

1. 세 변의 길이가 각각 $n, n+1, n+2$ 인 삼각형이 직각삼각형일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

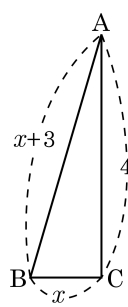
▷ 정답 : 3

해설

$n+2$ 가 가장 긴 변이므로
 $n^2 + (n+1)^2 = (n+2)^2$
 $n^2 + n^2 + 2n + 1 = n^2 + 4n + 4$
 $n^2 - 2n - 3 = 0, (n+1)(n-3) = 0$
 $n > 0$ 이므로 $n = 3$

2. 다음 그림에서 $\angle C = 90^\circ$ 가 되기 위한 x 의 값을 구하면?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ 1 ④ $\frac{7}{6}$ ⑤ $\frac{4}{3}$



해설

$x+3$ 이 빗변이므로 $(x+3)^2 = x^2 + 4^2$ 이 성립한다.

$$\therefore x = \frac{7}{6}$$

3. 세 변의 길이가 a, b, c 에 대한 설명이다. 옳은 것을 모두 골라라.
(단, a 가 가장 긴 변의 길이이다.)

- ☐㉠ $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형이다.
- ☐㉡ $a + b \geq c$ 이다.
- ☐㉢ $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 둔각삼각형이다.
- ☐㉣ $a^2 \leq b^2 + c$ 이면 예각삼각형이다.
- ☐㉤ $a = b$ 이면 이등변삼각형이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

㉡ $a + b > c$

㉣ 세 변의 길이가 a, b, c 이고 a 가 가장 긴 변일 때, 예각삼각형은 $a^2 < b^2 + c^2$ 이다.

4. 세 변의 길이가 6, a , 10 인 삼각형이 예각삼각형이 되기 위한 a 의 값의 범위는 ?(단, $a < 10$)

① $0 < a < 2$

② $2 < a < 4$

③ $4 < a < 6$

④ $6 < a < 8$

⑤ $8 < a < 10$

해설

i) 삼각형이 될 조건에서

$$10 - 6 < a < 10 + 6$$

그런데 $a < 10$ 이므로 $4 < a < 10$

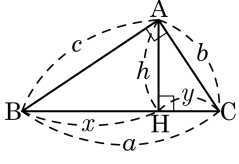
ii) 예각삼각형일 조건

$$10^2 < 6^2 + a^2$$

$$a > 8$$

i), ii)에 의하여 $8 < a < 10$

5. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

- | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| ☐ ㉠ $c^2 = ax$ | ☐ ㉡ $bx = cy$ | ☐ ㉢ $b^2 = ay$ |
| ☐ ㉤ $bc = ah$ | ☐ ㉥ $a^2 = bc$ | ☐ ㉦ $h^2 = xy$ |

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

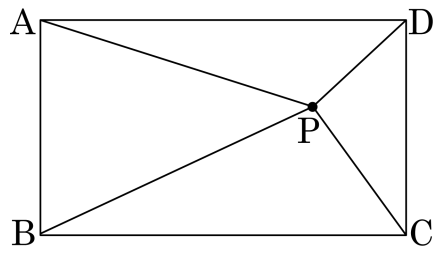
▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉦

해설

- ☐ ㉠ $c^2 = ax$ (○)
☐ ㉡ $bx = cy$
☐ ㉢ $b^2 = ay$ (○)
☐ ㉤ $bc = ah$ (○)
☐ ㉥ $a^2 = bc$
☐ ㉦ $h^2 = xy$ (○)

6. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{PB} = 5\text{cm}$, $\overline{PD} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{PA^2} + \overline{PC^2}$ 의 값을 구하여라.



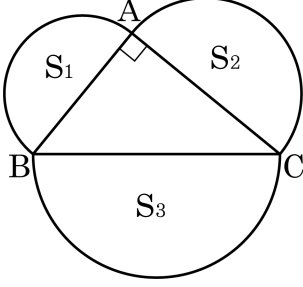
▶ 답 :

▷ 정답 : 41

해설

$\overline{PA^2} + \overline{PC^2} = 5^2 + 4^2 = 41$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원의 넓이를 S_1, S_2, S_3 라 하자. $S_1 = 10\pi\text{cm}^2, S_2 = 15\pi\text{cm}^2$ 일 때, S_3 의 값을 구하여라.



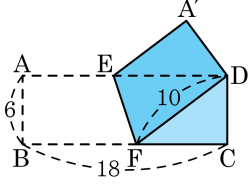
▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $25\pi\text{cm}^2$

해설

$S_1 + S_2 = S_3$ 이므로 $S_3 = 25\pi(\text{cm}^2)$

8. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. $\overline{BF}$ 의 길이는?



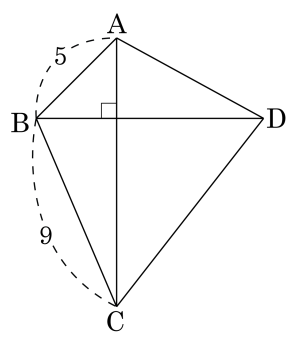
- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$$\overline{BF} = \overline{FD}$$

$$\therefore \overline{BF} = 10$$

9. 다음과 같이 □ABCD의 대각선이 서로 직교하고 있다. $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 9$ 일 때, $\overline{CD}^2 - \overline{AD}^2$ 의 값을 구하여라.



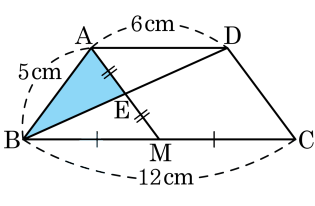
▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 에서
 식을 변형하면 $\overline{CD}^2 - \overline{AD}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AB}^2$
 $\therefore \overline{CD}^2 - \overline{AD}^2 = 9^2 - 5^2 = 56$

10. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M, $\overline{AM}$ 과 $\overline{BD}$ 의 교점을 E라고 할 때, $\overline{AE} = \overline{EM}$ 이 성립한다. $\triangle AEB$ 의 넓이를 구하여라.

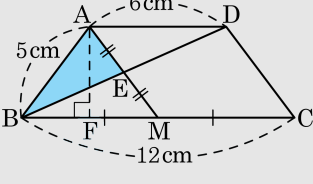


▶ 답 : cm^2

▶ 정답 : 6 cm^2

해설

점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 F라고 하자.



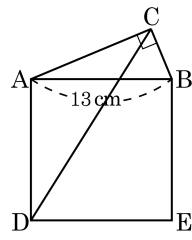
$\overline{BF} = 3\text{ cm}$ 이므로 $\overline{AF} = 4\text{ cm}$

따라서 $\triangle ABM$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12(\text{cm}^2)$ 이다.

이 때, $\triangle AEB$ 의 넓이는 $\triangle ABM$ 의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 배이므로 $\triangle AEB$ 의 넓이는 6cm^2 이다. ($\because \overline{AE} = \overline{EM}$)

11. 다음 그림은 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 13\text{ cm}$, $\triangle ACD = 72\text{ cm}^2$ 일 때, $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는?

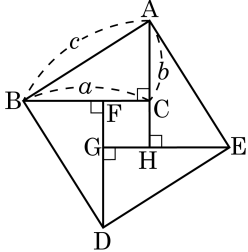
- ① 21 cm^2 ② 22 cm^2 ③ 25 cm^2
 ④ 30 cm^2 ⑤ 40 cm^2



해설

$\triangle ACD$ 는 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 가지는 정사각형의 넓이는 144 cm^2 이다.
 또, $\square ADEB = 13^2 = 169\text{ (cm}^2\text{)}$ 이므로 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는
 $169 - 144 = 25\text{ (cm}^2\text{)}$ 이다.

12. 다음 그림에서 □ABDE는 한 변의 길이가 c 인 정사각형이다. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.



보기

- ㉠ $\triangle ABC \equiv \triangle BDF$
- ㉡ $\overline{CH} = a + b$
- ㉢ □FGHC는 정사각형
- ㉣ $\triangle ABC = \frac{1}{4}\square ABDE$
- ㉤ $a^2 + b^2 = c^2$
- ㉥ $\overline{CH} = a - b$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉥

해설

- ㉡ $\overline{CH} = \overline{AH} - \overline{AC} = a - b$
- ㉣ $\triangle ABC = \frac{1}{4}(\square ABDE - \square FGHC)$

13. 세 변의 길이가 각각 $a-7$, a , $a+1$ 로 나타내어지는 삼각형이 직각 삼각형이 되기 위한 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

변의 길이이므로 $a-7 > 0$, $a > 7 \cdots \textcircled{A}$

삼각형이 될 조건에 의해

$(a-7)+a > a+1$, $a > 8 \cdots \textcircled{B}$

$\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 에 의하여

세 변 중 가장 긴 변이 $a+1$ 이므로

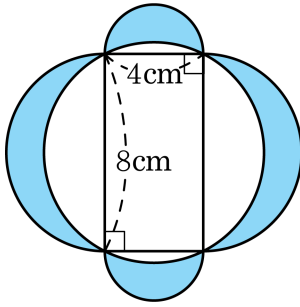
$$(a+1)^2 = (a-7)^2 + a^2$$

$$a^2 - 16a + 48 = 0$$

$$(a-4)(a-12) = 0$$

$$\therefore a = 12 \quad (\because a > 8)$$

14. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 직사각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그릴 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.

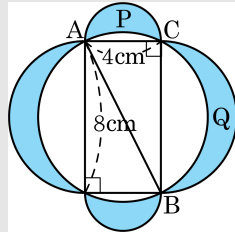


▶ 답:

cm²

▷ 정답 : 32cm^2

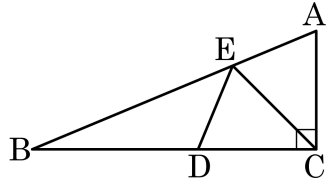
해설



색칠한 부분 P + Q 의 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같다.
 따라서 색칠한 전체 넓이는 직사각형의 넓이와 같다.
 $\therefore 4 \times 8 = 32(\text{cm}^2)$

$$\therefore 4 \times 8 = 32(\text{cm}^2)$$

15. 다음 그림과 같이 $\angle ACB = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 13\text{cm}$
 $\overline{AC} = \overline{CD} = 5\text{cm}$, $\angle ACE = \angle ECD$ 일 때, $\frac{\overline{BE}}{\overline{DE}}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2.4

해설

$$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2 = 13^2 - 5^2 = 144 = 12^2$$

$$\therefore \overline{BC} = 12 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{BD} = 12 - 5 = 7 \text{ (cm)}$$

또한 $\triangle ACE \cong \triangle DCE$ (SAS 합동)

$$\therefore \overline{DE} = \overline{AE}$$

각의 이등분선의 성질에 의해

$$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AE} : \overline{BE}$$

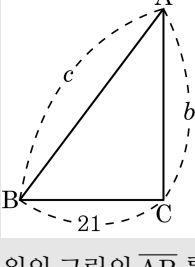
$$\frac{\overline{BE}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BE}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{12}{5} = 2.4$$

16. 세 변의 길이가 모두 자연수이고, $\angle C = 90^\circ$, $\overline{BC} = 21$, $\overline{BC} < \overline{AC}$ 인 삼각형의 넓이의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 294

해설



위의 그림의 $\overline{AB}$ 를 빗변으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$ 라 하자. (단, b , c 는 자연수이다.)

$$c^2 = 21^2 + b^2, \quad c^2 - b^2 = 21^2$$

$$(c - b)(c + b) = 3^2 \times 7^2$$

그런데 $\triangle ABC$ 의 넓이, 즉 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times b \times 21$ 이 최소가 되려면

b 의 값이 최소가 되어야 한다.

따라서 $c + b > c - b$ 인 경우를 순서쌍 $(c + b, c - b)$ 로 나타내어 보면

$$(c + b, c - b) = (7^2, 3^2), (7^2 \times 3, 3), (7 \times 3^2, 7), (7^2 \times 3^2, 1)$$

이때, b 의 값이 최소가 되는 경우는

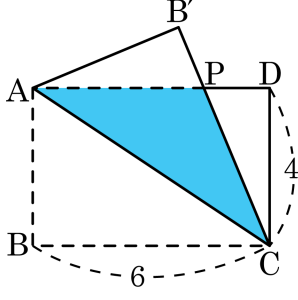
$$c + b = 7 \times 3^2, \quad c - b = 7 \text{ 이다.}$$

$$\therefore c = 35, \quad b = 28 \quad (b > 21 \text{ 에 만족한다.})$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이의 최솟값은

$$\frac{1}{2} \times 21 \times 28 = 294 \text{ 이다.}$$

17. 다음 그림은 가로, 세로의 길이가 각각 6, 4 인 직사각형 모양의 종이를 대각선 AC 를 접는 선으로 하여 접은 것이다. 변 B'C 가 변AD 와 만나는 점을 P 라고 할 때, $\triangle ACP$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{26}{3}$

해설

$\overline{AP}$ 의 길이를 x 라 하면

$$\overline{PD} = 6 - x$$

$\triangle AB'P$ 와 $\triangle CDP$ 는 서로 합동이므로

$$\overline{PD} = \overline{PB'} = 6 - x$$

$$x^2 = (6 - x)^2 + 4^2, x = \frac{13}{3}$$

($\triangle ACP$ 의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times \frac{13}{3} \times 4 = \frac{26}{3}$$