

1. $\frac{x-1}{3x-6} \times \frac{2x-4}{x^2-x}$ 를 계산하시오.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{2}{3x}$

해설

$$\frac{x-1}{3x-6} \times \frac{2x-4}{x^2-x} = \frac{2(x-1)(x-2)}{3x(x-2)(x-1)} = \frac{2}{3x}$$

2. 다음 식을 간단히 하면 $\frac{a}{x(x+b)}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 상수)

$$\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+8)} + \frac{1}{(x+8)(x+10)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right)$ 임을 이용하여 부분분수로 변형하여
 푼다.

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+8} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{5}{x(x+10)} \end{aligned}$$

$a = 5, b = 10$ 이므로 $a + b = 15$

3. $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-a}}$ 을 계산하면?

① $-\frac{1}{a}$

② -1

③ 1

④ $\frac{1}{a}$

⑤ $a-1$

해설

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-a}} &= 1 - \frac{1}{\frac{1-a-1}{1-a}} \\ &= 1 - \frac{1-a}{-a} = \frac{a+1-a}{a} = \frac{1}{a} \end{aligned}$$

4. $x : y = 4 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2}$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$x : y = 4 : 3$$

$$3x = 4y$$

$$\therefore x = \frac{4}{3}y$$

$$\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2} = \frac{\frac{16}{9}y^2 + \frac{4}{3}y^2}{\frac{16}{9}y^2 - y^2} = \frac{28}{7} = 4$$

해설

$$x : y = 4 : 3 \Rightarrow x = 4k, y = 3k$$

$$\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2} = \frac{16k^2 + 12k^2}{16k^2 - 9k^2} = \frac{28k^2}{7k^2} = 4$$

5. 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선을 $x = a, y = b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{-4}{x+1} + 3 \text{ 에서 점근선은}$$

$$x = -1, y = 3$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

6. 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = \frac{4x-3}{-x+2}$ 일 때, 상수 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$$(f^{-1})^{-1} = f \text{ 이므로 } f^{-1}(x) = \frac{4x-3}{-x+2} \text{ 의}$$

역함수를 구하면

$$f(x) = \frac{2x+3}{x+4} = \frac{ax+b}{x+c}$$

$$\therefore a = 2, b = 3, c = 4$$

$$\therefore 2 + 3 + 4 = 9$$

7. 함수 $y = -\sqrt{ax+9} - 1$ 의 정의역이 $\{x \mid x \geq -3\}$ 이고, 치역이 $\{y \mid y \leq b\}$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, $a \neq 0$)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$ax + 9 \geq 0$ 에서

$$ax \geq -9 \quad \therefore x \geq -\frac{9}{a}$$

$$-\frac{9}{a} = -3 \text{ 이므로 } a = 3$$

주어진 함수의 치역은 $\{y \mid y \leq -1\}$ 이므로

$$b = -1$$

$$\therefore a + b = 3 + (-1) = 2$$

8. 다음중 함수 $y = -\sqrt{-2x+2}+1$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제 1 사분면

② 제 2 사분면

③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면

⑤ 제 3, 4 사분면

해설

$y = -\sqrt{-2(x-1)}+1$ 의 그래프는

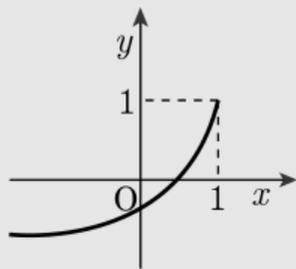
$y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 원점에 대하여
대칭이동한

다음 x 축의 방향으로 1만큼,

y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로

그림과 같다. 따라서 함수의 그래프는

제 2 사분면을 지나지 않는다.



9. 216 과 360 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

① 8 개

② 9 개

③ 12 개

④ 15 개

⑤ 16 개

해설

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로

$$216 = 2^3 \times 3^3,$$

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \text{ 에서 G.C.D. 는 } 2^3 \times 3^2$$

$$\text{따라서 공약수의 개수는 } (3 + 1)(2 + 1) = 12$$

10. 크기가 서로 다른 오렌지 10 개 중에서 3 개를 선택할 때, 크기가 가장 큰 오렌지 1 개가 반드시 포함되는 경우의 수는?

① 36

② 40

③ 44

④ 48

⑤ 52

해설

오렌지 9 개 중 2 개를 뽑는 경우의 수와 같다.

$$\therefore {}_9C_2 = 36$$

11. 등식 $\frac{4}{11} = \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}}$ 을 만족시키는 세 자연수 a, b, c 에 대하여

$a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\frac{4}{11} = \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}} \text{에서}$$

$$a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}} = \frac{11}{4} = 2 + \frac{3}{4} \text{이므로}$$

$$a = 2 \text{이고 } \frac{1}{b + \frac{1}{c}} = \frac{3}{4}$$

$$\text{이 때, } b + \frac{1}{c} = \frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3} \text{이므로 } b = 1, c = 3$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 2^2 + 1^2 + 3^2 = 14$$

13. $0 \leq a < 2$ 이고 $x = \frac{4a}{a^2 + 4}$ 일 때

$\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$1+x = 1 + \frac{4a}{a^2+4} = \frac{a^2+4a+4}{a^2+4} = \frac{(a+2)^2}{a^2+4}$$

$$1-x = 1 - \frac{4a}{a^2+4} = \frac{a^2-4a+4}{a^2+4} = \frac{(a-2)^2}{a^2+4}$$

$a^2+4 > 0$ 이고 $0 < a < 2$ 이므로

$a+2 > 0$, $a-2 < 0$

$$\therefore \sqrt{1+x} = \sqrt{\frac{(a+2)^2}{a^2+4}} = \frac{a+2}{\sqrt{a^2+4}}$$

$$\sqrt{1-x} = \sqrt{\frac{(a-2)^2}{a^2+4}} = \frac{-a+2}{\sqrt{a^2+4}}$$

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} &= \frac{a+2}{\sqrt{a^2+4}} + \frac{-a+2}{\sqrt{a^2+4}} \\ &= \frac{4}{\sqrt{a^2+4}}\end{aligned}$$

$\therefore a = 0$ 일 때 최댓값 2

14. 100원짜리 동전 4개, 50원짜리 동전 2개, 10원짜리 동전 3개를 가지고 지불할 수 있는 방법의 수와 지불할 수 있는 금액의 수의 총합을 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 92 가지

해설

동전을 사용하지 않는 것도 지불 방법이 되므로 각각의 동전을 사용할 수 있는 경우의 수는 (각 동전의 갯수)+1 가지이다.

그러나, 금액이 모두 0원이면 지불방법이 되지 못하므로,

$$\therefore (\text{지불 방법의 수}) = (4 + 1)(2 + 1)(3 + 1) - 1 = 59$$

50원짜리 동전이 2개가 되면 100원을 지불할 수 있으므로, 지불 금액의 수는 금액이 중복되지 않도록 100원짜리 동전 4개를 50원짜리 동전 8개로 바꿔 생각한다.

즉, 50원짜리 동전 10개와 10원짜리 동전 3개로 지불할 수 있는 경우의 수를 계산하면 된다.

$$\therefore (\text{지불 금액의 수}) = (10 + 1)(3 + 1) - 1 = 43$$

$$\therefore 59 + 43 = 92(\text{가지})$$

15. n 권의 책이 있다. (단, $n \geq 5$) 이 n 권 중에서 2 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂을 때, 그 총 방법의 수가 42 가지였다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 7$

해설

n 권에서 2 권을 뽑는 순열의 수는 ${}_n P_2$ 가지이므로

$${}_n P_2 = 42 \text{ 곧, } n(n-1) = 42 \quad \therefore (n+6)(n-7) = 0$$

한편, $n \geq 2$ 이므로 $n = 7$

16. 남학생 4 명, 여학생 2 명이 한 줄로 설 때, 특정한 3 명이 이웃하여서는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 144가지

해설

묶음 안에서 특정한 3명이 자리를 바꾸는 방법은 $3! = 6$ (가지)
3 명을 한 묶음으로 생각하여 4 명을 일렬로 세우는 경우의 수는
 $4! = 24$ (가지)이다.

∴ 구하는 경우의 수는 $24 \times 6 = 144$ (가지)

17. 나란히 놓인 10개의 의자에 A, B, C, D 의 4명이 앉을 때, 어느 두 사람도 인접하지 않는 경우의 수는?

① 760

② 800

③ 840

④ 880

⑤ 920

해설

10개의 의자에 네 사람이 앉으므로 빈 의자는 6개이다. 이 6개의 의자 사이 및 양 끝의 7 자리에 의자에 앉은 네 사람을 배열하면 되므로 구하는 경우의 수는 $\Rightarrow {}_7 P_4 = 840$

18. 남자 3 명, 여자 4 명을 한 줄로 세울 때, 양 끝과 한가운데 여자가 서는 방법의 수는?

① 72

② 144

③ 288

④ 576

⑤ 684

해설

여자를 a 라 하면,

a a a 와 같은 방법이어야 하므로 a 의 위치에 세

을 여자를 선택하는 방법은 ${}_4P_3$ 이고, 의 위치에 세울 사람 (여자 1명, 남자 3명)을 선택 하는 방법은 $4!$ 이다.

따라서, 구하는 방법의 수는

$${}_4P_3 \times 4! = 24 \times 24 = 576 \text{ 이다.}$$

19. 7 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 에서 서로 다른 5 개의 숫자를 택하여 5 자리의 정수를 만들 때, 4 의 배수인 수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 624 개

해설

4 의 배수이라면 끝의 두자리 수가 4 의 배수이어야 하므로 5 자리 수의 숫자 배열은 다음 중 하나이다.

04 24

12 32

16 36

20 40

52

56

60

64

$$\therefore \text{구하는 개수는 } 4 \times {}_5P_3 + 8 \times ({}_5P_3 - {}_4P_2) = 240 + 384 = 624$$

20. 남학생 4명, 여학생 6명 중에서 반장 1명, 부반장 1명을 뽑을 때, 반장, 부반장 중에서 적어도 한 명은 여자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 78 가지

해설

전체의 경우에서 모두 남자인 경우의 수를 빼준다.

$${}_{10}P_2 - {}_4P_2 = 90 - 12 = 78$$

21. 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5를 중복하여 만든 자연수를 크기가 작은 순서로 배열할 때, 1000은 몇 번째 수인가?

① 181

② 215

③ 216

④ 256

⑤ 257

해설

처음 일의 자리일 때는 5가지가 가능하고 그 다음부터는 6번마다 자리 수가 변경 된다.

100이 되기 전까지 개수 : $(6 \times 6) - 1 = 35$

100 ~ 999 : $(6 \times 6) \times 5 = 180$

따라서 1000은 $180 + 35 + 1 = 216$ 번째 수이다.

22. $\frac{3x^2 - 2xy}{x^2 + xy + y^2} = 2$ 일 때, $\frac{3(x-y)}{x+y}$ 의 값을 구하면? (단, $x > y > 0$)

① $2\sqrt{6} + 3$

② $2\sqrt{6} - 3$

③ $3 - 2\sqrt{6}$

④ $3 + 2\sqrt{6}$

⑤ $5 - 6\sqrt{2}$

해설

$$3x^2 - 2xy = 2x^2 + 2xy + 2y^2$$

∴ $x^2 - 4xy - 2y^2 = 0$ 이 식의 양변을 y^2 으로 나누면

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 4\left(\frac{x}{y}\right) - 2 = 0$$

$$\therefore \frac{x}{y} = 2 + \sqrt{6} \quad (\because x > y > 0 \text{에서 } \frac{x}{y} > 1)$$

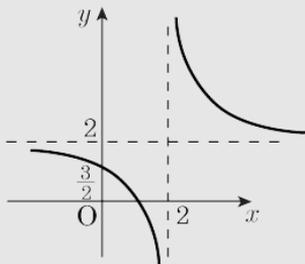
$$\therefore \frac{3(x-y)}{x+y} = \frac{3\left(\frac{x}{y} - 1\right)}{\frac{x}{y} + 1} = 2\sqrt{6} - 3$$

23. 분수함수 $y = \frac{2x-3}{x-2}$ 의 정의역이 $\{x \mid x \geq 0\}$ 일 때, 다음 중 치역을
바르게 구한 것은?

- ① $\left\{y \mid \frac{3}{2} < y < 2\right\}$ ② $\left\{y \mid \frac{3}{2} \leq y < 2\right\}$
 ③ $\left\{y \mid y \leq \frac{3}{2} \text{ 또는 } y > 2\right\}$ ④ $\left\{y \mid y \leq -\frac{3}{2} \text{ 또는 } y \geq 2\right\}$
 ⑤ $\left\{y \mid y \leq \frac{3}{2} \text{ 또는 } y \geq 2\right\}$

해설

$$y = \frac{2x-3}{x-2} = \frac{2(x-2)+1}{x-2} = 2 + \frac{1}{x-2}$$



$x = 0$ 일 때, $y = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$ 이므로,

치역은 $\left\{y \mid y \leq \frac{3}{2} \text{ 또는 } y > 2\right\}$

24. 다음 중 함수 $y = \frac{x+6}{x+3}$ 의 그래프는 제 a 사분면을 지나지 않고, 점 $(0, b)$ 를 지난다고 할 때, $a - b$ 의 값은?

① -6

② -4

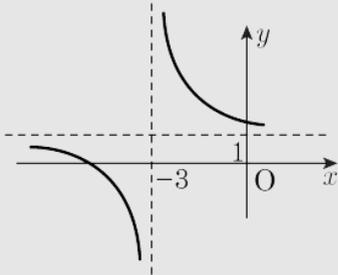
③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$y = \frac{x+3+3}{x+3} = 1 + \frac{3}{x+3}$$



따라서 제4사분면을 지나지 않는다. $\therefore a = 4$

$$x = 0 \text{ 일 때 } y = \frac{6}{3} = 2, \therefore b = 2$$

$$\therefore a - b = 4 - 2 = 2$$

25. ${}^2C_2 + {}^3C_2 + {}^4C_2 + {}^5C_2 + \cdots + {}^{10}C_2$ 의 값과 같은 것은?

① ${}^{11}C_6$

② ${}^{11}C_7$

③ ${}^{11}C_8$

④ ${}^{11}C_9$

⑤ ${}^{11}C_{10}$

해설

${}_nC_{r-1} + {}_nC_r = {}_{n+1}C_r$, ${}^2C_2 = {}^3C_3$ 이므로

$${}^2C_2 + {}^3C_2 + {}^4C_2 + {}^5C_2 + \cdots + {}^{10}C_2$$

$$= {}^4C_3 + {}^4C_2 + {}^5C_2 + \cdots + {}^{10}C_2$$

$$= {}^5C_3 + {}^5C_2 + \cdots + {}^{10}C_2 \cdots = {}^{11}C_3 = {}^{11}C_8$$

26. 한 평면 위에 있는 서로 다른 6 개의 점 중에서 4 개의 점만 일직선 위에 있다. 이들 점을 이어서 만들 수 있는 서로 다른 직선의 개수는?

① 8 개

② 9 개

③ 10 개

④ 12 개

⑤ 15 개

해설

6 개의 점으로 만들 수 있는 직선의 개수는

$${}_6C_2 = 15$$

일직선 위에 있는 4 개의 점 중에서 2 개를

택하는 경우의 수는 ${}_4C_2 = 6$

일직선 위에 있는 점으로 만들 수 있는 직선은

1 개뿐이므로 서로 다른 직선의 개수는

$$15 - 6 + 1 = 10 \text{ (개)이다.}$$

27. $x = a^2 + b^2$, $y = \frac{3}{2}ab$ 라 할 때, $\sqrt{(x+y)^2} - \sqrt{(x-y)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-2(a^2 + b^2)$ ② $-3ab$ ③ $2(a^2 + b^2)$

④ $3ab$ ⑤ 0

해설

$$x \pm y = a^2 \pm \frac{3}{2}ab + b^2 = a^2 \pm \frac{3}{2}ab + \frac{9}{16}b^2 + \frac{7}{16}b^2$$

$$= \left(a \pm \frac{3}{2}b\right)^2 + \frac{7}{16}b^2 \geq 0$$

$$\therefore x \pm y \geq 0$$

$$\sqrt{(x+y)^2} - \sqrt{(x-y)^2} = |x+y| - |x-y|$$

$$= (x+y) - (x-y) = 2y$$

$$= 2\left(\frac{3}{2}ab\right) = 3ab$$

해설

(산술평균) \geq (기하평균) 으로부터

$$x = a^2 + b^2 \geq 2\sqrt{a^2b^2} = 2|ab| \geq \frac{3}{2}|ab| = |y|$$

$$\therefore x \pm y \geq 0$$

$$\sqrt{(x+y)^2} - \sqrt{(x-y)^2}$$

$$= |x+y| - |x-y|$$

$$= (x+y) - (x-y) = 2y$$

$$= 2\left(\frac{3}{2}ab\right) = 3ab$$