

1. 다음 유리식을 간단히 하시오.

$$\frac{\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x}}{\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x}}$$

① 1

② x

③ $-x$

④ $\frac{1}{x}$

⑤ $-\frac{1}{x}$

해설

$$(\text{준식}) = \frac{\frac{(1+x) + (1-x)}{(1-x)(1+x)}}{\frac{(1+x) - (1-x)}{(1-x)(1+x)}} = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x}$$

해설

주어진 식의 분모와 분자에 $(1-x)(1+x)$ 를 곱하면
(준식)

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{1}{1-x}(1-x)(1+x) + \frac{1}{1+x}(1-x)(1+x)}{\frac{1}{1-x}(1-x)(1+x) - \frac{1}{1+x}(1-x)(1+x)} \\ &= \frac{(1+x) + (1-x)}{(1+x) - (1-x)} = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x} \end{aligned}$$

2. $x : y = 2 : 3$ 일 때, $\frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy}$ 의 값을 구하여라.

① $\frac{12}{5}$

② $\frac{5}{12}$

③ $\frac{13}{5}$

④ $\frac{5}{13}$

⑤ 5

해설

$$x : y = 2 : 3 \Rightarrow x = 2k, y = 3k$$

$$\frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy} = \frac{3(2k)^2 + 2(2k)(3k)}{4k^2 + (2k)(3k)}$$

$$= \frac{24k^2}{10k^2} = \frac{24}{10} = \frac{12}{5}$$

3. 함수 $y = \frac{x+3}{x-3}$ 은 $y = \frac{6}{x}$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m , n 만큼 평행이동한 것이다. $m+n$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = \frac{x+3}{x-3} = 1 + \frac{6}{x-3}$$

$y = \frac{6}{x}$ 의 그래프를

x 축으로 3, y 축으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $m = 3$, $n = 1$

$$m + n = 4$$

4. 함수 $y = \frac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점 $(3, -2)$ 를 지날 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$f(x) = \frac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프가 점 $(3, -2)$ 를 지나므로 $f(3) = -2$

$$\Rightarrow -2 = 3a + b \cdots \textcircled{1}$$

또, 이 함수의 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 가 점 $(3, -2)$ 을 지나므로

$$f^{-1}(3) = -2 \Rightarrow f(-2) = 3$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{-2a+b}{-4}$$

$$\Rightarrow -2a + b = -12 \cdots \textcircled{2}$$

①, ② 에서 $a = 2, b = -8$

$$\therefore a + b = -6$$

5. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} - |b|$ 를 간단히 하면?

① $-2a$

② $-a$

③ $a - 2b$

④ a

⑤ 0

해설

$$a \geq 0, b < 0$$

$$|a - b| - |b| = (a - b) + b = a$$

6. 함수 $y = \sqrt{2x-4} + b$ 의 정의역이 $\{x \mid x \geq a\}$ 이고, 치역이 $\{y \mid y \geq -3\}$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

① -6

② -3

③ 1

④ 3

⑤ 6

해설

$$2x - 4 \geq 0 \text{ 에서 } 2x \geq 4$$

$$\therefore x \geq 2$$

주어진 함수의 정의역이 $\{x \mid x \geq 2\}$ 이므로

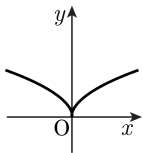
$$a = 2$$

함수 $y = \sqrt{2x-4} + b$ 의 치역은 $\{y \mid y \geq b\}$ 이므로 $b = -3$

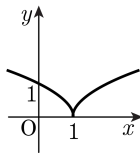
$$\therefore ab = -6$$

7. 다음 중 함수 $y = \sqrt{|x+1|}$ 의 그래프를 구하면?

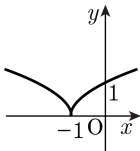
①



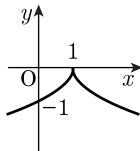
②



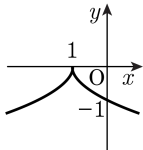
③



④



⑤



해설

$x \geq -1$ 이면 $y = \sqrt{x+1}$

$x < -1$ 이면 $y = \sqrt{-x-1}$ 이므로

3번이 정답임.

8. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 5 또는 8 이 되는 경우의 수는?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

서로 다른 두 개의 주사위의 눈의 수를 순서쌍 (x, y) 로 나타내면

(i) 눈의 합이 5 가 되는 경우는

$(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$: 4 가지

(ii) 눈의 합이 8 이 되는 경우는

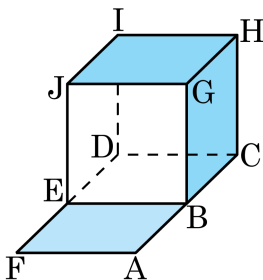
$(2, 6)$, $(3, 5)$, $(4, 4)$, $(5, 3)$, $(6, 2)$: 5 가지

그런데 (i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로

$4 + 5 = 9$ (가지)

$\therefore 9$

9. 다음그림은 정육면체의 뚜껑이 열려 있는 상태를 나타낸 것이다. A에서 I까지 최단 거리로 모서리를 따라가는 방법의 수는?



① 8

② 9

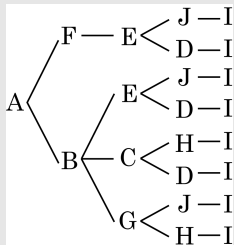
③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

A에서 I까지 최단 거리로 수형도를 그려보면



위의 수형도에서 구하는 방법의 수는 8가지이다.

10. 남자 4명, 여자 6명 중에서 남자 2명, 여자 3명을 뽑는 방법은 몇 가지인가?

① 36

② 72

③ 120

④ 144

⑤ 156

해설

$${}_4C_2 \times {}_6C_3 = 120$$

11. 등식 $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1}$ 이 x 에 대한 항등식이 될 때, $A-B$ 의 값을 구하면? (단, A, B 는 상수)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

주어진 식의 우변을 정리하면

$$\frac{A(x+1) + Bx}{x(x+1)} = \frac{(A+B)x + A}{x(x+1)}$$

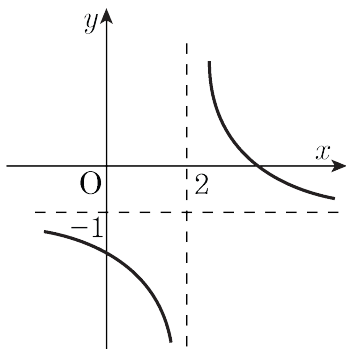
따라서 $\frac{(A+B)x + A}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)}$ 이므로

$$A+B=0, A=1$$

$$\therefore B=-1$$

$$\therefore A-B=1-(-1)=2$$

12. 분수함수 $y = \frac{b}{x+a} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 무리함수 $y = \sqrt{cx+a} + b$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 구하면?



- ① 제1사분면 ② 제2사분면 ③ 제3사분면
④ 제4사분면 ⑤ 제1,2사분면

해설

$y = \frac{b}{x+a} + c$ 의 점근선은 $x = -a$, $y = c$

그림에서 $-a > 0$, $c < 0$ 이고, $b > 0$

$\therefore a < 0$, $b > 0$, $c < 0 \cdots \textcircled{1}$

한편 $y = \sqrt{cx+a} + b = \sqrt{c\left(x + \frac{a}{c}\right)} + b$ 이므로

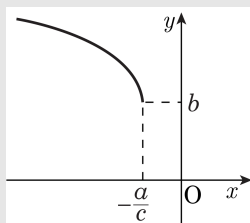
$$c\left(x + \frac{a}{c}\right) \geq 0$$

이때 $c < 0$ 이므로 $x \leq -\frac{a}{c}$

$\textcircled{1}$ 에서 $-\frac{a}{c} < 0$ 이므로 $x < 0$

또 $y = \sqrt{cx+a} + b \geq b$

따라서 그래프는 다음 그림과 같이



제2사분면만을 지난다.

13. $-\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{8}{3}$ 에서 함수 $y = \sqrt{3x+a} + 2$ 의 최댓값이 b , 최솟값이 2 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = \sqrt{3x+a} + 2 = \sqrt{3\left(x + \frac{a}{3}\right)} + 2$$

주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{a}{3}$ 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.

i) $x = -\frac{1}{3}$ 일 때 최솟값을 가지므로

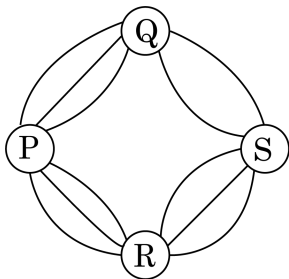
$$2 = \sqrt{3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + a} + 2 \quad \therefore a = 1$$

ii) $x = \frac{8}{3}$ 일 때 최댓값을 가지므로

$$b = \sqrt{3 \cdot \frac{8}{3} + 1} + 2 = 5$$

i), ii) 에서 $a+b = 1+5 = 6$

14. 네 지점 P, Q, R, S 를 연결하는길이 아래 그림과 같다. 같은 지점을 두 번 이상 지나지 않고 P 에서 S 로가는 길을 택하는 방법은 몇가지인지 구하여라.



▶ 답 :

가지

▷ 정답 : 15 가지

해설

(1) $P \rightarrow Q \rightarrow S$ 인 경우 $3 \times 2 = 6$ (가지)

(2) $P \rightarrow R \rightarrow S$ 인 경우 $3 \times 3 = 9$ (가지)

이때, (1)과 (2)는 동시에 일어나지 않으므로, 구하는 방법의 수는 $6 + 9 = 15$ (가지) 이다.

15. 5000 원 짜리 지폐가 2장, 1000 원짜리 지폐가 3장, 500 원짜리 동전이 4개 있다. 이 동전의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 방법의 수를 구하여라.

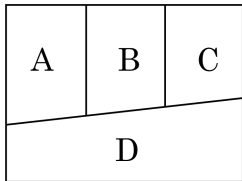
▶ 답: 가지

▷ 정답: 59 가지

해설

5000 원짜리 지폐를 지불하는 방법의 수는 3가지
1000 원짜리 지폐를 지불하는 방법의 수는 4가지
500 원짜리 동전을 지불하는 방법의 수는 5가지
이때 지불하지 않는 경우가 1가지이므로
구하는 방법의 수는 $3 \times 4 \times 5 - 1 = 59$

16. 다음 그림의 네 부분에 4 가지 색을 사용하여 색칠을 하려고 한다. 한 가지 색을 여러 번 쓸 수 있고, 인접한 부분은 서로 다른 색이 칠해져야 한다면 칠하는 방법은 몇 가지인가?



① 24

② 48

③ 72

④ 96

⑤ 108

해설

가장 영역이 넓은 D 영역부터 칠한다면,

$$4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$$

$\therefore$ 48 가지

17. 다음은 ${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{나}})$ 임을 보인 것이다.

10개의 숫자 1, 2, 3, ..., 9, 10 중에서 서로 다른 5개의 숫자를 뽑아서 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수는 ${}_{10}P_5$ 이다.
이 때, 다섯 자리의 자연수 중에서 숫자 2가 들어있는 것의 개수는 $(\boxed{\text{가}})$, 숫자 2가 들어 있지 않은 것의 개수는 $(\boxed{\text{나}})$ 이다.

따라서 다음 등식이 성립한다.

$${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{나}})$$

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

① ${}_9P_4, {}_5P_5$

② ${}_5P_4, {}_9P_5$

③ ${}_9P_4, {}_8P_5$

④ ${}_8P_4, {}_4P_5$

⑤ ${}_4P_4, {}_9P_5$

해설

다섯 자리의 자연수 중 2가 들어 있는 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자중에서

4개를 택하여 나열한 후 2를 추가하면 되므로 ${}_9P_4 \times 5 = {}_5P_4$

2가 들어 있지 않은 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자에서 5개를 택하는 순열의 수와 같으므로 ${}_9P_5$ 이다.

따라서 ${}_{10}P_5 = {}_5P_4 + {}_9P_5$

18. 백인종 2 명, 흑인종 3 명, 황인종 2 명을 일렬로 세울 때, 백인종은 백인종끼리, 흑인종은 흑인종끼리 이웃하여 서는 경우의 수를 구하면?

① 24

② 144

③ 210

④ 288

⑤ 720

해설

백인종과 흑인종을 각각 한 묶음으로 본다.

$$4! \times 2! \times 3! = 288$$

19. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 여자끼리는 이웃하지 않도록
서는 경우의 수는?

① 720

② 960

③ 1280

④ 1440

⑤ 1560

해설

먼저 남자 4명을 줄 세운 다음 양 끝과 남자 사이의 5자리 중 3
자리를 골라 여자들을 배치한다.

$$4! \times {}_5P_3 = 1440$$

20. 남학생 5 명, 여학생 3 명을 일렬로 세울 때, 양 끝에는 남학생을 세우고 여학생끼리는 서로 이웃하게 세우는 방법의 수는?

① 144

② 288

③ 864

④ 1526

⑤ 2880

해설

양 끝에 남학생 2명을 세우는 방법의 수는 ${}_5P_2$ (가지),
여학생끼리 서로 이웃하게 세워야 하므로 여학생 3명을 한 명으로 생각하여 남은 남학생 3명과 세우는 방법의 수는 $4!$ (가지)
이때, 여학생 3명끼리 자리를 바꿀 수 있으므로 그 방법의 수는 $3!$ (가지)

따라서 구하는 방법의 수는

$${}_5P_2 \times 4! \times 3! = 20 \times 24 \times 6 = 2880 \text{ (가지)}$$

21. *april*의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, p , r , l 은 이 순서로 나열하는 방법의 수는?

① 20

② 24

③ 30

④ 60

⑤ 120

해설

5 개의 문자를 나열한 후 p , r , l 을 나열하는 방법의 수로 나눈다.

$$\therefore \frac{5!}{3!} = 20$$

22. 1, 2, 3, 4, 5, 6 을 한 번씩만 사용하여 만들 수 있는 여섯 자리 자연수 중에서 일의 자리의 수와 백의 자리의 수가 모두 3 의 배수인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 48 개

해설

일의 자리의 수 a 와 백의 자리의 수 b 는 3 또는 6 이 되어야
하므로

a, b 를 정하는 방법의 수는 $2! = 2$ (가지)

이 때, 나머지 자리의 수는 1, 2, 4, 5 중 어느 하나가 정해지면
되므로

나머지 네 자리의 수를 정하는 방법의 수는 $4! = 24$ (가지)

따라서, 구하는 자연수의 개수는

$$2 \times 24 = 48 \text{ (개)}$$

23. 서로 다른 네 개의 다리를 서로 다른 네 개의 건설 팀이 건설하는데 두 팀씩 2 개조로 나누어서 각 조가 2 개씩 나누어 맡아서 건설하기로 하였다. 건설하는 방법의 수는?

① 15

② 18

③ 21

④ 24

⑤ 27

해설

서로 다른 4 개의 다리를 2 개씩 나누는 가지수는

$${}_4C_2 \times \frac{1}{2!} = 3$$

서로 다른 네 개의 건설 팀을 두 팀씩 2 개조로 나누는 가지수

$${}_4C_2 \times \frac{1}{2!} = 3$$

2 개조가 나누어진 2 개동 중 하나를 선택하는 가지수는 2가지
따라서, 건설하는 방법의 수는

$$3 \times 3 \times 2 = 18 \text{ (가지) 이다.}$$

24. $a + b + c = 0$ 일 때, $a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{a(b+c)}{bc} + \frac{b(c+a)}{ca} + \frac{c(a+b)}{ab} \\ &= \frac{a^2(b+c) + b^2(c+a) + c^2(a+b)}{abc} \\ &= \frac{(b+c)^3 + b^2(-b) + c^2(-c)}{-(b+c)bc} \\ &= \frac{(b+c)^3 - (b^3 + c^3)}{-(b+c)bc} \\ &= \frac{3bc(b+c)}{-(b+c)bc} = -3 \end{aligned}$$

25. $\frac{2b+3c}{a} = \frac{3c+a}{2b} = \frac{a+2b}{3c} = k$ 라 할 때, k 의 값으로 가능한 것을 모두 고르면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

(분모의 합) = $a + 2b + 3c$

i) $a + 2b + 3c = 0$ 일 때

$$2b + 3c = -a, \quad 3c + a = -2b, \quad a + 2b = -3c \text{ 이므로}$$

주어진 식에 각각 대입하면

$$\frac{-a}{a} = \frac{-2b}{2b} = \frac{-3c}{3c} = k$$

$$\therefore k = -1$$

ii) $a + 2b + 3c \neq 0$ 일 때

$$k = \frac{2b+3c}{a} = \frac{3c+a}{2b} = \frac{a+2b}{3c}$$

$$= \frac{2a+4b+6c}{a+2b+3c} \quad (\because \text{가비의 리})$$

$$= \frac{2(a+2b+3c)}{a+2b+3c} = 2$$

i), ii)에서 $k = -1$ 또는 $k = 2$

26. 분수함수 $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ 의 그래프와 $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ 의 그래프에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

I. $f(0) = g(0) = -1$

II. $y = f(x)$ 의 그래프와 $y = g(x)$ 의 그래프는 서로 y 축에 대하여 대칭이다.

III. $y = f(x-1)$ 의 그래프와 $y = g(x+1)$ 의 그래프의 점근선은 같다.

① I

② I, II

③ I, III

④ II, III

⑤ I, II, III

해설

I. $f(0) = -1, g(0) = \frac{1}{f(0)} = -1$

$\therefore f(0) = g(0) = -1$ -<참>

II. $y = f(x)$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 것은 $y = f(-x)$ 이므로

$$y = f(-x) = \frac{-x-1}{-x+1}$$

$$= \frac{x+1}{x-1}$$

$$= \frac{1}{f(x)}$$

$= g(x)$ -<참>

III. $y = f(x-1) = \frac{x-2}{x} = 1 - \frac{2}{x}$

따라서, 점근선은 $x=0, y=1$

$$y = g(x+1) = \frac{x+2}{x} = 1 + \frac{2}{x}$$

따라서 점근선은 $x=0, y=1$ -<참>

따라서 옳은 것은 (I), (II), (III) 이다.

27. $x = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$, $y = \frac{2}{\sqrt{3}+1}$ 일 때, $\frac{1}{\sqrt{1+\frac{x+y}{4}} - \sqrt{1-\frac{x+y}{4}}}$ 의 값을

구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{3}+1$$

$$y = \frac{2}{\sqrt{3}+1} = \sqrt{3}-1, \quad x+y = 2\sqrt{3}$$

$$\sqrt{1+\frac{x+y}{4}} = \sqrt{1+\frac{2\sqrt{3}}{4}}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{4+2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{2}(\sqrt{3}+1)$$

$$\sqrt{1-\frac{x+y}{4}} = \sqrt{1-\frac{2\sqrt{3}}{4}}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{4-2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1)$$

주어진 식에 대입하면

$$\frac{1}{\frac{1}{2}(\sqrt{3}+1) - \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1)} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 1$$

28. 여섯 개의 알파벳 I, L, O, V, E, U 를 일렬로 배열할 때, 적어도 네 개의 알파벳 L, O, V, E 가 이웃하여 $LOVE$ 로 나타나지 않는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 714 가지

해설

6 개의 알파벳을 일렬로 배열하는 방법의 수는 $6!$ 이고 L, O, V, E 을 묶어 일렬로 나열하는 방법의 수,
즉 $LOVE$ 가 나타나는 경우의 수는 $3!$ 이므로
구하는 경우의 수는 $6! - 3! = 720 - 6 = 714$

29. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

$$\neg. {}_{3n}C_{n-1} = {}_{3n}C_{2n+1}$$

$$\neg. {}_{4n}P_{3n} = (3n)! \times {}_{4n}C_n$$

$$\sqsubset. {}_{2n+1}C_{n+2} = {}_{2n}C_{n-1} + {}_{2n}C_{n-2} \text{ (단, } n \geq 2 \text{)}$$

① $\neg$

② $\neg, \neg$

③ $\neg, \sqsubset$

④ $\sqsubset$

⑤ $\neg, \neg, \sqsubset$

해설

㉠ ${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$ 이므로

$${}_{3n}C_{n-1} = {}_{3n}C_{3n} - (n-1) = {}_{3n}C_{2n+1} \text{ (참)}$$

㉡ ${}_nP_r = \frac{{}_nP_r}{r!}$ 에서

$${}_nP_r = r! \times {}_nC_r$$

$${}_{4n}P_{3n} = (3n)! \times {}_{4n}C_{3n}$$

$$= (3n)! \times {}_{4n}C_{4n-3n}$$

$$= (3n)! \times {}_{4n}C_n \text{ (참)}$$

㉢ ${}_nC_r = {}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r$ 이므로

$${}_{2n+1}C_{n+2} = {}_{2n}C_{n+1} + {}_{2n}C_{n+2}$$

$$= {}_{2n}C_{2n-(n+1)} + {}_{2n}C_{2n-(n+2)}$$

$$= {}_{2n}C_{n-1} + {}_{2n}C_{n-2} \text{ (참)}$$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢ 이다.

30. 1 부터 9 까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 아홉 장의 카드가 있다. 이 중 4 장의 카드를 뽑아 갑에게 2 장, 을에게 2 장을 주었을 때, 뽑힌 4 장 중 제일 작은 수가 적힌 카드가 갑에게 있을 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 378 가지

해설

9장 중 4장의 카드를 뽑는 방법의 수는

$${}_9C_4 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 126$$

뽑힌 4장의 카드 중 제일 작은 수의 카드는 갑에게 주고, 나머지 3장 중 1장의 카드만 갑에게 주면 나머지 2장은 을에게 간다.

$$\therefore {}_9C_4 \cdot {}_3C_1 = 378$$