x + yi$ 에서 $\bar{z} = x - yi$ 이므로
$z \cdot \bar{z} = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2$
주어진 조건에서 $z \cdot \bar{z} = 4$ 이므로
$x^2 + y^2 = 4$

4. 다음 복소수에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① -5의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}i$이다.

② $2+3i$의 실수부분은 2, 허수부분은 3 이다.

③ $-3i$는 순허수이다.

④ $1-2i$의 켤레 복소수는 $-1+2i$이다.

⑤ 두 실수 a, b에 대하여 복소수 $a+bi$가 실수가 되려면 $b=0$ 이어야 한다.

해설

④ $1-2i$의 켤레 복소수는 $1+2i$이다.

5. $\frac{5}{1+2i} = x+yi$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x+y=-1$

해설

$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$

$1-2i = x+yi$

$x = 1, y = -2, x+y = -1$

6. 허수단위 i 에 대하여 $i+i^2+i^3+i^4+i^5+i^6$ 을 간단히하면?

① $1+i$ ② $-1+i$ ③ $2i$

④ $2+i$ ⑤ 2

해설

$i+i^2+i^3+i^4+i^5+i^6$
$=i+(-1)+(-i)+1+i+(-1)$
$=-1+i$

7. $i+i^2+i^3+i^4+i^5$을 간단히 하면?(단, $i=\sqrt{-1}$)

① i ② $-i$ ③ $1+i$ ④ 0 ⑤ 1

해설

$i^2=-1,\ i^3=i^2\times i=-i,\ i^4=(i^2)^2=(-1)^2=1,$

$i^5=i^4\times i=i$

$i+i^2+i^3+i^4+i^5$

$=i+(-1)+(-i)+1+i=i$

8. $\dfrac{1+i^3+i^6}{1+i^2+i^4}$ 의 값은?

① i　② $-i$　③ $-\dfrac{i}{2}$　④ $\dfrac{1-i}{2}$　⑤ $\dfrac{1+i}{2}$

해설

$$\frac{1+i^3+i^6}{1+i^2+i^4}=\frac{1+(-i)+(-1)}{1+(-1)+1}=\frac{-i}{1}=-i$$

9. $z = \dfrac{2}{1+i}$ 에 대하여 $z^2 - 2z + 3$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ -1

해설

$z = \dfrac{2}{1+i} = 1 - i$

$z^2 - 2z + 3 = (1-i)^2 - 2(1-i) + 3 = 1$

10. 복소수 $z = i(a + \sqrt{5}i)^2$ 이 $z = \bar{z}$ 가 되도록 실수 a 의 값을 구하면?

① 5　② $\sqrt{5}$　③ 0　④ ± 5　⑤ $\pm\sqrt{5}$

해설

$z = i(a^2 - 5 + 2a\sqrt{5}i)$
$\quad = -2a\sqrt{5} + (a^2 - 5)i$
$z = \bar{z}$ 이면 실수이므로 허수부분이 0이다.
$\therefore\ a = \pm\sqrt{5}$

11. 복소수 z 에 대하여 $z\bar{z} = 13$, $z + \bar{z} = 4$ 일 때, 복소수 z 는? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① $2-2i$　　② $2\pm3i$　　③ $2\pm\sqrt{3}i$

④ $3\pm2i$　　⑤ $4\pm3i$

해설

$z = a + bi$ ($a,\ b$ 는 실수) 로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

$z\bar{z} = 13$, $z + \bar{z} = 4$ 에서

$(a+bi)(a-bi) = 13$, $(a+bi)+(a-bi) = 4$

$a^2 + b^2 = 13$, $2a = 4$

$\therefore\ A = 2,\ b = \pm3$

$z = 2 \pm 3i$

12. $\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\cdots+\frac{1}{i^{50}}$ 의 값은?

① $-1+i$　② $-1-i$　③ 0

④ $1+i$　⑤ $1-i$

해설

$\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\cdots+\frac{1}{i^{50}}$

$\left(\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}\right)+\left(\frac{1}{i^5}+\frac{1}{i^6}+\frac{1}{i^7}+\frac{1}{i^8}\right)+\cdots$

$+\left(\frac{1}{i^{45}}+\frac{1}{i^{46}}+\frac{1}{i^{47}}+\frac{1}{i^{48}}\right)+\frac{1}{i^{49}}+\frac{1}{i^{50}}$

$=\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)+\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)+\cdots$

$+\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)+\frac{1}{i}-1$

$=\frac{1}{i}-1=-i-1$

13. $1+i+i^2+i^3+\cdots+i^{2005}$ 를 간단히 하면?

① $1-i$　② $1+i$　③ $-i$　④ i　⑤ 1

해설

$i+i^2+i^3+i^4=i+(-1)+(-i)+1=0$

$i^4=1$ 이므로

$i^{4k+1}=i, i^{4k+2}=i^2=-1,$

$i^{4k+3}=i^3=-i, i^{4k}=i^4=1$

(준식) $=1+(i+i^2+i^3+i^4)+(i+i^2+i^3+i^4)+\cdots+(i+i^2+i^3+i^4)+i$

$=1+i$

14. $i+i^2+i^3+i^4+...+i^{29}+i^{30}$ 을 계산하면?

① $i-1$　② $1-2i$　③ $3i-1$　④ $2-3i$　⑤ $i+3$

해설

$i+i^2+i^3+i^4=i-1-i+1=0$

$i^{4k}=1,\ i^{4k+1}=i,\ i^{4k+2}=-1,\ i^{4k+3}=-i$

$$\begin{aligned}\therefore i+i^2+i^3+\ \cdots\ +i^{29}+i^{30}&=i^{29}+i^{30}\\&=i+i^2\\&=i-1\end{aligned}$$

15. $x = 3 + 2i$ 일 때, $x^2 - 6x - 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -23

해설

$x = 3 + 2i$ 에서 $x - 3 = 2i$ 의 양변을 제곱하면

$(x-3)^2 = (2i)^2 \quad \therefore\ x^2 - 6x = -13$

$x^2 - 6x - 10 = -13 - 10 = -23$

$\therefore\ -23$